



UNIVERSIDAD NACIONAL DE RIO CUARTO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICO QUÍMICAS Y
NATURALES

Tesis para acceder al título de Magister en Matemática Aplicada

**Fusión de Imágenes SAR y Ópticas para Clasificación
de Coberturas Terrestres
Usando Campos Aleatorios Markovianos**

Prof. Mery Lucía Picco

DIRECTOR: DRA. MAGDALENA LUCINI
CODIRECTOR: DRA. SUSANA FERRERO

Río Cuarto, Marzo 2018

Índice general

1. Introducción	1
2. Principios físicos de la teledetección	7
2.1. Ondas electromagnéticas	8
2.2. Sensores	14
2.3. Imágenes Landsat	19
2.4. Radar de Apertura Sintética (SAR)	21
3. Clasificación basada en MRF	29
3.1. Clasificación digital de imágenes	29
3.2. Reconstrucción bayesiana de imágenes	33
3.3. Cadenas de Markov	35
3.4. Campos Aleatorios de Markov y campos de Gibbs	38
3.4.1. Algoritmo GS	46
3.4.2. Algoritmo SA	49
3.4.3. Resumen del enfoque MAP-MRF	51
4. Clasificación multifuente	53
4.1. Enfoque MAP-MRF para fusión de imágenes	55
4.1.1. Distribución <i>a priori</i> : el modelo de Potts	55
4.1.2. Distribución <i>a posteriori</i> multifuente	56
4.2. Modelos Estadísticos para imágenes SAR	57
4.2.1. Distribuciones para la retrodispersión (backscatter)	58

4.2.2.	Distribuciones para el retorno	61
4.3.	Estimación de parámetros y textura inicial	63
4.4.	Reducción de dimensión de la imagen Landsat	65
4.4.1.	Análisis de componentes principales	65
4.4.2.	Cálculo de las componentes	67
4.5.	Validación	70
5.	Aplicación a imágenes reales	73
5.1.	Descripción de las imágenes	73
5.2.	Resultados	79
5.3.	Algoritmos	88
5.3.1.	Programa Principal	88
5.3.2.	subrutina 2: Imágenes de parámetros $\hat{\alpha}$, $\hat{\gamma}$	88
5.3.3.	subrutina 3: clasificación MVG con las imágenes $C1$; $C2$; $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$	89
5.3.4.	subrutina 4: Algoritmo SA con visita secuencial	89
6.	Conclusiones	91

Índice de figuras

2.1. Onda electromagnética (Modificado de Lilesand-Kiefer, 1994)	13
2.2. Espectro electromagnético (Louis E. Kleiner, Coastal Carolina University.)	14
2.3. Imagen digital, pixel. (http://eoedu.belspo.be/en/guide/resolu.asp)	15
2.4. Identificación de un pixel en una imagen digital	16
2.5. Teledetección espacial (a) mediante un sensor pasivo y (b) mediante un sensor activo http://remotesensing2557.blogspot.com.ar/2014/11/remotesensing.html)	17
2.6. Esquema del Radar de visión lateral (Molina et al., 2006)	22
2.7. Ángulo de incidencia local (GEOACTA - Revista de la Asociación Argentina de Geofísicos y Geodestas)	23
2.8. Concepto de apertura sintética (Centro Canadiense de Percepción Remota, Ministerio de Recursos Naturales de Canadá)	24
2.9. Tipos de polarización de una onda eléctrica. (Jensen, 2005)	25
2.10. Imágenes SAR de RADARSAT-2 adquiridas con distintas configuraciones de polarización paralela y cruzada (Proyecto SOAR)	26
2.11. Generación del Speckle a través de la interferencia de un gran número de rayos dispersados dentro de un pixel (Richards, 2010)	27
2.12. Características de la señal SAR (Canada Centre for Remote Sensing (CCRS))	28
3.1. a) Clasificación digital b) clasificación supervisada (Canada Centre for Remote Sensing (CCRS))	30
3.2. Vecindad de orden 1 y tipos de cliques	40
3.3. Vecindad de orden 2 y tipos de cliques	40

4.1. Análisis de componentes principales: ejemplo	66
4.2. Análisis de componentes principales (a) Primera componente. (b) Primera y segunda componente	67
5.1. Retrodispersión de la señal SAR (a) Suelo seco (b) Suelo húmedo (c) Suelo inundado (Centre for Remote Imaging, Sensing and Processing, CRISP) . .	74
5.2. Reflector de esquina (Matjaz Vidmar: ANALOG Vertical Navigation Radar)	75
5.3. (a) Imagen 1 SAR completa. (b) Imagen 1 Landsat completa	76
5.4. Sub-imágen 1 (a) Landsat (b) SAR	77
5.5. Mapa satelital provisto por GOOGLE maps de la zona correspondiente a la sub-imagen 1	78
5.6. Muestras de entrenamiento seleccionadas en la sub-imágen 1 (SAR) y ampliación de puntos en la Imagen Landsat	78
5.7. Sub-imágen 2 (a) Landsat (b) SAR	80
5.8. Mapa satelital provisto por GOOGLE maps de la zona correspondiente a la sub-imagen 2	81
5.9. Muestras de entrenamiento seleccionadas en la sub-imagen 2 (SAR): zona urbana (rojo); arboledas (azul); fondo (verde)	81
5.10. Resultados de clasificación sub-imágen 1: (a) Algoritmo 1 (b) Algoritmo 2	82
5.11. Resultados de clasificación sub-imágen 1: (a) Algoritmo 3 (b) Algoritmo 4	83
5.12. Resultados de clasificación sub-imágen 2: (a) Algoritmo 1 (b) Algoritmo 2	84
5.13. Resultados de clasificación de la sub-imágen 2: Algoritmo 2-SAR	85
5.14. Resultados de clasificación sub-imágen 2: (a) Algoritmo 3 (b) Algoritmo 4 .	86
5.15. puntos test seleccionadas en la sub-imagen 2 (Landsat) para calcular coeficiente Kappa	86

Resumen

Una de las aplicaciones más comunes de las imágenes de teledetección es la producción de mapas temáticos que describan la cubierta terrestre, mediante la clasificación digital. Los algoritmos clásicos utilizados para este fin tratan con una sola categoría de imagen satelital (óptica o radar) obteniendo una información parcializada e incompleta de la escena. Estudios recientes sugieren que la combinación de imágenes obtenidas por distintas fuentes puede mejorar el desempeño de los métodos de clasificación. Otro factor importante es la modelación matemática y el uso de distribuciones de probabilidad adecuadas para describir los datos que conforman una imagen digital. Para imágenes de Radar de Apertura Sintética con polarización simple (SAR, según su sigla en inglés) se han propuesto varias distribuciones, tales como Gamma, Rayleigh, Weibull, K y \mathcal{G}^0 . Usando ésta última se han obtenido excelentes resultados de clasificación. Por otro lado, las imágenes de radar se ven afectadas por la presencia de un “granulado” conocido con el nombre de ruido speckle, lo cual dificulta la construcción de mapas temáticos a partir de ellas. Una manera de abordar este problema es explotar la dependencia espacial entre pixeles vecinos mediante el uso de Campos Aleatorios Markovianos. Teniendo en cuenta todos estos aspectos, en este trabajo se desarrolla un algoritmo de clasificación digital de imágenes que incluye fusión de imágenes (ópticas y de radar), el uso de Campos Aleatorios Markovianos y la distribución \mathcal{G}^0 como modelo estadístico para imágenes SAR.

Abstract

One of the most common applications of remote sensing images is the production of thematic maps describing the land cover, by means of digital image classification. The classical algorithms used for this purpose deal with a single category of satellite image (optical or radar) obtaining partial information and incomplete of the scene. Recent studies suggest that the combination of images obtained from different sources can improve the performance of classification methods. Another way to obtain efficient classification methods is through Mathematical modeling and the use of appropriate probability distributions. Several distributions have been proposed for simple polarization synthetic aperture radar (SAR) images, such as Gamma, Rayleigh, Weibull, K and \mathcal{G}^0 . Using the latter, excellent classification results have been obtained. On the other hand, radar images are affected by the presence of a “ granulate ” known as speckle noise, which makes it difficult to construct thematic maps from them. One way to address this problem is to exploit the spatial dependence between neighboring pixels by means of Markovian Random Fields. Taking into account all these aspects, this work develops a classification algorithm that includes fusion of images (optical and radar), the use of Markovian Random Fields and the distribution \mathcal{G}^0 as statistical model for SAR images.

Capítulo 1

Introducción

El objetivo de la ciencia es descubrir verdades universales con la esperanza que el conocimiento obtenido pueda ser usado para proteger el medio ambiente y mejorar la calidad de vida. Para identificar estas verdades, los científicos observan y hacen mediciones de:

- el mundo físico (atmósfera, agua, suelo)
- sus habitantes (flora, fauna)
- la gestión de sus recursos (des-forestación, expansión urbana)

Los científicos formulan hipótesis e intentan aceptarlas o rechazarlas de forma “no sesgada” u objetiva. Los datos necesarios para este fin pueden ser recolectados directamente en el campo (*in situ*), lo cual puede resultar en muchos casos costoso, tanto en tiempo como en dinero, e inexacto debido a falta de aleatoriedad en el muestreo. Por esta razón, durante el siglo pasado se dio énfasis al desarrollo de plataformas aéreas y sensores que permitieran obtener información de los objetos (o fenómenos) desde una distancia remota. Este proceso es llamado en inglés “Remote Sensing”, y se ha traducido al español como “Teledetección” o “sensoramiento remoto”. En sentido amplio, la teledetección ha sido definida como el arte, la ciencia y la tecnología de obtención de información sobre los objetos físicos y el medio ambiente a través del proceso de grabación, e interpretación de las representaciones digitales de los patrones de energía derivados de sistemas de sensores que

no están en contacto con el objeto o el fenómeno en estudio [25]. Las imágenes obtenidas por teledetección son de gran valor para adquirir información de la superficie terrestre a fin de realizar evaluación de sus recursos y vigilancia del medio ambiente. Las aplicaciones de la teledetección son múltiples y por tratarse de una tecnología reciente, todavía están en proceso de desarrollo. La información provista por los satélites es de gran utilidad en disciplinas tales como geografía, biología, edafología, geología, agronomía, oceanografía, cartografía y arqueología. Algunas de las aplicaciones más destacadas son:

- Estudios geológicos e hidrológicos
 - estudio de la erosión de playas y arenales.
 - cartografía geológica para la explotación de recursos minerales y petroleros.
 - inventario del agua superficial.
 - Verificación y control de la calidad del agua, turbidez y contenido de algas.
- Estudios de biodiversidad
 - Cartografía de la cobertura vegetal del suelo.
 - Evaluación de condiciones de estrés en la vegetación, por lo efectos de la sequía o la deforestación.
 - Cartografía e inventario de cultivos por especies. Agricultura de precisión: predicción del rendimiento de cultivos y del momento óptimo para las cosechas
- Desarrollo sostenible
 - Cartografía de áreas quemadas y seguimiento de los procesos de repoblación natural.
 - Selección de rutas óptimas para nuevas vías de comunicación.
 - Control de pastizales para el estudio de los efectos de la sequía y del exceso de pastoreo.
- Catástrofes naturales

- erupción volcánica
- inundaciones
- incendios
- mareas negras
- riesgos epidemiológicos

La mayor parte de las aplicaciones arriba reseñadas no son exclusivas de la teledetección espacial, pero el uso de ésta permite reducir los costos y el tiempo necesarios para obtener resultados.

Hemos definido la teledetección como la adquisición de datos sobre un objeto o escena por medio de un sensor que está colocado sobre una plataforma (satélite, avión). Existen distintos tipos de sensores (radares u ópticos), los cuales permiten obtener información diferente de la misma escena.

Las imágenes ópticas tienen como ventaja la multifrecuencia y su fácil interpretación (buena calidad discriminativa), a diferencia de las imágenes de radar que son difíciles de interpretar visualmente debido a que presentan un “granulado” producido por un fenómeno propio del sistema de adquisición, llamado “ruido speckle”. No obstante, al poseer su propia fuente de iluminación, el radar es independiente de la luz del sol, lo que le permite funcionar tanto de día como de noche. Otra diferencia del radar radica en la longitud de onda en la que opera. Si bien en longitudes de onda ópticas puede haber algo de penetración a través de medios tales como el agua y hojas delgadas, las longitudes de onda más largas de radar pueden a menudo penetrar dosel de vegetación, e incluso suelos muy secos. Así, una imagen óptica generalmente representa los elementos de la superficie del paisaje, mientras que una imagen de radar es más compleja, ya que a menudo contiene información volumétrica y sub-superficial [50].

Por estas razones los datos adquiridos por los sistemas de radar, que son sustancialmente diferentes a los obtenidos por los sensores ópticos, pueden brindar información adicional de gran utilidad y ser considerados una fuente de información complementaria [32] ,[39].

Una de las aplicaciones más comunes de la teledetección es la producción de mapas

temáticos que describan la cubierta terrestre, mediante clasificación digital de imágenes. Los algoritmos clásicos utilizados para este fin, tratan con una sola categoría de imagen satelital (óptica o radar) obteniendo una información parcializada e incompleta de la escena. En los últimos años, la atención se ha centrado en la fusión de datos multisensor para aplicaciones de teledetección y, más específicamente, para la cartografía de la cubierta terrestre. Las técnicas de fusión de datos combinan información de múltiples fuentes, proporcionando ventajas potenciales sobre un solo sensor en términos de precisión de clasificación. [6], [23], [53],[59], [4],[31], [9],[57].

Desde un punto de vista formal una imagen será una realización de una variable aleatoria: $Z : S \rightarrow \mathbb{R}^+$ donde $S = \{(i, j) / 0 \leq i, j \leq N\}$ es el conjunto de píxeles de la imagen. La modelación matemática y el uso de distribuciones de probabilidad adecuadas para describir los datos de una imagen juega un rol central para desarrollar métodos eficientes de procesamiento, tales como métodos de clasificación o filtros.

En el caso de imágenes ópticas, se supone que el ruido es aditivo y que los datos pueden ser modelados exitosamente por una distribución gaussiana multivariada. Para imágenes de radar, el modelo multiplicativo ha sido ampliamente usado [21], [15], [16]. Este modelo establece que el retorno, Z , puede describirse como el producto de dos procesos estocásticos independientes: el ruido speckle (Y), y la retrodispersión del terreno (X). Dependiendo de las distribuciones con que se modelen X e Y se obtendrán diferentes distribuciones para Z . Se han propuesto muchos modelos para imágenes SAR (ver [19]), tales como K [24, 41], Beta [30], Weibull [42], Nakagami-Rice [13], Fisher [54]. Ninguno de ellos ha resultado suficientemente flexible para describir todo tipo de superficies presentes en una imagen: áreas homogéneas (tales como cultivo), heterogéneas (tales como bosques) o extremadamente heterogéneas (tales como urbanas). Frery et al [3] propone la distribución \mathcal{G}^0 , la cual permite modelar todo tipo de texturas, ya que uno de sus parámetros está directamente relacionado con el grado de homogeneidad de la imagen. Por su gran flexibilidad para modelar distintos tipos de superficies y por ser un modelo “tratable” desde un punto de vista teórico, es que la familia de distribuciones \mathcal{G}^0 ha sido denominada “Modelo Universal” para imágenes SAR [36].

Como ya se ha mencionado, las imágenes de radar se ven afectadas por la presencia del ruido speckle, lo cual dificulta la construcción de mapas temáticos a partir de ellas. Una manera de abordar este problema es explotar la dependencia espacial entre píxeles vecinos, los cuales usualmente están estadísticamente correlacionados. Los algoritmos de clasificación que incorporan esta noción mediante el uso de Campos Aleatorios Markovianos han resultado más eficientes para este fin [2], [62], [26] [8],[20],[58]. Usando este enfoque y la distribución \mathcal{G}^0 , se han desarrollado métodos eficientes de clasificación para imágenes SAR en formato intensidad [47], [48].

Por todo lo expuesto, en esta tesis se propone un método de clasificación digital de imágenes de teledetección que incluye:

- La fusión de imágenes (ópticas y de radar).
- El uso de campos aleatorios de Markov para modelar la dependencia espacial entre píxeles vecinos.
- El uso de la distribución \mathcal{G}^0 para describir datos SAR.

La fusión se llevará a cabo adoptando un enfoque MAP (máximo a posteriori) y aplicando el algoritmo Simulated Annealing.

El producto final de esta tesis pretende brindar un marco estadístico para abordar el problema de construcción de mapas temáticos de zonas que no son posibles de mapear con imágenes ópticas, así como también ofrecer a la comunidad de usuarios de teledetección una herramienta útil para la fusión de imágenes y su posterior clasificación.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera: En el Capítulo 2 se hace una breve descripción del proceso de teledetección y de los dos tipos de sensores que serán utilizados: ópticos y radar (SAR). En el capítulo 3 se presentan las nociones básicas de campos aleatorios markovianos y su aplicación al procesamiento de imágenes. El modelo estadístico utilizado para describir datos SAR y el algoritmo de fusión que se propone se abordan en el Capítulo 4, mientras que los Capítulos 5 y 6 describen resultados obtenidos con imágenes reales y las conclusiones generales.

Capítulo 2

Principios físicos de la teledetección

En el capítulo anterior se definió la teledetección como la técnica que permite obtener información a distancia de los objetos situados sobre la superficie terrestre. Para que esta observación remota sea posible es preciso que entre los objetos y el sensor exista algún tipo de interacción. Por ejemplo, somos capaces de ver un árbol porque nuestros ojos (sensor) reciben y traducen convenientemente una energía luminosa procedente del mismo que es originada por un foco energético exterior que lo ilumina. De ahí que no seamos capaces de percibir ese árbol en la oscuridad. Este sencillo ejemplo nos sirve para introducir los tres principales elementos de un sistema de teledetección: sensor (por ejemplo nuestro ojo), objeto observado (por ejemplo árbol) y el flujo energético que los pone en relación y permite detectar al objeto (por ejemplo reflexión de la luz solar) [11]. Existen tres formas de adquirir información a partir de un sensor remoto: por reflexión, por emisión y por emisión - reflexión. La primera es la forma más común de teledetección, pues caracteriza la observación a través de la iluminación con luz solar, principal fuente de energía de nuestro planeta. El sol ilumina la superficie terrestre, que refleja esa energía en función del tipo de cubierta presente en ella. Ese flujo reflejado es recogido por el sensor y transmitido a una estación receptora. Entre la superficie y el sensor se interpone la atmósfera, que dispersa y absorbe parte de la señal original. Por otro lado, la observación remota puede basarse en la energía emitida por las propias cubiertas (por ejemplo calor) o en la que podríamos enviar desde un sensor que fuera capaz tanto de generar su propio flujo energético, como

de recoger posteriormente su reflexión sobre la superficie terrestre. En cualquiera de estos casos, el flujo energético entre la superficie terrestre y el sensor constituye una forma de radiación electromagnética.

2.1. Ondas electromagnéticas

Los fenómenos electromagnéticos están descritos por las ecuaciones de Maxwell, las cuales modelan leyes de la naturaleza descubiertas experimentalmente en una serie de trabajos monumentales debidos a Oersted, Coulomb, Faraday, Ampère y otros grandes físicos. Maxwell dio forma matemática a estas leyes e introdujo una notación conveniente. Las ecuaciones de Maxwell expresan la relación física entre dos campos: el campo eléctrico, \mathbf{E} y el campo magnético, \mathbf{B} y de éstos con sus fuentes: ρ y \mathbf{J} . Desde el punto de vista matemático, las ecuaciones de Maxwell son un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de primer orden con respecto al espacio y al tiempo, para los campos vectoriales $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$; $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ dadas las fuentes $\rho(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$. En coordenadas cartesianas, el vector de posición en el espacio tridimensional es $\mathbf{r} = (x, y, z)$ y el campo eléctrico (o magnético) en el punto r y en el instante t es $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_x(r, t); E_y(r, t); E_z(r, t))$.

La presencia de carga eléctrica en una región del espacio modifica las características de dicho espacio dando lugar a un campo eléctrico. Así pues, podemos considerar un campo eléctrico como una región del espacio cuyas propiedades han sido modificadas por la presencia de una carga eléctrica, de tal modo que al introducir en dicho campo una nueva carga eléctrica, llamada carga testigo q_0 , ésta experimentará una fuerza eléctrica \vec{F} dada por la siguiente ecuación:

$$\vec{F}(\mathbf{r}) = q_0 \vec{E}(\mathbf{r})$$

Esta definición general indica que el campo no es directamente medible, sino que lo que es observable es su efecto sobre alguna carga colocada en su seno. La ley de Gauss, que constituye uno de los pilares de la electrodinámica, relaciona el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga que lo genera. Matemáticamente se expresa

así:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Donde q es una carga encerrada en la superficie S y ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío. Intuitivamente la ley significa que el campo E diverge o sale desde una carga encerrada en él, q , lo que se representa gráficamente como vectores que salen de la fuente que los genera en todas las direcciones.

El teorema de Gauss de la divergencia relaciona la integral de un campo vectorial en una superficie cerrada que es borde de un sólido tridimensional con la integral de su divergencia en el interior de dicho sólido, es decir, relaciona lo que pasa en una superficie cerrada con lo que hay dentro de ella. Aplicando dicho teorema al flujo de campo eléctrico se tiene que:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{E} dV$$

Por otro lado, la carga encerrada es la integral de la densidad total de carga, ρ , contenida en el interior del volumen. Luego

$$\int_V \nabla \cdot \vec{E} dV = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$$

Si esta igualdad es cierta para cualquier volumen V los integrandos deben ser iguales, con lo que se obtiene la Ley de Gauss en su forma diferencial:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

Por otro lado, un campo magnético también es un campo vectorial que ejerce fuerzas (denominadas magnéticas) sobre los materiales, pero que no produce ningún efecto sobre cargas en reposo (como sí lo hace el campo eléctrico en donde las acelera a través de la fuerza eléctrica). Sin embargo el campo magnético tiene influencia sobre cargas eléctricas en movimiento. Si una carga en movimiento atraviesa un campo magnético, la misma sufre la acción de una fuerza (denominada fuerza magnética). Esta fuerza no modifica el módulo de la velocidad pero sí la trayectoria. El campo magnético está presente en los imanes. Por otro lado, una corriente eléctrica también genera un campo magnético. Experimentalmente se llegó al resultado que al encerrar un dipolo en una superficie cerrada no sale ni entra

flujo magnético. Por ejemplo un imán genera líneas de campo (campo magnético), que salen de su polo positivo y acaban en su polo negativo. Luego el campo magnético, a diferencia del eléctrico, no sale de la superficie o no diverge. Matemáticamente esto se expresa así (Ley de Gauss para el campo magnético):

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

El descubrimiento de los efectos magnéticos causados por la corriente eléctrica generó un gran interés en la búsqueda de los efectos eléctricos producidos por campos magnéticos, que es la inducción electromagnética, descubierta en 1830 por Michel Faraday y Joseph Henry casi simultáneamente y de manera independiente. Los experimentos de Faraday y Henry, mostraron que una corriente eléctrica podría inducirse en un circuito mediante un campo magnético variable. Los resultados de estos experimentos llevaron a la ley conocida como Ley de Inducción de Faraday:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Lo que indica que la corriente inducida en un circuito es directamente proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético que atraviesa una superficie cualquiera con el circuito como borde. Aplicando el teorema de Stokes obtenemos la forma diferencial de la Ley:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

Es decir, el rotacional del campo eléctrico es la derivada de la inducción magnética con respecto al tiempo. Esto indica que un campo magnético que depende del tiempo implica la existencia de un campo eléctrico, del que su circulación por un camino cerrado es igual a menos la derivada temporal del flujo magnético de cualquier superficie limitada por el camino cerrado. El signo negativo explica que el sentido de la corriente inducida es tal que su flujo se opone a la causa que lo produce. Por último, Ámpere formuló una relación para un campo magnético inmóvil y una corriente eléctrica que no varía en el tiempo. Esta ley dice que la circulación de un campo magnético a lo largo de una curva cerrada C es igual a la densidad de corriente \vec{J} sobre la superficie encerrada en la curva C , matemáticamente:

$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío. En forma diferencial, esta ecuación toma la forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.4)$$

Las cuatro ecuaciones de Maxwell, de (2.1) a (2.4), son las que explican cualquier tipo de fenómeno electromagnético. Podemos desacoplar estas ecuaciones diferenciales acopladas tomando el rotacional de la ecuación de Faraday (2.3) y usando la ecuación de Ampère (2.4):

$$\begin{aligned} \nabla \times \left(\nabla \times \vec{E} + \mu_0 \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) &= \nabla \times \nabla \times \vec{E} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B} = \\ &= \nabla \times \nabla \times \vec{E} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \\ &= \nabla \times \nabla \times \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \end{aligned}$$

Pero $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$ porque $\nabla \cdot \vec{E} = 0$. Entonces

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

con $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

Haciendo lo mismo con la ecuación de Ampère llegamos a la misma ecuación para el campo magnético:

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Por lo tanto se pueden desacoplar las ecuaciones en cada uno de los campos incógnita, pasando de ecuaciones de primer orden a ecuaciones de segundo orden. Las ecuaciones halladas, que se conocen como ecuaciones de D'Alembert, describen una propagación ondulatoria, de donde se deduce que las soluciones a las ecuaciones de Maxwell en un recinto vacío sin fuentes de campo son ondas electromagnéticas. Además Maxwell descubrió que la cantidad $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ era la velocidad de la luz en el vacío, por lo que la luz es una forma

de radiación electromagnética. Un caso particular de funciones que satisfacen la ecuación de ondas son las funciones armónicas:

$$g(z \pm ct) = g_0 \cos(\omega t \pm kz + \phi_0); \quad g(z \pm ct) = g_0 \operatorname{sen}(\omega t \pm kz + \phi_0) \quad (2.7)$$

donde g_0 es la amplitud y ϕ_0 un ángulo de fase. Estas son funciones de una única frecuencia $f = \omega/2\pi$. k es el número de onda y se define en función de la longitud de onda λ : $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$. Desde un punto de vista matemático muchas veces resulta más conveniente expresar las funciones armónicas en su forma exponencial compleja (representación fasorial):

$$g(z \pm ct) = \operatorname{Re}(\tilde{g}_0 e^{i(\omega t \pm kz)}) \quad (2.8)$$

donde $\tilde{g}_0 = g_0 e^{i\phi_0}$

Esto se debe a que para muchas operaciones (integración derivación, suma algebraica) es indiferente operar con los números complejos y tomar parte real al final u operar desde el principio con las partes reales.

Usando esta representación, una onda plana con amplitud constante $\tilde{E}_0 = E_0 e^{i\phi_0}$ que se propaga según z es:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \tilde{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} \quad (2.9)$$

Las ecuaciones de Maxwell imponen relaciones y restricciones sobre los campos. En particular las leyes de Gauss llevan a que los campos no tengan componentes sobre la dirección de propagación: $E_z = B_z = 0$, por lo que resultan transversales a la dirección de propagación. La ley de Faraday implica que el campo magnético sea perpendicular al campo eléctrico (Fig 2.1).

Las características de este flujo energético pueden describirse por dos elementos: longitud de onda (λ) y frecuencia (f). La primera hace referencia a la distancia entre dos picos sucesivos de una onda, mientras que la frecuencia designa el número de picos que pasan por un punto fijo en el espacio por unidad de tiempo. Como ambas están inversamente relacionadas, podemos definir cualquier tipo de energía radiante en función de su longitud de onda o de su frecuencia. Aunque la sucesión de valores de longitud de onda es continua,

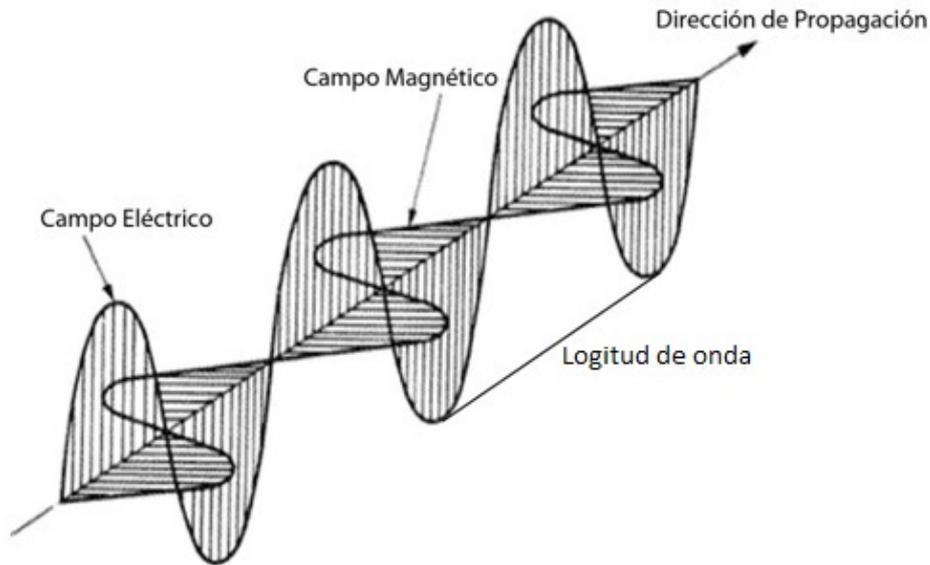


Figura 2.1: Onda electromagnética (Modificado de Lilesand-Kiefer, 1994)

suele establecerse una serie de bandas en donde la radiación electromagnética presenta un comportamiento similar. La organización de estas bandas de longitudes de onda se denomina espectro electromagnético (Fig. 2.2) el cual comprende desde las longitudes de onda más cortas (rayos gamma, rayos X), hasta las kilométricas (tele-comunicaciones). La unidad usada preferentemente para medir la longitud de onda es el micrón para las más cortas y centímetros o metros para las más largas.

Puede verse en la Figura 2.2 que la parte visible del espectro es muy pequeña, ya que la sensibilidad espectral del ojo humano se extiende sólo desde los $3.8 \times 10^{-7} m$ hasta los $7.8 \times 10^{-7} m$. La energía ultravioleta (UV) se encuentra junto al azul de la parte visible del espectro, mientras que a continuación del rojo, hay tres categorías diferentes de ondas infrarrojas: el infrarrojo cercano ($7.8 \times 10^{-7} m - 1.4 \times 10^{-6} m$), el infrarrojo medio ($1.4 \times 10^{-6} m - 3 \times 10^{-6} m$) y el infrarrojo lejano o térmico ($3 \times 10^{-6} m - 1 \times 10^{-5} m$). El rango de las microondas corresponde a las longitudes de onda superiores a $1 mm$ ($10^{-2} m$) y es de gran interés por ser un tipo de energía bastante transparente por ejemplo a la cubierta nubosa. Los sensores

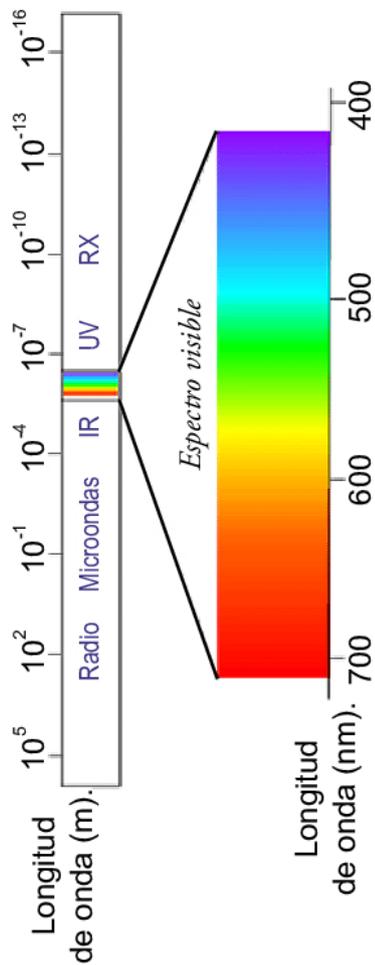


Figura 2.2: Espectro electromagnético (Louis E. Kleiner, Coastal Carolina University.)

utilizados en teledetección operan en uno o varios de estos rangos.

2.2. Sensores

La teledetección se lleva a cabo a través de sensores, los cuales son instrumentos susceptibles de detectar la señal electromagnética que les llega de la tierra y convertirla en una magnitud física que pueda ser grabada y posteriormente analizada. Los sensores convierten la señal recibida a un formato analógico (fotografía) o digital (imagen digital). Una imagen digital se compone de una matriz bidimensional de elementos llamados píxeles

(picture element) dispuestos en columnas y filas. Cada pixel representa un área en la superficie de la Tierra (ver Fig 2.3). La ubicación de un pixel se denota por sus coordenadas fila y columna en la imagen, habiendo una correspondencia uno a uno entre la ubicación columna-fila del pixel y las coordenadas geográficas (por ejemplo longitud y latitud) del lugar fotografiado (Fig. 2.4). A cada píxel del terreno le corresponde un valor numérico que representa la cantidad física medida, tal como por ejemplo la radiación solar (en una banda) que se refleja desde el suelo, la radiación infrarroja emitida o la intensidad retrodispersada en el caso del radar. Este valor es normalmente el promedio para toda el área de tierra cubierta por el pixel.

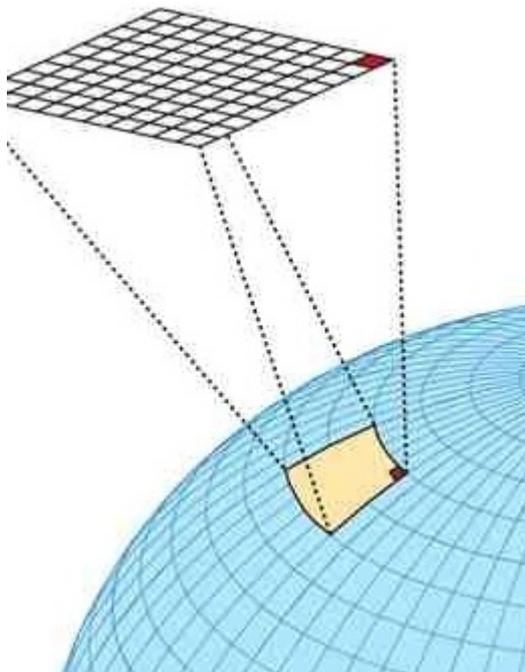


Figura 2.3: Imagen digital, píxel. (<http://eoedu.belspo.be/en/guide/resolu.asp>)

Los sensores se pueden clasificar según distintos criterios. Si se tiene en cuenta el origen de la señal captada, los sensores (y al mismo tiempo la técnica de teledetección) se clasifican en pasivos y activos.

- Sensores pasivos: son aquellos que registran la energía procedente de una fuente externa, generalmente de origen natural, tal como la energía reflejada por la superficie

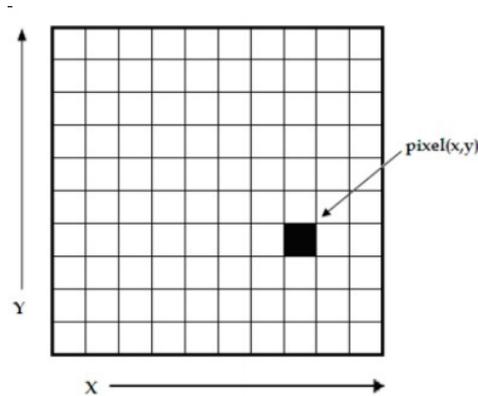


Figura 2.4: Identificación de un píxel en una imagen digital

terrestre (o la atmósfera) procedente del sol o la energía emitida por la superficie terrestre debido al calentamiento por absorción de energía solar (ver Fig 2.5 (a)). Son sistemas pasivos las cámaras de fotos, los sistemas de video y los radiómetros (sensores ópticos-electrónicos).

Los radiómetros son sensores ópticos-electrónicos que registran la radiación reflejada y emitida por la superficie terrestre y la separan en distintas bandas espectrales por medio de prismas, espejos dicróicos o filtros. Adquieren información de la superficie terrestre de forma secuencial, a intervalos regulares, de forma que cada medida corresponde a un ángulo de visión denominado IFOV (Instantaneous Field of View). La radiación electromagnética es captada por una serie de detectores sensibles a diferentes longitudes de onda, que la transforman en impulsos eléctricos proporcionales a la intensidad de la radiación recibida. Esta señal es convertida a formato digital de forma que la señal correspondiente a un IFOV se traduce en un dato numérico que en la imagen corresponde al píxel. Como resultado del proceso de captación se obtiene una imagen multispectral, esto es, para una misma superficie de terreno se generan varias imágenes correspondientes a las diferentes bandas o intervalos de longitud de onda para los cuales el radiómetro ha sido diseñado.

- Sensores activos: registran la radiancia provocada por la reflexión de un haz de radiación electromagnética emitida desde el propio sensor (ver Fig 2.5 (b)). Dependiendo

de la banda en que trabajan se distinguen:

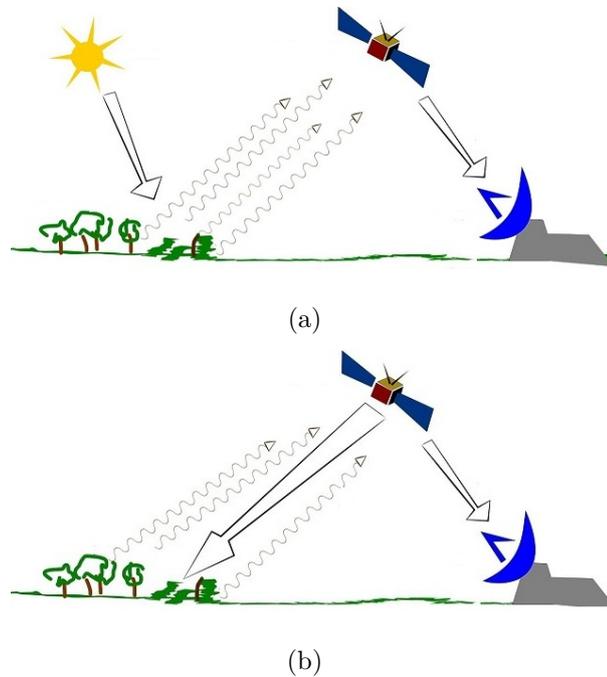


Figura 2.5: Teledetección espacial (a) mediante un sensor pasivo y (b) mediante un sensor activo <http://remotesensing2557.blogspot.com.ar/2014/11/remote-sensing.html>

- Radar (RADio Detection And Ranging) en la banda de las microondas (1 mm a 1m)
- Lidar (LIght Detection and Ranging) en la banda del visible y ultravioleta e infrarrojo cercano

El radar trabaja en una banda del espectro comprendida entre 1 mm y 1 m. Se basa en el principio de que las microondas artificiales enviadas en una dirección determinada chocan con los objetos y son dispersadas. La energía dispersada se recibe, se amplifica y se analiza para determinar la localización y las propiedades de los objetos. Puesto que puede medirse también el tiempo que tarda un pulso de radiación en ir y volver, puede conocerse la distancia recorrida y generar así modelos digitales de elevaciones. El radar es insustituible en zonas con cobertura nubosa persistente, debido a su capacidad para atravesar las capas nubosas. El

uso de longitudes de onda mayores, que no se encuentran en los espectros solar o terrestre, implica la necesidad de utilizar sensores activos, es decir aquellos que generan su propio flujo de radiación. Su mayor ventaja es que debido a su elevada longitud de onda (muy superior al tamaño de las gotas de agua en la atmósfera) no resulta absorbida por esta, además al ser un haz artificial puede manipularse la forma en que se emite para así obtener el máximo de información.

El Lidar es un captador activo, análogo al radar pero con tecnología láser. Se utiliza para topografía de precisión desde aviones.

Una cualidad importante de los sensores es su resolución, que es la capacidad para discriminar información de detalle en un objeto. Una imagen de teledetección se caracteriza por los siguientes modalidades de resolución:

- Resolución espacial: Este concepto está relacionado con el tamaño del pixel, medido en metros sobre el terreno. La resolución espacial depende de la altura del sensor con respecto a la tierra, el ángulo de visión, la velocidad de escaneado y las características ópticas del sensor. Por ejemplo las imágenes Landsat TM, tienen una resolución espacial de 30x30 m en las bandas 1,2,3,4, 5 y 7 y de 120x120m en la 6 (térmica). El sensor SPOT - HRV tiene una resolución de 10x10m, mientras que los satélites meteorológicos como NOAA, el píxel representa un tamaño desde 500 a 1100m de lado.
- Resolución espectral: Es la capacidad del sensor para discriminar la radiancia detectada en distintas longitudes de onda del espectro electromagnético. Consiste en el número de bandas espectrales (y su ancho de banda) que es capaz de captar un sensor. Por ejemplo SPOT tiene una resolución espectral de 3 bandas y Landsat de 7. Los nuevos sensores, llamados también espectrómetros o hiperespectrales llegan a tener hasta 256 canales con un ancho de banda muy estrecho (unos pocos nm) para poder separar de forma precisa distintos objetos por su comportamiento espectral. Landsat TM es sensible a la reflectividad de la Tierra a siete diferentes longitudes de onda, lo cual permite una visualización en color combinando tres bandas ópticas.

- Resolución radiométrica: se refiere a la cantidad de niveles de gris en que se divide la radiación recibida para ser almacenada, y depende del conversor analógico digital usado. Sabemos que un número digital se almacena con un número finito de bits (dígitos binarios). El número de bits determina la resolución radiométrica de la imagen. Por ejemplo, un número digital de 8 bits varía de 0 a 255 (es decir, $2^8 - 1$), mientras que un número digital de 11 bits va de 0 a 2047. El valor de la radiación recibida necesita ser reducido y cuantificado para encajar dentro de esta gama de valor. Por ejemplo Landsat MSS tiene una resolución espectral de 64 niveles de gris en el canal 6, y de 128 en las bandas 4 a 7, mientras que en Landsat TM es de 256. Esto significa que tenemos una mejor resolución radiométrica en el TM y podemos distinguir mejor las pequeñas diferencias de radiación. Por su parte el radar tiene una resolución de 16 bits (65536 niveles)
- Resolución Temporal: Es la frecuencia de paso del satélite por una mismo punto de la superficie terrestre. Es decir cada cuanto tiempo pasa el satélite por la misma zona de la tierra. Este tipo de resolución depende básicamente de las características de la órbita. El ciclo de repetición de los Landsat-1 al Landsat-3 era de 17 días. A partir del Landsat 4 en 1984 el ciclo de repetición se redujo a 15 días. SPOT permite un ciclo de repetición de entre 3 y 26 días.

Todos estos aspectos están íntimamente relacionados, cada sistema de teledetección tiene características particulares en función de los fines para los que fue diseñado. Dado que en esta tesis se utilizan imágenes ópticas (Landsat) y de radar (SAR), se presenta a continuación una breve descripción de las características principales de las mismas.

2.3. Imágenes Landsat

Landsat es una constelación de satélites (LAND = Tierra y SAT = satélite) que se integraban en la primera misión de EEUU para el monitoreo de los recursos terrestres. El programa Landsat ha proporcionado más de 40 años de datos de alta resolución espacial de la superficie terrestre a una amplia y variada comunidad de usuarios. Su evolución

buscó siempre captar más información de la superficie terrestre, con mayor precisión y detalle, de ahí las mejoras radiométricas, geométricas y espaciales que se incorporaron a los sensores pasivos; el primero, conocido como Multispectral Scanner Sensor (MSS), seguido de Thematic Mapper (TM) que tiene mayor sensibilidad radiométrica que su antecesor y por último, Enhanced Thematic Mapper Plus (ETM+) que entre sus mejoras técnicas destaca una banda espectral (pancromática) con resolución de 15 metros.

El primer satélite Landsat (en principio denominado ERTS-1) fue lanzado el 23 de julio de 1972, mientras que el último de la serie es el Landsat 8, puesto en órbita el 11 de febrero de 2013. Su operación es administrada por la NASA (National Space and Space Administration) y la producción y comercialización de imágenes depende de la USGS (United States Geological Survey).

El Landsat 7 fue lanzado en abril de 1999 con un nuevo sensor denominado ETM+ (Enhanced Thematic Mapper Plus). Una imagen Landsat 7 ETM+ está compuesta por 8 bandas espectrales que pueden ser combinadas de distintas formas para obtener variadas composiciones de color u opciones de procesamiento. Entre las principales mejoras técnicas respecto de su antecesor, el satélite Landsat 5, se destaca la adición de una banda espectral (Banda Pancromática) con resolución de 15 metros. También, cuenta con mejoras en las características geométricas y radiométricas y una mayor resolución espacial de la banda térmica para 60 m. El Landsat7 puede adquirir imágenes en un área que se extiende desde los 81° de latitud norte hasta los 81° de latitud sur y, obviamente, en todas las longitudes del globo terrestre. Una órbita del Landsat7 es realizada en aproximadamente 99 minutos, permitiendo al satélite dar 14 vueltas a la Tierra por día, y cubrir la totalidad del planeta en 16 días. La órbita es polar descendente, o sea de norte a sur, el satélite cruza la línea del Ecuador entre las 10:00 y 10:15 (hora local) en cada pasaje. El Landsat7 está "heliosincronizado", o sea que siempre pasa a la misma hora por un determinado lugar. Las bandas del espectro visible y del infrarrojo tienen una resolución espacial de 30m (canales 1, 2, 3, 4, 5 y 7) mientras que las bandas del infrarrojo térmico (canales 6L e 6H) presentan una resolución de 60 metros. Landsat 7 sufre a partir del 2003 un fallo en su sistema SLC, que es la parte del sensor ETM+ que compensa el mo-

vimiento hacia adelante del satélite durante la adquisición de las imágenes. Sin el SLC, el área escaneada por el sensor delinea un patrón de zigzag provocando un bandeo o efecto gaps en la imagen.

El satélite Landsat 8 incorpora dos instrumentos de barrido: Operational Land Imager (OLI), y un sensor térmico infrarrojo llamado Thermal Infrared Sensor (TIRS). Las bandas espectrales del sensor OLI, aunque similares a el sensor Landsat7 ETM+, proporcionan una mejora de los instrumentos de las misiones Landsat anteriores, debido a la incorporación de dos nuevas bandas espectrales: un canal profundo en el azul visible (banda 1), diseñado específicamente para los recursos hídricos e investigación en zonas costeras, y un nuevo canal infrarrojo (banda 9) para la detección de nubes cirrus. Adicionalmente una nueva banda de control de calidad se incluye con cada producto de datos generado. Esto proporciona información más detallada sobre la presencia de características tales como las nubes, agua y nieve. Por otra parte el sensor TIRS recoge dos bandas espectrales en longitudes de onda incluidas por la misma banda en los anteriores sensores TM y ETM+. La calidad de los datos (relación de la señal en función del ruido) y la resolución radiométrica (12 bits) del OLI y TIRS es más alta que los anteriores instrumentos Landsat (8 bits para TM y ETM+), proporcionando una mejora significativa en la capacidad de detectar cambios en la superficie terrestre. Aproximadamente se recogen 400 escenas al día, las cuales son cargadas en el servidor de USGS con el fin de que se encuentren disponibles para su descarga 24 horas después de la adquisición.

2.4. Radar de Apertura Sintética (SAR)

El Radar es un sistema de sensoramiento remoto activo, que emite su propia energía en el intervalo de frecuencias de microondas y recibe los ecos de la señal reflejada por los objetos observados desde plataformas aéreas o satelitales. La principal diferencia de los sistemas de radar frente a los sistemas ópticos y pasivos, es la capacidad de obtener imágenes sin necesidad de energía solar; así mismo, opera independiente de las condiciones atmosféricas, ofrece mayor información sobre la textura del terreno y cuenta con la

posibilidad de obtener información sobre los sustratos inferiores de las coberturas boscosas. El desarrollo de los sistemas de radar ha sido impulsado por la misma necesidad de obtener datos espaciales en zonas de difícil acceso y de alta nubosidad. Para este fin se han desarrollado investigaciones enfocadas no solo a mejorar las características de estas imágenes y sus parámetros de captura, sino también, a optimizar las formas y procesos de extracción de información temática. En general, la mayoría de los radares aerotransportados que producen imágenes son de vista lateral, es decir al moverse a lo largo de su trayectoria, el radar ilumina hacia un lado de la dirección de vuelo franjas continuas y paralelas entre sí, de la superficie en estudio y acumula información de las microondas que se reflejan. La distancia entre el radar y el objetivo en la superficie en la dirección perpendicular al vuelo se llama *alcance*, mientras que la distancia a lo largo de la trayectoria se conoce como *azimut*. El ángulo entre la dirección de iluminación del radar y la normal a la superficie de la tierra se llama *ángulo de incidencia*, y el *ángulo de incidencia local* toma en cuenta la inclinación de la superficie iluminada por lo que influye de forma determinante en el brillo de la imagen (Fig 2.6; Fig.2.7).

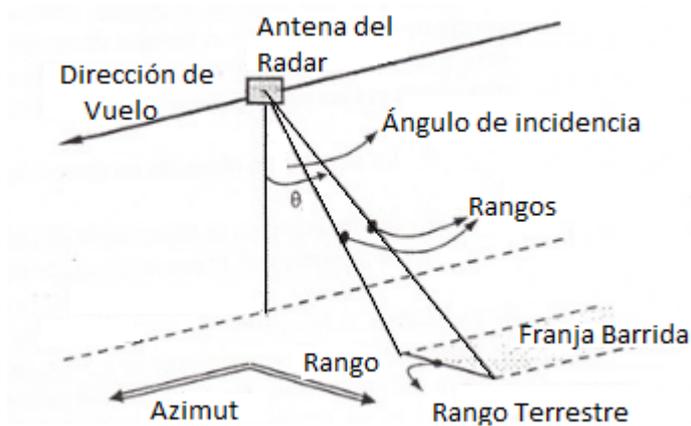


Figura 2.6: Esquema del Radar de visión lateral (Molina et al., 2006)

A lo largo de la historia y del desarrollo de esta tecnología, se puede observar un proceso rápido y dinámico de crecimiento. Inicialmente, los radares eran de Apertura Real (RAR

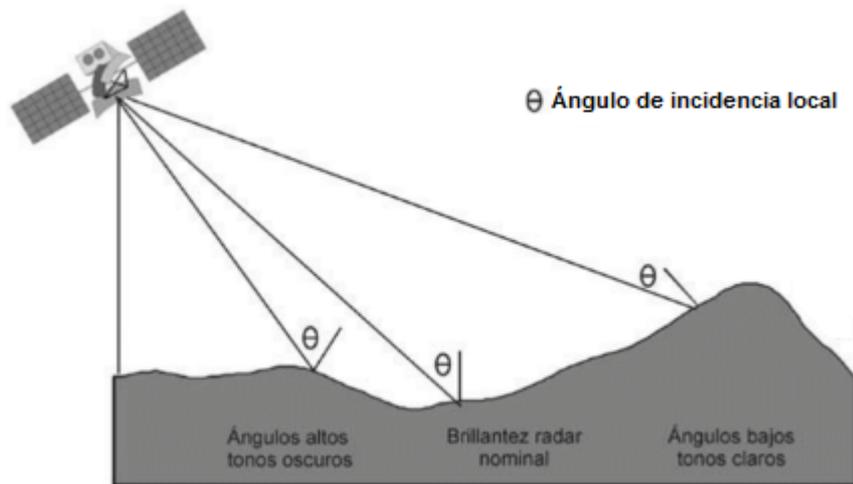


Figura 2.7: Ángulo de incidencia local (GEOACTA - Revista de la Asociación Argentina de Geofísicos y Geodestas)

-Real Aperture Radar-), que emitían en el rango del espectro de microondas y luego registraban las señales de retorno de los objetos terrestres con una resolución espacial limitada y controlada por la longitud física de la antena. Los sistemas modernos de radar aprovechan el movimiento para simular una antena de grandes dimensiones utilizando los principios físicos del efecto Doppler, la cual produce una mejor resolución angular. Estos radares se denominan Synthetic Aperture Radar (SAR) (Fig 2.8).

Las antenas de los sistemas de radar se pueden configurar para transmitir y recibir radiación electromagnética polarizada ya sea horizontal o verticalmente, es decir pueden transmitir vectores de campo eléctrico en forma horizontal al plano de la tierra (H) o en forma vertical (V), y recibir la señal de retorno también en forma horizontal, vertical o ambos (Fig 2.9). En virtud de esta característica, el radar puede obtener imágenes con polarización simple HH o VV , con polarización cruzada HV o VH o con las cuatro polarizaciones a la vez (polarización total). HH indica que la energía se transmite y se recibe horizontalmente polarizada; VV que la energía se transmite y se recibe verticalmente polarizada y HV o VH que la energía transmitida se polariza en una dirección perpendicular a la recibida. Un SAR Polarimétrico (PolSAR) es un radar que transmite alternativamente

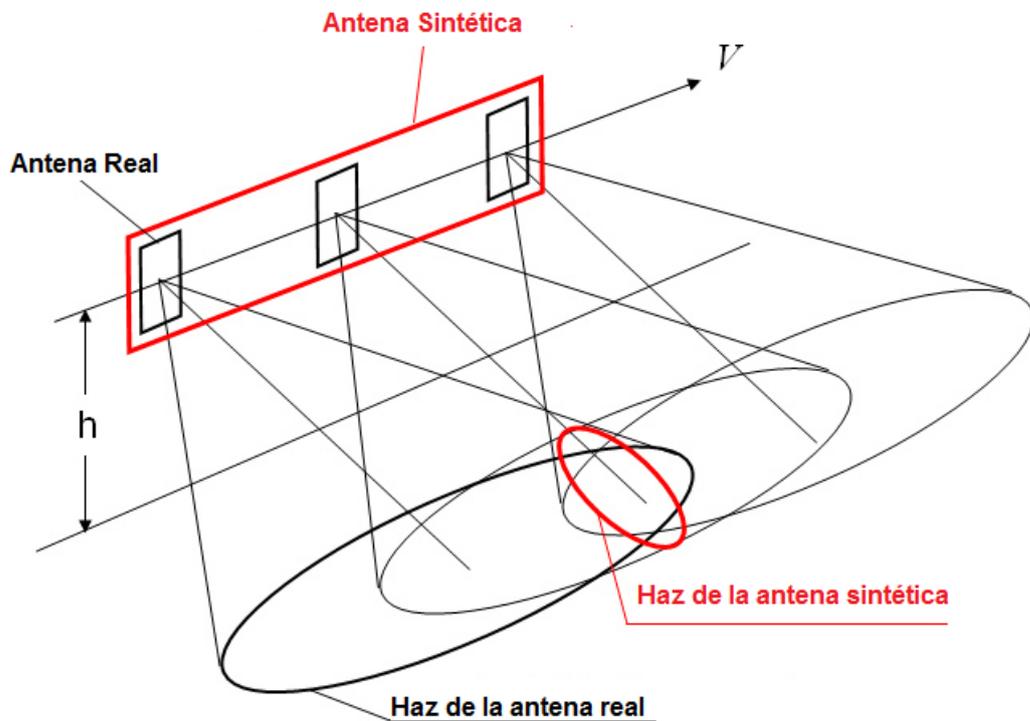


Figura 2.8: Concepto de apertura sintética (Centro Canadiense de Percepción Remota, Ministerio de Recursos Naturales de Canadá)

ondas horizontal y verticalmente polarizadas y recibe las dos polarizaciones. Las imágenes SAR con polarización simple (sólo una banda) no tienen un componente multiespectral necesario para la formación de falso color, razón por la cual se visualizan en escala de grises .

La polarimetría de radar o medición y análisis de la polarización de la energía electromagnética, es una forma eficaz para la generación de imágenes realizando tanto los atributos como formas de los objetos en el terreno, lo que constituye un avance tecnológico importante para efectuar estudios sobre cultivos, bosques, dinámica del océano y de las costas, hidrografía, cartografía, entre otros. Los primeros radares satelitales sólo podían recibir radiación de igual polarización a la transmitida (polarización paralela), ésta es la configuración de los radares de los satélites ERS-1 y 2, JERS-1 y RADARSAT-1.

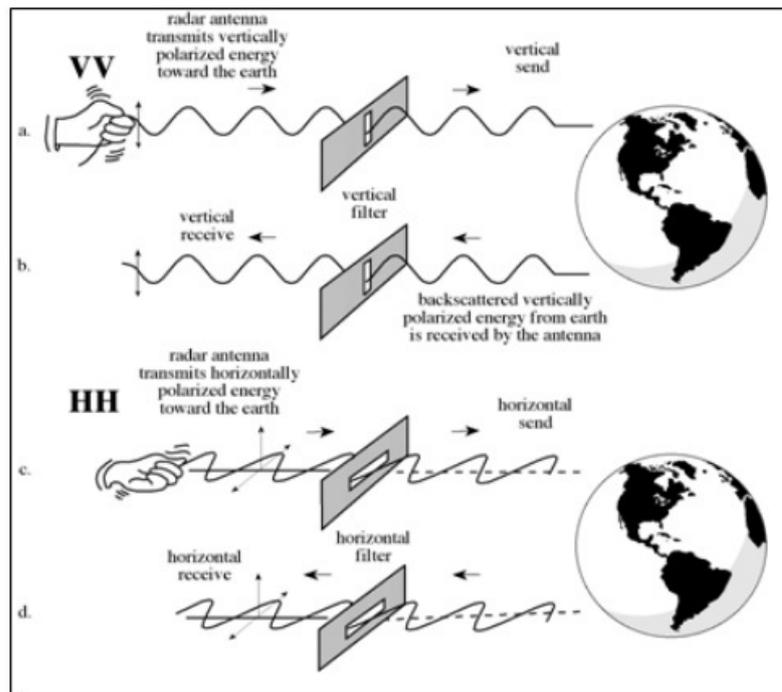


Figura 2.9: Tipos de polarización de una onda eléctrica. (Jensen, 2005)

Los radares satelitales a bordo de RADARSAT-2, ENVISAT, ALOS y COSMO Skymed, además de funcionar con polarización paralela, pueden recibir radiación en una polarización opuesta a la de la radiación transmitida (polarización cruzada). Estos sistemas ofrecen distintas combinaciones de polarizaciones para una misma imagen: Single Pol, formada por una escena HH o VV; Dual Pol, formada por dos escenas HH+HV o VV+VH, y full Pol (polarimétrica) formada por cuatro escenas, una para cada una de las polarizaciones posibles: HH+HV+VH+VV. La dirección con la que la señal esté polarizada influirá en sus interacciones con el medio y en el flujo de retorno que registrará el radar (ver Fig 2.10).

Si bien el perfeccionamiento de la capacidad polarimétrica de los radares los convierte en una opción competitiva frente a los sensores multiespectrales óptico-electrónicos, la polarización completa no siempre está disponible y en ocasiones su utilización es muy costosa desde el punto de vista computacional. Por lo tanto, cuando el uso de full-pol no es posible se tiene que recurrir a una polarización parcial o simple. En el caso de

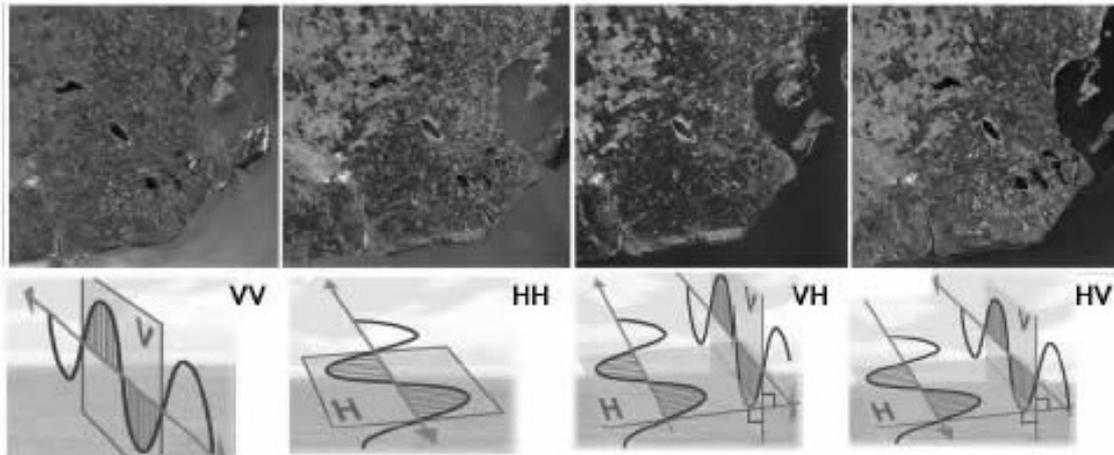


Figura 2.10: Imágenes SAR de RADARSAT-2 adquiridas con distintas configuraciones de polarización paralela y cruzada (Proyecto SOAR)

este trabajo de tesis, la motivación proviene del interés manifestado por un grupo de investigadores locales por realizar mapas temáticos que describan los recursos hídricos y minerales de la zona sur de la provincia de Córdoba, Argentina. Debido principalmente al hecho de que no existe disponibilidad de imágenes PolSAR de esta zona de interés, la teoría y los algoritmos aquí desarrollados son aplicables a imágenes SAR con polarización simple.

Una de las diferencias más notables en la apariencia de las imágenes de radar en comparación con imágenes ópticas es su mala calidad radiométrica. Esto se debe a que las imágenes de radar poseen un ruido inherente a su proceso de formación llamado *speckle*, el cual produce gran variabilidad en la retrodispersión registrada en pixeles correspondientes a un mismo tipo de cobertura. El Speckle se produce debido a que en un pixel existen muchos dispersores elementales (objetivos al azar dentro de un pixel) y la señal recibida es el resultado de la suma coherente de los ecos de todos los dispersores puntuales (Fig 2.11).

Este fenómeno produce una interferencia que puede ser constructiva o destructiva. Cuando el desfase entre las ondas de retorno es un múltiplo par de π , las ondas son com-

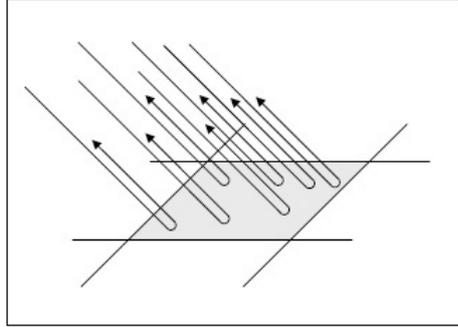


Figura 2.11: Generación del Speckle a través de la interferencia de un gran número de rayos dispersados dentro de un pixel (Richards, 2010)

pletamente coincidentes y la onda resultante es una en fase con ellas y con amplitud el doble de cada una. Se dice entonces que estas ondas están en fase y poseen interferencia constructiva. Cuando el desfase entre las ondas es un múltiplo impar de π (denominada contrafase u oposición de fase) las ondas son exactamente iguales, pero de signo contrario, con lo que se cancelan mutuamente y el resultado es una onda nula, de ahí lo de interferencia destructiva (ver Fig 2.12). Esta interferencia causa una fluctuación en la intensidad detectada que varía de pixel a pixel y la variación se manifiesta como un patrón granular en la imagen SAR. Para reducir este ruido, una de las técnicas utilizadas es generar varias “vistas” o *looks* de la misma región y promediarlas. La imagen resultante se denomina *multilook*.

El valor geo-físico que determina un dato SAR es la reflectividad de la escena provista por el sistema. Cualitativamente el concepto de reflectividad de la escena expresa que cuando una onda electromagnética se dispersa desde la posición (x, y) en la superficie de la tierra, las propiedades físicas del terreno causan cambios tanto en la fase como en la amplitud de la onda. El SAR mide el par ordenado $(E_0(x, y)\cos\phi(x, y); E_0(x, y)\sen\phi(x, y))$, que es una estimación de la reflectividad local en el pixel (x, y) . El par también puede representarse por el número complejo $E_0e^{i\phi}$, y es por ello que las imágenes SAR son conocidas como “imágenes complejas”. A partir de la imagen compleja pueden formarse

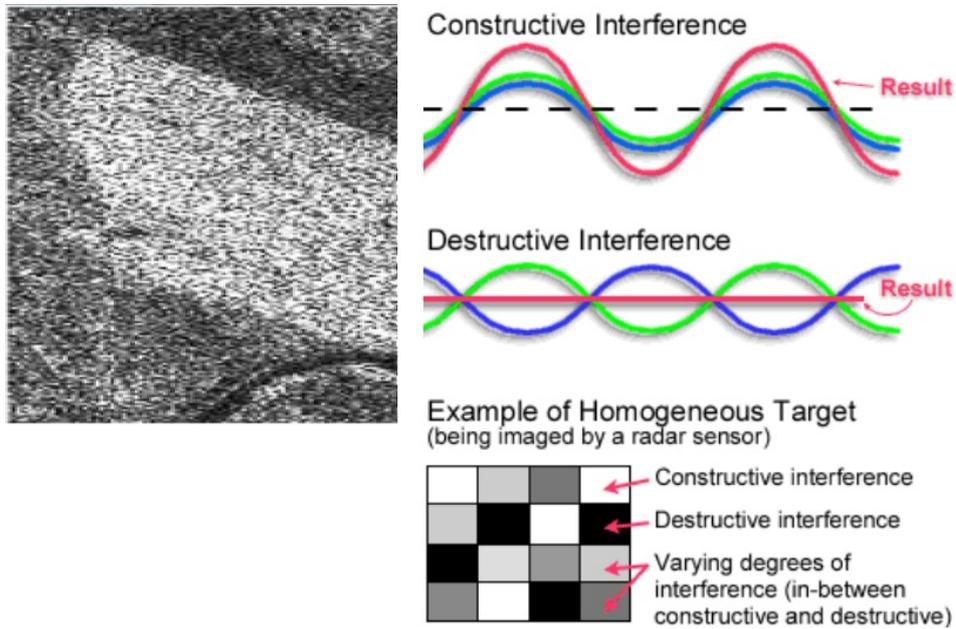


Figura 2.12: Características de la señal SAR (Canada Centre for Remote Sensing (CCRS))

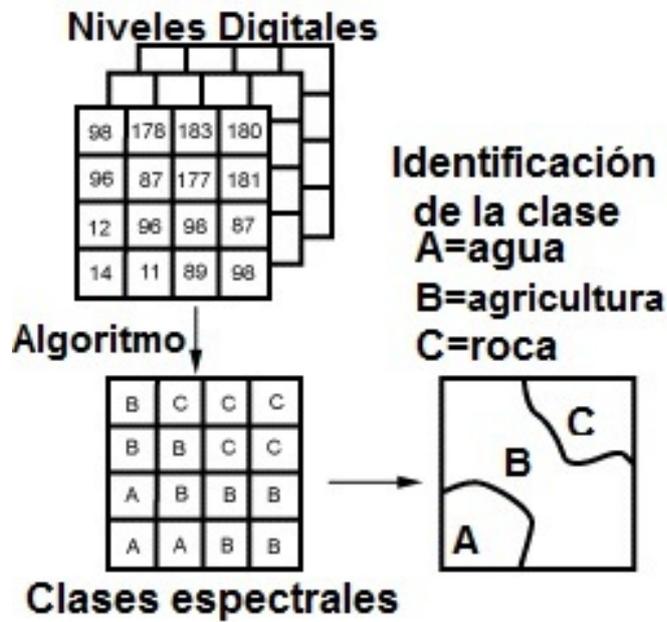
varios productos: la parte real $E_0 \cos \phi$ (componente en fase), la parte imaginaria $E_0 \sin \phi$ (componente en cuadratura), la amplitud, la fase ϕ o la intensidad $I = (E_0)^2$. Todos los productos son medidas válidas de las propiedades de dispersión de la superficie terrestre, pero tienen diferentes propiedades ante la percepción visual humana. En este trabajo se considera el formato intensidad.

Capítulo 3

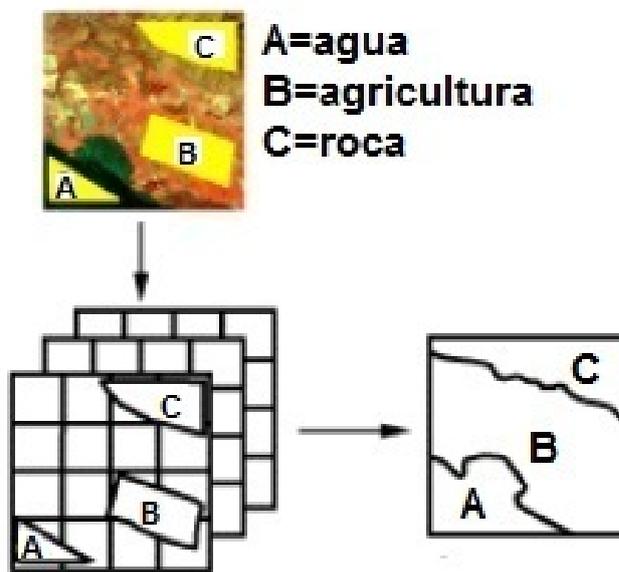
Clasificación basada en MRF

3.1. Clasificación digital de imágenes

El objetivo principal de la teledetección es interpretar los datos de una imagen a fin de extraer información sobre la porción de la superficie terrestre que está siendo censada. La interpretación visual es dificultosa, ya que el valor registrado en un pixel es el resultado de la suma de varias componentes. Además, las imágenes de radar se ven afectadas por la presencia del ruido speckle, un fenómeno producido por el propio sistema de adquisición, el cual le da un aspecto granulado que dificulta aún más su interpretación. El procesamiento digital de imágenes es la aplicación de técnicas matemáticas, estadísticas y computacionales, que permiten mejorar, corregir, analizar y extraer información de las imágenes captadas por los sensores a bordo de los satélites. Una de las grandes ventajas que posee el análisis de datos a través del procesamiento digital, es la de extraer información temática útil mediante la clasificación de imágenes. La clasificación es un concepto asociado al procesamiento digital de imágenes, que contempla los procedimientos mediante los cuales una computadora puede agrupar los pixeles de una imagen en categorías o clases. Se trata de un proceso de conversión de una imagen con información radiométrica, en otra del mismo tamaño en la cual el valor de cada pixel es una etiqueta que identifica la clase asignada al mismo. Es decir los datos son transformados en información temática (Fig 3.1-a).



(a)



(b)

Figura 3.1: a) Clasificación digital b) clasificación supervisada (Canada Centre for Remote Sensing (CCRS))

El procedimiento de clasificación supone dos fases: 1) definición de las clases y 2) adjudicación de cada uno de los píxeles de la imagen a las clases previamente definidas. Para llevar a cabo la fase 2 existen dos métodos: Clasificación supervisada y Clasificación no supervisada.

La clasificación supervisada se basa en la identificación de áreas en la imagen en las que se conoce a priori la clase a la que pertenecen (por ejemplo zona urbana, campo cultivado, agua, etc). Este conocimiento puede obtenerse mediante análisis in situ o fotografía aérea. Estas áreas se denominan “zonas de entrenamiento” porque sus características espectrales conocidas se usan para entrenar el algoritmo de clasificación, a fin de asignar una categoría al resto de los píxeles de la imagen (Fig 3.1-b). Uno de los algoritmos de clasificación supervisada más ampliamente usado es el de Máxima verosimilitud Gaussiana (MLG según su sigla en inglés), el cual asume que los datos de la imagen se distribuyen normalmente y cada clase es caracterizada por la media y la varianza (o matriz de covarianza en el caso multibanda), las cuales se estiman a partir de las muestras de entrenamiento. El algoritmo calcula, para cada píxel, la probabilidad de que provenga de cada una de las clases definidas en la imagen y lo asigna a la clase que maximiza dicha probabilidad.

En la clasificación no supervisada, no se requiere el conocimiento a priori de clases de entrenamiento. En estos procedimientos se utilizan algoritmos estadísticos de clasificación automática. Los más comunes son los algoritmos de clustering que dividen el espacio de las variables en una serie de regiones de manera que se minimice la variabilidad interna de los píxeles incluidos en cada región. El procedimiento consta de una serie de pasos, en cada paso se identifican los dos individuos más próximos, se hace una clase con ellos y se sustituyen por el centroide de la clase resultante. De este modo cada paso analiza un individuo menos que el anterior ya que los individuos van siendo sustituidos por clases. El proceso se detiene cuando se ha alcanzado un número de clases igual al número de clases que había sido establecido a priori.

Algoritmos de clasificación tales como el de cluster y MLG se denominan “píxel por píxel”, ya que cada píxel es clasificado individualmente sin tener en cuenta la información que brinda el contexto. Sin embargo, como es lógico suponer, píxeles vecinos tienden a pre-

sentar características espectrales similares. Por ejemplo si un pixel es de la clase “agua”, hay una alta probabilidad de que sus vecinos también lo sean. Los métodos que utilizan la información de los vecinos más cercanos para obtener la probabilidad condicional de un pixel se denominan “métodos de clasificación contextuales”. Estos métodos se originaron en la *física estadística*, donde los científicos estaban interesados en estudiar sistemas de partículas distribuidas en arreglos bidimensionales. Estos sistemas físicos de partículas fueron completamente caracterizadas por una *función de energía* global, a través de la distribución de Gibbs. Por un largo tiempo, el uso de modelos espaciales quedó restringido al análisis de esas entidades físicas. Más tarde, con los avances en el campo de probabilidad y estadística, tales como el teorema de Hammersley and Clifford (1971) y el desarrollo de métodos de simulación Monte Carlo basados en cadenas de Markov ([37]; [20]; [52]), la teoría de Campos aleatorios de Markov (MRF) se convierte en un tópico central con aplicaciones en procesamiento de imágenes, visión computacional, teoría de juegos etc. Estos avances han llevado a un gran número de metodologías, especialmente en aplicaciones estadísticas concernientes a modelos contextuales para analizar datos con dependencia de tipo espacial. En el contexto de procesamiento de imágenes, Geman y Geman ([20]) proponen aplicar la teoría de campos de Markov, proveniente de la mecánica estadística, al problema de restauración de imágenes, ya que los campos aleatorios markovianos proporcionan medidas de probabilidad sobre un dominio de definición que tenga relaciones de tipo espacial o temporal.

Por otro lado, en procesamiento de imágenes el paradigma bayesiano define un elegante marco para resolver el problema de obtener una imagen de clases o mapa temático a partir de una imagen observada, por medio de incorporar conocimiento *a priori* en la forma de *probabilidad a priori*. Las siguientes secciones presentan una introducción al enfoque bayesiano y a la teoría de campos aleatorios markovianos respectivamente.

3.2. Reconstrucción bayesiana de imágenes

La filosofía bayesiana parte de considerar al parámetro a estimar como una realización de una variable aleatoria, θ , de la cual se tiene cierto conocimiento a priori, y éste queda reflejado en la función de densidad de dicha variable $f(\theta)$. La muestra observada es, asimismo una realización de una variable aleatoria, X , la cual tiene un comportamiento probabilístico que depende del parámetro a determinar a través de la función de densidad de los datos condicionada a dicho parámetro, $f(x|\theta)$. El planteamiento bayesiano no hace otra cosa sino ver cómo cambia nuestro conocimiento probabilístico del parámetro θ una vez que se ha observado el valor que ha tomado la variable X . Este nuevo conocimiento sobre la distribución del parámetro queda reflejado en la función de densidad *a posteriori* del parámetro, la cual, en virtud del teorema de Bayes, puede escribirse

$$f(\theta|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|\theta)}{f(\mathbf{x})} \quad (3.1)$$

La calidad del estimador comúnmente se mide a partir del *costo del error*, el cual se define como una función de la diferencia entre el valor de la variable y del estimador:

$$c(\epsilon) = c(\theta - \hat{\theta}(\mathbf{x})) \quad (3.2)$$

Al costo medio se lo denomina *riesgo*, y se escribe

$$\begin{aligned} E(c(\epsilon)) &= E\left(c(\theta - \hat{\theta}(\mathbf{x}))\right) = \int c(\theta - \hat{\theta}(\mathbf{x})) f(\mathbf{x}, \theta) d\mathbf{x} d\theta \\ &= \int c(\theta - \hat{\theta}(\mathbf{x})) f(\mathbf{x}|\theta) f(\theta) d\mathbf{x} d\theta \end{aligned}$$

Por tanto, los estimadores bayesianos se construirán en base a la función de densidad *a posteriori*, y su forma será una u otra en función del costo del error $c(\epsilon)$ que se considere en cada caso. Si se considera $c(\epsilon) = 1$ si $|\epsilon| > \delta$ y $c(\epsilon) = 0$ si $|\epsilon| \leq \delta$, con el umbral δ arbitrariamente pequeño, esto es si el costo es no nulo tan pronto como se cometa un mínimo error en la estimación, el estimador bayesiano resultante es la moda de la distribución *a posteriori*

$$\hat{\theta}_{MAP} = \arg \max_{\theta} f(\theta | \mathbf{x}) \quad (3.3)$$

A este estimador se le denomina *estimador máximo a posteriori* MAP.

En el contexto de restauración de imágenes, adoptamos la siguiente notación:

- Imagen observada: denotaremos con \mathbf{y} a la matriz de datos (imagen) obtenida a partir del proceso de teledetección, que contiene en cada una de sus entradas la intensidad de la señal recibida por el sensor.
- Imagen de clases o etiquetas: denotaremos con \mathbf{x} a la matriz (imagen) que contiene en cada una de sus entradas una etiqueta que se corresponde con el tipo de cobertura presente en el terreno. Es decir $x_{i,j} \in \Lambda; \forall 1 \leq i, j, \leq N$, donde N denota la cantidad de filas y columnas de la imagen y $\Lambda = \{1, \dots, M\}$ el conjunto de etiquetas. Esta imagen, también llamada *textura* o *configuración* es inobservable y por lo tanto desconocida.

El problema es estimar la imagen desconocida \mathbf{x} a partir de la imagen ruidosa observada \mathbf{y} . El estimador bayesiano MAP será la configuración \mathbf{x} que maximice

$$P_{X|Y=\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \frac{f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y})\pi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{y})} \propto f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y})\pi(\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

donde $P_{X|Y}$ es la distribución de las configuraciones \mathbf{x} dada la observación \mathbf{y} , llamada *distribución a posteriori*, π es la distribución de las configuraciones \mathbf{x} , llamada *distribución a priori* y $f_{Y|X}$ es la función de densidad de probabilidad del espacio de observaciones dada la configuración \mathbf{x} , llamada *verosimilitud*.

En general, el espacio de configuraciones es demasiado grande y hallar la configuración que maximiza la distribución a posteriori es computacionalmente inviable. Geman y Geman propusieron un algoritmo iterativo el cual permite maximizar ciertas distribuciones especiales llamadas *de Gibbs*, las que a su vez son casos particulares de campos aleatorios markovianos. El algoritmo genera una secuencia de configuraciones que constituyen una cadena de Markov y usando los teoremas de convergencia de las cadenas de Markov se

puede demostrar que la secuencia converge a un máximo de la distribución de Gibbs. A continuación se presenta una introducción a la teoría de cadenas de Markov y de campos aleatorios markovianos en el contexto de procesamiento de imágenes.

3.3. Cadenas de Markov

Consideremos un sistema que varía aleatoriamente con el transcurso del tiempo. Los modelos matemáticos asociados a tales sistemas son llamados *Procesos Estocásticos*. Un proceso estocástico puede ser definido como cualquier colección de variables aleatorias $\{X_t\}_{t \in T}$ definidas sobre un espacio de probabilidad común, $(\Omega, \mathcal{B}, \mathcal{P})$, donde T puede ser pensado como el conjunto sobre el cual varía el tiempo. Si T es un conjunto de números enteros decimos que tenemos un proceso estocástico a parámetro discreto. Asumiremos que en cada instante de tiempo, n , el sistema puede presentar un número finito o infinito numerable de estados, por lo cual las variables aleatorias X_n serán discretas. Llamaremos Λ al conjunto de estados.

Muchos procesos estocásticos tienen la propiedad de que dado el estado presente del sistema, la historia, es decir su pasado, no afecta su estado futuro. Tales procesos son llamados *Procesos Estocásticos de Markov*. Los procesos de Markov a parámetro discreto y tal que las variables involucradas asumen a lo sumo un número infinito numerable de estados son llamados *Cadenas de Markov*. Para precisar, la propiedad de Markov está dada por el siguiente requerimiento:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_0 = x_0 \cdots X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n) \quad (3.5)$$

para cualquier elección $n \geq 0$ y $x_0 \cdots, x_{n+1}$ en Λ . Los números $P(X_{n+1} = j | X_n = i)$ se denominan *probabilidad de transición de la cadena* del estado i al estado j en un paso y la cadena se dirá *homogénea* cuando esta probabilidad sea independiente de $n \forall i, j \in \Lambda$

Definición 3.1. Sea $\{X_n\}$ una cadena de Markov con espacio de estados Λ . La función $P(x, y) = P(X_1 = y | X_0 = x)$ es llamada la *función de transición de la cadena* o *kernel de Markov*.

Como trabajaremos con cadenas homogéneas se cumple que

$$P(X_{n+1} = y | X_n = x) = P(x, y), \forall n \geq 1 \quad (3.6)$$

Luego, la propiedad de Markov dice que si la cadena está en el estado x en el instante n , no interesa cómo llegó allí, tiene probabilidad $P(x, y)$ de estar en estado y en el próximo paso.

La función de transición de la cadena se puede representar mediante una matriz cuadrada \mathbf{P} llamada *matriz de transición*. La matriz \mathbf{P} tiene entradas $p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$, que representan la probabilidad de pasar del estado i al estado j en un paso. Por ejemplo, supongamos que el espacio de estados es finito, digamos $\Lambda = \{0, 1, \dots, d\}$, entonces la función de transición en un paso se puede representar como una matriz cuadrada de $d+1$ filas y columnas:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) & \cdots & P(0,d) \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ P(d,0) & P(d,1) & \cdots & P(d,d) \end{bmatrix}$$

La probabilidad de pasar del estado i al estado j en dos pasos será

$$p_{ij}^2 = \sum_{k=1}^d p_{ik} p_{kj} \quad (3.7)$$

que son las entradas de la matriz \mathbf{P}^2 . En general, la probabilidad de transición p_{ij}^n en n pasos son las entradas de la matriz \mathbf{P}^n , lo cual nos dice que calcular la probabilidad de los estados futuros es sólo una multiplicación de matrices.

Definición 3.2. La función $\pi_0(x)$ con $x \in \Lambda$ definida por

$$\pi_0(x) = P(X_0 = x) \forall x \in \Lambda \quad (3.8)$$

es llamada *distribución inicial de la cadena*.

La distribución inicial de la cadena puede pensarse como un vector fila de dimensión $d + 1$

$$\pi_0 = (\pi_0(0), \dots, \pi_0(d)) \quad (3.9)$$

Luego podemos calcular la distribución de X_n en términos de la distribución inicial y la función de transición en el n -ésimo paso como sigue:

$$P(X_n = j) = \sum_{i=0}^d \pi_0(i) p_{ij}^n \quad (3.10)$$

Si π_n , $n \geq 1$, denota al vector fila

$$\pi_n = (P(X_n = 0), \dots, P(X_n = d)) \quad (3.11)$$

entonces 3.10 puede escribirse como

$$\pi_n = \pi_0 P^n \quad (3.12)$$

En caso de que el espacio de estado fuera infinito, pensaremos las matrices \mathbf{P} y \mathbf{P}^n como matrices cuadradas infinitas.

Un kernel de Markov se dice que es *primitivo* si tiene una potencia \mathbf{P}^n estrictamente positiva, o sea si la matriz tiene entradas positivas, lo cual significa que la cadena puede alcanzar en algún momento cualquier estado con probabilidad positiva desde cualquier estado. Desde un punto de vista probabilístico, cuando la matriz de las probabilidades de transición es primitiva se dice que la cadena es irreducible y aperiódica. Por otro lado, si π es una distribución de probabilidad sobre Λ y \mathbf{P} un kernel de Markov en Λ , se dice que π es *invariante* para \mathbf{P} si y sólo si $\pi \mathbf{P} = \pi$. El siguiente teorema establece un resultado importante sobre la convergencia de cadenas de Markov.

Teorema 3.1. *Un kernel de Markov \mathbf{P} primitivo en Λ^S tiene una única distribución invariante π y*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nu \mathbf{P}^n = \pi \quad (3.13)$$

en L^1 uniformemente en todas las distribuciones ν en Λ .

3.4. Campos Aleatorios de Markov y campos de Gibbs

Se presentarán en esta sección algunas nociones elementales sobre campos aleatorios de Markov (MRF según su sigla en inglés) y campos de Gibbs. Las mismas se desarrollan en el contexto de imágenes, las cuales serán pensadas como elementos de un espacio producto finito.

Sea $S = \{(i, j) / i = 0, 1, \dots, N_1 - 1; j = 0, 1, \dots, N_2 - 1\}$ un conjunto finito (conjunto de pixeles de la imagen) y $\Lambda \subset \mathbb{R}$ un conjunto finito que corresponde a los niveles de gris de un pixel. Definimos

$$\Lambda^S = \{\mathbf{x} : S \rightarrow \Lambda\} \quad (3.14)$$

Desde el punto de vista de la aplicación Λ^S es el conjunto de todas las configuraciones (imágenes) posibles. Consideramos a Λ^S como espacio medible con la σ -álgebra de todos sus subconjuntos. Sea π una medida de probabilidad sobre Λ^S , esto es $\pi(\mathbf{x}) \geq 0 \forall \mathbf{x} \in \Lambda^S$, y $\sum_{\mathbf{x} \in \Lambda^S} \pi(\mathbf{x}) = 1$.

Definición 3.3. Sea (Ω, A, P) un espacio de probabilidades. Un campo aleatorio es una función medible $X : \Omega \rightarrow \Lambda^S$

Denotaremos $\pi(\mathbf{x}) = P_X(\mathbf{X} = \mathbf{x})$ y supondremos que $\pi(\mathbf{x}) > 0$ para toda configuración $\mathbf{x} \in \Lambda^S$.

Definición 3.4. Sea π una probabilidad nunca nula sobre Λ^S . Se denomina familia de características locales asociada a π a la familia $\{\pi_s(\mathbf{x}) : s \in S\}$ donde

$$\pi_s(\mathbf{x}) = \pi(\{\mathbf{y} \in \Lambda^S : \mathbf{y}(s) = \mathbf{x}(s)\} | \{\mathbf{y} \in \Lambda^S : \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), t \neq s\}) \quad (3.15)$$

Estas características expresan la probabilidad de que un pixel tome un determinado valor condicionada al resto de la textura.

Proposición 3.1. Sean π y μ dos probabilidades nunca nulas sobre Λ^S . Si π_s y μ_s son iguales para todo $s \in S$, entonces π y μ coinciden.

Dado que en general las dependencias en S van a ser locales, es decir que un pixel va a depender de los pixeles cercanos, vamos a definir para cada posición $s \in S$ un conjunto $V_s \subset S$, que corresponde a las posiciones de S de las que s depende.

Definición 3.5. *Un sistema de vecindario es una colección $\mathcal{V} = \{V_s : s \in S\}$ de subconjuntos de S que cumple que:*

- $s \notin V_s$
- $s \in V_t \Leftrightarrow t \in V_s$

El conjunto V_s se denomina vecindario de s y cada uno de sus elementos se denominan vecinos de s . Un subconjunto $\mathcal{C} \subset S$ es un *clique* si dos elementos cualesquiera de \mathcal{C} diferentes entre sí son vecinos. El conjunto de todos los cliques de S lo vamos a denotar \mathcal{C} .

Ejemplo 3.1. *Sea \mathbf{x} un campo aleatorio definido sobre S . Para cada $s = (s_1; s_2) \in S$ definimos $V_s = \{t = (t_1; t_2) \in S / \|s - t\| = |s_1 - t_1| + |s_2 - t_2| = 1\}$. Entonces $\mathcal{V} = \{V_s : s \in S\}$ es un sistema de vecindario. Sean*

$$C_1(s) = \{s; s + e_1\} \quad y \quad C_2 = \{s; s + e_2\}$$

con $e_1 = (1; 0)$ y $e_2 = (0; 1)$. Entonces $\mathcal{C} = \{C_i(s) / i = 1, 2; s \in S\}$ es el conjunto de todos los cliques para este sistema de vecindario.

Para definir el vecindario en esta tesis se utilizará la norma 2. Sean $s = (i, j)$ y $t = (k, l)$ dos pixels tales que $t \in V_s$; se define el orden c del vecindario como el menor entero que cumpla

$$c \geq (k - i)^2 + (l - j)^2 \tag{3.16}$$

para todos los vecinos t de s . En las Figuras 3.2 y 3.3 se pueden ver los vecindarios de orden 1 y 2 con los cliques respectivos. El punto negro representa el pixel s y los puntos blancos cada uno de los pixeles t vecinos de s . La relación de vecindario induce un grafo no dirigido con nodos $s \in S$ y enlace entre s y t si y sólo si s y t son vecinos. Todo grafo no dirigido induce un sistema de vecindario. Todos los conjuntos completos del grafo dan lugar a los cliques.

Definición 3.6. *Sea \mathcal{V} un sistema de vecindario y π una probabilidad nunca nula sobre Λ^S . Diremos que π es markoviana si:*

$$\pi_s(\mathbf{x}) = \pi(\{\mathbf{y} \in \Lambda^S : \mathbf{y}(s) = \mathbf{x}(s)\} | \{\mathbf{y} \in \Lambda^S : \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), t \in V_s\}) \tag{3.17}$$

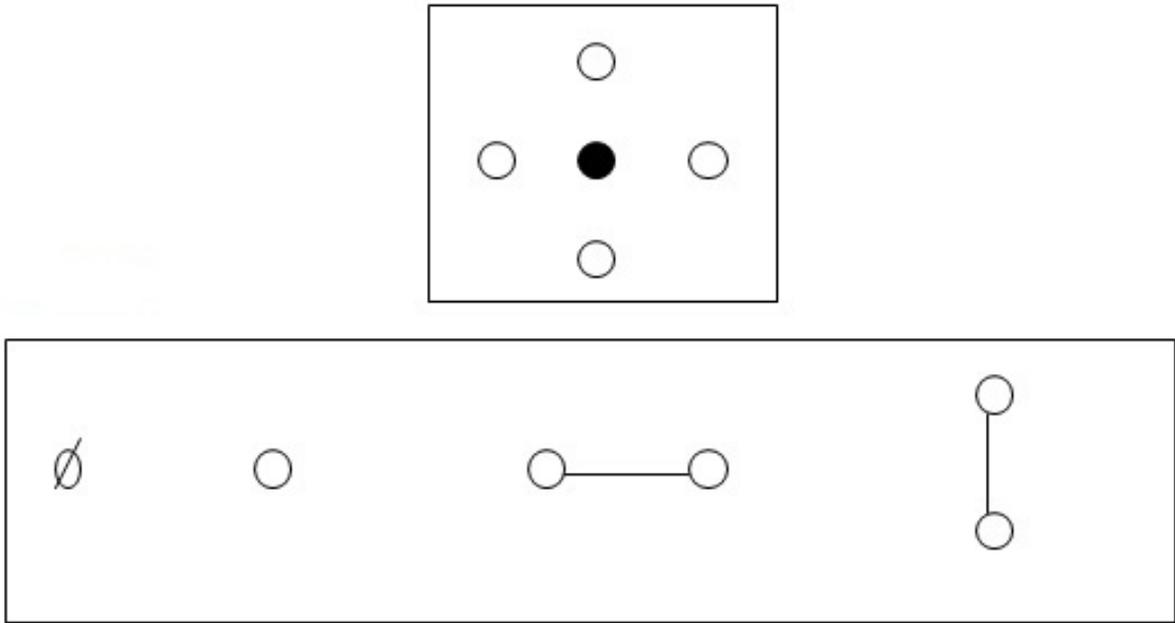


Figura 3.2: Vecindad de orden 1 y tipos de cliques

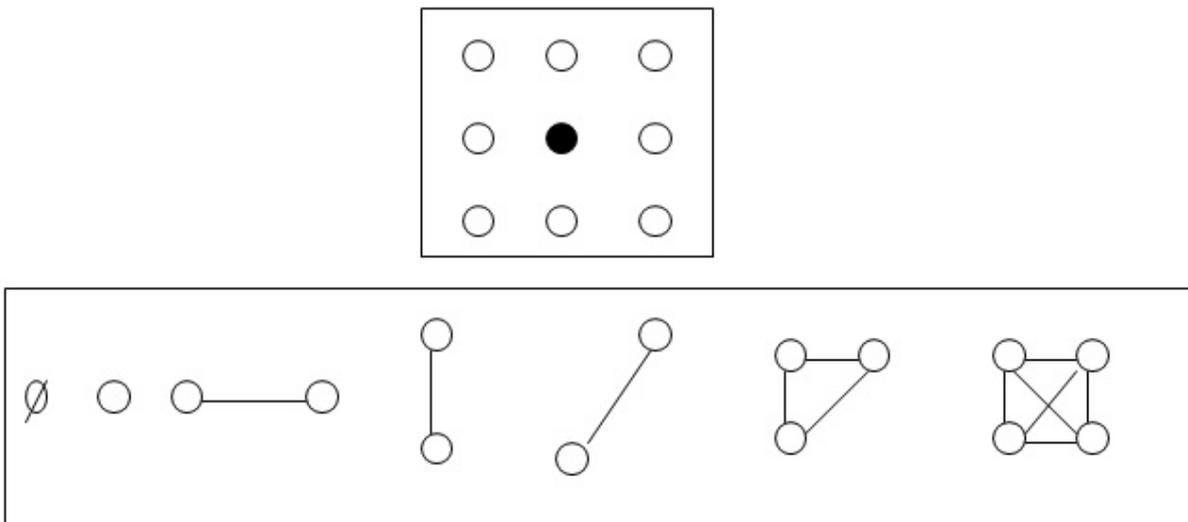


Figura 3.3: Vecindad de orden 2 y tipos de cliques

Definición 3.7. Sea \mathcal{V} un sistema de vecindarios. Diremos que X es un campo aleatorio markoviano con respecto a \mathcal{V} si π es markoviana.

El concepto de MRF es una generalización de cadenas de Markov, ya que una cadena es una secuencia de variables $\{X_1, X_2; \dots, X_n, \dots\}$ indexadas sobre un conjunto de tiempos $\{1, \dots, n, \dots\}$ y un MRF es una secuencia de variables en la cual se consideran índices espaciales.

Nota 3.1. En la literatura es común que se use la sigla MRF para referirse a la probabilidad definida sobre un campo markoviano. ([7], [58]).

Sea $A \subset S$, definimos $\mathbf{x}^A : S \rightarrow \Lambda$ de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}^A(s) = \begin{cases} \mathbf{x}(s) & \text{si } s \in A \\ 0 & \text{si } s \notin A \end{cases} \quad \forall s \in S \quad (3.18)$$

Definición 3.8. Un potencial U es una familia $\{U_A, A \subset S\}$ de funciones de Λ^S en \mathbb{R} , llamadas funciones potenciales, tales que:

- $U_\emptyset(\mathbf{x}) = 0$
- $U_A(\mathbf{x}) = U_A(\mathbf{y}) \Leftrightarrow \mathbf{x}^A = \mathbf{y}^A$

Dado que hay una función U_A para cada subconjunto $A \subset S$, el número de funciones potenciales es igual al número de subconjuntos posibles de S , que es $2^{|S|}$.

Definición 3.9. Dado un potencial U , se llama función de energía asociada a U , a la función H con valores en \mathbb{R} definida sobre Λ^S por

$$H(\mathbf{x}) = \sum_{A \subset S} U_A(\mathbf{x}) \quad (3.19)$$

Definición 3.10. Dado un sistema de vecindario \mathcal{V} , un potencial U es un potencial de vecindario con respecto a \mathcal{V} si $U_A(\mathbf{x}) = 0$, siempre que A no sea un clique para ese sistema de vecindario, es decir siempre que $A \notin \mathcal{C}$.

Ejemplo 3.2. En la situación del Ejemplo 3.1 supongamos que el espacio de estado es binario, por ejemplo $\Lambda = \{-1; 1\}$. Para cada $i = 1, 2$ y $s \in S$ definimos

$$U_{C_i(s)}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \beta \mathbf{x}(s) \mathbf{x}(t) & \text{si } t \in C_i(s) \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

el potencial $U = \{U_{C_i(s)}/i = 1, 2; s \in S\}$ es un potencial de vecindario. Este potencial toma el valor β si $\mathbf{x}(s)$ y $\mathbf{x}(t)$ son iguales, es decir si pertenecen a la misma clase y $-\beta$ si $\mathbf{x}(s)$ y $\mathbf{x}(t)$ pertenecen a clases distintas.

El cardinal de un potencial de vecindario es considerablemente menor, ya que de todos los subconjuntos $A \subset S$ sólo es necesario considerar los dados por el conjunto de los cliques \mathcal{C} . Esto simplifica notablemente la expresión de la función de energía, la cual se reduce a:

$$H(\mathbf{x}) = \sum_{C \in \mathcal{C}} U_C(\mathbf{x}) \quad (3.20)$$

Definición 3.11. Sea \mathcal{V} un sistema de vecindario, U un potencial de vecindario con respecto a \mathcal{V} . Se dice que una distribución de probabilidad π es un campo aleatorio de Gibbs (GRF según su sigla en inglés) con respecto a \mathcal{V} y U si se puede poner de la forma

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-H(\mathbf{x}))}{W} \quad (3.21)$$

donde H es la función de energía que induce el campo y W es la función de partición dada por

$$W = \sum_{z \in \Lambda^S} \exp(-H(\mathbf{z})) \quad (3.22)$$

Ejemplo 3.3. Dado el potencial de vecindario definido en el Ejemplo 3.2, la función de energía asociada es

$$H(\mathbf{x}) = \sum_{C \in \mathcal{C}} U_C(\mathbf{x}) = \sum_{\|t-s\|=1} \beta \mathbf{x}(s) \mathbf{x}(t) = \sum_{s \in S} \sum_{t \in V_s} \beta \mathbf{x}(s) \mathbf{x}(t)$$

y la función de partición es

$$W = \sum_{z \in \Lambda^S} \exp\left(\sum_{\|t-s\|=1} -\beta z(s) z(t)\right)$$

Luego la función $\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-H(\mathbf{x}))}{W}$ es un GRF.

En general la relación entre un GRF y un potencial no es unívoca, es decir dos potenciales diferentes pueden inducir el mismo GRF; para evitar esta ambigüedad el potencial se normaliza. Para ello fijamos un elemento de referencia arbitrario en Λ , por ejemplo $\lambda = 0$ supuesto el caso que $0 \in \Lambda$

Definición 3.12. Sea U un potencial. Se dice que U está normalizado si $U_A(\mathbf{x}) = 0$ siempre que $\mathbf{x}_s = 0$ para algún $s \in A$

La función energética inducida por el potencial normalizado se llama energía normalizada y la relación entre un GRF y la energía normalizada es unívoca, tal como establece la siguiente proposición:

Proposición 3.2. Sea π una probabilidad nunca nula sobre Λ^S y \mathcal{V} un sistema de vecindario sobre S . $\forall A \subset S$ y $\forall \mathbf{x} \in \Lambda^S$ definimos

1. $U_A(\mathbf{x}) = 0$ si $A = \emptyset$

- 2.

$$U_A(\mathbf{x}) = - \sum_{B \subset A} (-1)^{|A-B|} \ln(\pi(\mathbf{x}^B)) \quad (3.23)$$

si $A \neq \emptyset$

Entonces:

- $U = \{U_A, A \subset S\}$ es un potencial de vecindario normalizado, llamado potencial canónico de π .
- π es una distribución de Gibbs con respecto a U y al sistema de vecindario \mathcal{V} .
- Si W es otro potencial normalizado tal que π es de Gibbs con respecto a W y \mathcal{V} , entonces $U = W$.

Proposición 3.3. Sea $U = \{U_A, A \subset S\}$ con U_A definida como en (3.22). Se cumple que

$$U_A(\mathbf{x}) = - \sum_{B \subset A} (-1)^{|A/B|} \ln(\pi(\{\mathbf{y} : \mathbf{y}_s = \mathbf{x}_s^B\} | \{\mathbf{y} : \mathbf{y}_t = \mathbf{x}_t^B, t \neq s\})) \quad (3.24)$$

para todo $s \in A$

El siguiente resultado, que se conoce como *el teorema de equivalencia o de Hammersley y Clifford* establece la relación entre GRFs y MRFs:

Teorema 3.2. *Sea \mathcal{V} un sistema de vecindario en S y π un campo aleatorio sobre Λ^S . Entonces:*

1. *Si existe un potencial de vecindario U tal que π es de Gibbs con respecto a \mathcal{V} y U , entonces π es markoviana.*
2. *Recíprocamente: si π es markoviana con respecto al sistema de vecindario \mathcal{V} , entonces (3.22) es un potencial de vecindario normalizado y π es de Gibbs con respecto a este potencial y al sistema de vecindario \mathcal{V} .*

La gran utilidad de este teorema radica en que provee una manera simple y práctica de calcular las características locales de un MRF tal como muestra la siguiente proposición:

Proposición 3.4. *Sea un sistema de vecindario \mathcal{V} en S y π un campo aleatorio sobre Λ^S , U un potencial de vecindario con respecto a \mathcal{V} tal que π es de Gibbs con respecto a \mathcal{V} y U . Entonces para cada \mathbf{x} en Λ^S y s en S , las características locales definidas en 3.15 vienen dadas por la siguiente expresión*

$$\Pi_s(\mathbf{x}) = \frac{\exp\left(-\sum_{C \in \mathcal{C}; s \in C} U_C(\mathbf{x})\right)}{\sum_{\lambda \in \Lambda} \exp\left(-\sum_{C \in \mathcal{C}; s \in C} U_C(I_{\{s\}}(\lambda, \mathbf{x}))\right)} \quad (3.25)$$

donde

$$I_s(\lambda, \mathbf{x})(t) = \begin{cases} \lambda & \text{si } t = s \\ \mathbf{x}(t) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ejemplo 3.4. *Para el GRF definido en el Ejemplo 3.3, las características locales son*

$$\pi_s(\mathbf{x}) = \frac{\exp\left(-\beta \sum_{t \in V_s} \mathbf{x}(s) \mathbf{x}(t)\right)}{\sum_{\lambda \in \Lambda} \exp\left(-\beta \sum_{t \in V_s} \mathbf{x}(t) \lambda\right)}$$

$\pi_s(\mathbf{x}) = \pi_s(I_s(\lambda, \mathbf{x}))$ con $\lambda \in \Lambda$, es la probabilidad de que la textura \mathbf{x} tome el valor λ en el pixel s condicionada a la vecindad V_s . Para $\lambda = 1$, por ejemplo, se tiene

$$\pi_s(I_s(1, \mathbf{x})) = \pi_s(\mathbf{x}(s) = 1 | (\mathbf{x}(t))_{t \in V_s}) = \frac{\exp(-\beta \sum_{t \in V_s} \mathbf{x}(t))}{\exp(\beta \sum_{t \in V_s} \mathbf{x}(t)) + \exp(-\beta \sum_{t \in V_s} \mathbf{x}(t))}$$

Tal como se explicó al final de la sección 3.2, en el problema de restauración propuesto por Geman y Geman, se tiene una observación ruidosa \mathbf{y} de una configuración (imagen) $\mathbf{x} \in \Lambda^S$, y el objetivo es determinar la configuración que maximiza la distribución a posteriori de \mathbf{x} dada la observación \mathbf{y} (problema de estimación MAP). Debido a que el espacio de configuraciones es demasiado grande, es imposible determinar una realización de la distribución de forma directa. Geman y Geman en [20] propusieron un algoritmo, denominado *Gibbs Sampler* o *GS* el cual permite simular una realización de un GRF a partir de las características locales del campo, las cuales son muy fáciles de calcular, ya que la suma en el numerador de 3.25 tiene tantos sumandos como cliques contengan a s y la suma del denominador es sobre el conjunto de estados Λ . La Sección 3.4.1 describe brevemente este algoritmo y la 3.4.2 presenta una modificación bastante simple de GS, la cual da lugar al algoritmo denominado *simulated Annealing* o *SA* que permite maximizar globalmente funciones de Gibbs (o minimizar funciones de energía). Luego para resolver el problema de obtener el estimador MAP usando GS y SA necesitamos que la distribución a maximizar, en este caso la distribución a posteriori, sea de Gibbs. Recordemos que la expresión de dicha distribución, dada en 3.4 es

$$P_{X|Y=\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \frac{f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y})\pi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{y})} = \frac{f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y})\pi(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{z} \in \Lambda^S} \pi(\mathbf{z})f_{Y|Z=\mathbf{z}}(\mathbf{y})} \quad (3.26)$$

Si asumimos que \mathbf{x} es un MRF, el inciso 2 del Teorema de equivalencia de Hammersley y Clifford permite expresar la distribución a priori $\pi(\mathbf{x})$ de la siguiente manera:

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-H(\mathbf{x}))}{\sum_{\mathbf{y} \in \Lambda^S} \exp(-H(\mathbf{y}))} \quad (3.27)$$

Luego el numerador de 3.26 se puede escribir de la siguiente manera:

$$f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y})\pi(\mathbf{x}) = \exp\left(-H(\mathbf{x}) + \ln f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y}) - \ln \sum_{\mathbf{y} \in \Lambda^S} \exp(-H(\mathbf{y}))\right) \quad (3.28)$$

si llamamos $H_{X|Y}$ al argumento de la función exponencial de la ecuación anterior y hacemos un razonamiento análogo para el denominador de 3.26, ésta se puede expresar como

$$P_{X|Y=\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-H_{X|Y=\mathbf{y}}(\mathbf{x}))}{\sum_{\mathbf{z} \in \Lambda^S} \exp(-H_{Z|Y=\mathbf{y}}(\mathbf{z}))} \quad (3.29)$$

Este resultado da lugar al siguiente teorema:

Teorema 3.3. *Sea f_Y la función de densidad de probabilidad que modela los datos de una imagen ruidosa observada \mathbf{y} . \mathbf{x} la imagen de clases asociada a \mathbf{y} un GRF con distribución π . Entonces la distribución a posteriori $P_{X|Y=\mathbf{y}}$ es de Gibbs con función de energía*

$$H_{X|Y=\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = H_X(\mathbf{x}) - \ln f_{Y|X=\mathbf{x}}(\mathbf{y}) + c(\mathbf{y}) \quad (3.30)$$

donde H_X es la función de energía que define la distribución a priori π y $f_{Y|X=\mathbf{x}}$ es la función de densidad de probabilidad del espacio de observaciones dada la configuración \mathbf{x} .

Como $c(\mathbf{y})$ es constante con respecto a \mathbf{x} , este término se descarta en el proceso de minimización de H

3.4.1. Algoritmo GS

Muestrear un GRF π en Λ^S dado por

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-H(\mathbf{x}))}{W} \quad (3.31)$$

es imposible puesto que el espacio de configuraciones es demasiado grande y en particular la función de partición es computacionalmente intratable. Por ejemplo si $|S| = 10000$, lo

cual equivale a una imagen pequeña de tamaño 100, y $|\Lambda| = 5$, se tiene que $|\Lambda^S| = 5^{10000}$. La forma de resolver el problema es simular una cadena de Markov computacionalmente viable con distribución límite π . El teorema 3.1 indica que debemos buscar un kernel de Markov \mathbf{P} primitivo para el que π sea la distribución invariante. Esto se va a poder hacer a partir de las características locales de π .

Definición 3.13. *Un esquema de visita es una enumeración $\{s_1, \dots, s_{|S|}\}$ de S . Para simplificar denotamos al esquema de visita con $S = \{1, \dots, |S|\}$.*

Definición 3.14. *Sea π un GRF en Λ^S . Sea $S = \{1, \dots, |S|\}$ un esquema de visita. Para cada k se define el kernel de Markov $P_k : \Lambda^S \times \Lambda^S \rightarrow [0, 1]$ de la siguiente manera:*

$$P_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} \pi_{s_k}(\mathbf{x}) & \text{si } \mathbf{x}(t) = \mathbf{y}(t), \forall t \neq s_k \\ 0 & \text{c.c} \end{cases} \quad (3.32)$$

donde π_s son las características locales dadas por la ecuación 3.25.

De acuerdo a esta probabilidad de transición, determinar la configuración \mathbf{y} a partir de la configuración \mathbf{x} significa obtener una realización de $\pi_s(\mathbf{x})$, lo cual cambia \mathbf{x} a lo sumo en s , es decir el kernel de Markov sólo permite cambios al evolucionar de \mathbf{x} a \mathbf{y} en la posición s . Esto se puede hacer en un tiempo razonable puesto que el espacio de configuración de $\mathbf{x}(s)$ es pequeño. Para poder obtener una realización de la distribución 3.25 es necesario calcular $|\Lambda|$ probabilidades variando $\mathbf{x}(s)$ entre todos sus posibles valores y utilizando los valores $\mathbf{x}(t)$ del vecindario de s , $t \in V(s)$, como constantes. La función de partición es computacionalmente viable puesto que tiene un número de sumandos igual a $|\Lambda|$.

Cambiar la posición s a partir de la configuración \mathbf{x} siguiendo el kernel 3.32 se denomina *visita a la posición s* . Cuando todos los pixeles han sido visitados, según un esquema de visita determinado, se dice que se ha ejecutado un *barrido*. A continuación se define el kernel de Markov para pasar de un barrido al siguiente.

Definición 3.15. Sea π un GRF sobre Λ^S . Definimos un kernel de markov \mathbf{P} como

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{P}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})\mathbf{P}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdots \mathbf{P}_\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.33)$$

donde \mathbf{P}_k es la matriz con entradas definidas en 3.32, y $k \in S$.

Usando este kernel de Markov definimos una sucesión (\mathbf{x}_n) de configuraciones que sea una cadena de Markov, de la siguiente manera:

- Configuración inicial: Obtener \mathbf{x}_0 como una realización de alguna distribución inicial ν .
- barrido 1: Obtener \mathbf{x}_1 como una realización de la distribución $\nu \cdot \mathbf{P}$ de la siguiente manera:
 - para $1 \leq k \leq |S|$, obtener \mathbf{y}_k como una realización de $P_k(\mathbf{x}_0, \cdot)$ (ver 3.32), es decir actualizar la posición s_k de \mathbf{x}_0 muestreando de las características locales.
 - definir $\mathbf{x}_1 = \mathbf{y}_{|S|}$

...

- barrido n: obtener \mathbf{x}_n como una realización de la distribución $\nu \cdot \mathbf{P}^n$ de la siguiente manera:
 - para $1 \leq k \leq |S|$, obtener \mathbf{y}_k como una realización de $P_k(\mathbf{x}_{n-1}, \cdot)$, es decir actualizar la posición s_k de \mathbf{x}_{n-1} muestreando de las características locales.
 - definir $\mathbf{x}_n = \mathbf{y}_{|S|}$

Los siguientes resultados permiten establecer que después de un número “grande” de barridos obtenemos una realización de una distribución muy cercana a π .

Teorema 3.4. Sea π un GRF y π_s la familia de características locales asociadas a π . Se cumple que $\pi_s \cdot \pi = \pi$. Es decir π es invariante para sus características locales.

Usando este teorema podemos concluir que un GRF π es invariante para el kernel de Markov definido en 3.15. Además este kernel es estrictamente positivo, ya que para cada $s \in S$ la probabilidad de elegir y_s es estrictamente positiva. Así el siguiente Teorema es un caso especial del Teorema 3.1

Teorema 3.5. *Si π es un GRF en Λ^S y \mathbf{P} es el kernel de Markov en Λ^S , para cada barrido del esquema de visita $S = \{1, \dots, |S|\}$ definido por la ecuación 3.33 y cada $\mathbf{x} \in \Lambda^S$ se tiene que*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nu P^n = \pi \quad (3.34)$$

en L^1 uniformemente en todas las distribuciones ν en Λ^S .

3.4.2. Algoritmo SA

El cálculo de *estimadores máximo a posteriori* MAP para GRFs requiere la minimización de funciones de energía, lo cual puede ser una tarea excesivamente costosa en caso de que existan muchos mínimos locales. Una modificación simple del algoritmo GS da lugar a un algoritmo que al menos en teoría encuentra el mínimo en el espacio Λ^S con un costo razonable. El nombre de este algoritmo, *simulated annealing* (SA), se origina en el proceso físico de templado de metales, en el cual para conseguir que la estructura molecular del metal tenga las propiedades deseadas de resistencia o flexibilidad, es necesario controlar la velocidad del proceso de templado (enfriamiento). Siguiendo esta analogía el algoritmo SA consta de un esquema de descenso de temperatura, enfriamiento, que garantiza la convergencia a mínimos globales de la función de energía. SA es un algoritmo de descenso modificado por movimientos de ascenso al azar para escapar de mínimos locales que no son mínimos globales.

A continuación se describe el proceso:

Supongamos que tenemos un GRF π con función de energía H definido en el espacio de configuraciones Λ^S . Los mínimos de H corresponden con los máximos de π . Consideremos la familia de distribuciones $\{\pi^{1/T}(\mathbf{x})\}$ donde T es un parámetro de temperatura. Esto es equivalente a especificar la distribución de Gibbs

$$\pi^{1/T}(\mathbf{x}) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{T}H(\mathbf{x})\right)}{W^{1/T}} \quad (3.35)$$

donde la función de partición viene dada por

$$W^{1/T}(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{z} \in \Lambda^S} \exp\left(-\frac{1}{T}H(\mathbf{z})\right) \quad (3.36)$$

donde la distribución original ocurre cuando $T = 1$. El algoritmo SA consiste en hacer decrecer el parámetro T e ir muestreando de las sucesivas distribuciones $\pi^{1/T}$ mediante el algoritmo GS. Las muestras así generadas constituyen una cadena de Markov que converge a una realización de la distribución límite, esto es al mínimo de la función de energía. Todo lo antedicho se fundamenta mediante la siguiente proposición:

Proposición 3.5. *Sea π un GRF en Λ^S con función energética H . Sea $\mathbf{M} \subset \Lambda^S$ el conjunto de mínimos globales de H . Entonces*

$$\lim_{T \rightarrow 0} \pi^{1/T}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{|\mathbf{M}|} & \text{si } \mathbf{x} \in \mathbf{M} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.37)$$

Es decir, el GRF $\pi^{1/T}$ converge a la distribución uniforme en el conjunto de los minimizadores de la energía, \mathbf{M} , cuando $T \rightarrow 0$

Definición 3.16. *Un plan de enfriado es una secuencia decreciente de números reales positivos $T(n)$, para $n \geq 1$, siendo n el número de barrido del algoritmo GS. Para cada $n \geq 1$ definimos el kernel de Markov \mathbf{P}_n en Λ^S para el esquema de visita $S = \{1, \dots, |S|\}$ como*

$$\mathbf{P}_n^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{P}_1^{1/T(n)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{P}_2^{1/T(n)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdots \mathbf{P}_\sigma^{1/T(n)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.38)$$

donde $\mathbf{P}_k^{1/T(n)}$ son los kernels de Markov definidos a expensas de las características locales del GRF $\pi^{1/T(n)}$ como en 3.32.

El siguiente teorema es debido a Geman y Geman que propusieron el algoritmo que recibe el nombre de *Simulated Annealing* o *SA*.

Teorema 3.6. Sea $T(n)$, para $n \geq 1$ un plan de enfriado. Sea π un GRF en Λ^S con función de energía H con oscilación local máxima Δ y sea \mathbf{P}_n^* el kernel de Markov para cada barrido n del esquema de vista definido en 3.13. supongamos que existe un n_0 a partir del cual se cumple

$$T(n) \geq \frac{\Delta |S|}{\log(n+1)} \quad (3.39)$$

Entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nu \mathbf{P}_{1, \Delta}^* \cdots \mathbf{P}_n^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} \frac{1}{|\mathbf{M}|} & \text{si } \mathbf{x} \in \mathbf{M} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.40)$$

en L^1 uniformemente en todas las distribuciones ν .

Si por ejemplo $\Delta = 1$ y $|S| = 260^2$, para llegar a temperatura inversa de 10 se necesitarían $n \approx 10^{300000}$ barridos, lo que es computacionalmente inviable (ver [20]). En general el plan de enfriado que se sigue es $T(n) = \frac{C}{\log(1+n)}$ y la constante C se determina para que T asuma un valor razonable en un número viable de barridos.

El algoritmo SA tiene como desventaja el gran costo computacional, por la que en muchos trabajos de restauración de imágenes se utiliza el método ICM (iterated conditional modes). Si bien éste método es más rápido no provee la mejor solución en el sentido de que no siempre converge al máximo global de la distribución a posteriori. Por esta razón, y debido a que las imágenes utilizadas en esta tesis no son grandes, se utilizará el algoritmo SA.

3.4.3. Resumen del enfoque MAP-MRF

En este capítulo se mostró que el problema de obtener una imagen de clases (etiquetas) a partir de una imagen observada puede ser resuelto adoptando un enfoque MAP-MRF, el cual podemos resumir de la siguiente manera ([29])

1. Elegir una distribución inicial para la imagen de clases, pensada esta como un MRF.
2. Derivar la energía a posteriori para definir la solución MAP del problema.

3. Encontrar la solución MAP

El proceso para derivar la energía a posteriori se resume en los siguientes cuatro pasos:

1. Definir un sistema de vecindario \mathcal{V} sobre S y el conjunto de cliques sobre \mathcal{V}
2. Definir el potencial de vecindario U para construir la energía a priori H_X para el MRF \mathbf{X} dada por la expresión 3.20
3. Elegir una distribución apropiada para la imagen ruidosa observada dada la imagen de clases, $f_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}=\mathbf{x}}$.
4. Derivar la energía a posteriori $H_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}=\mathbf{y}}$ dada por la expresión 3.30

En el siguiente Capítulo se aborda el tema de las distribuciones consideradas para las imágenes observadas, la distribución a priori de la imagen de clases y se construye la distribución a posteriori para luego derivar el estimador MAP aplicando los algoritmos presentados en las secciones (3.3.1) y (3.3.2).

Capítulo 4

Clasificación multifuente

Las técnicas de fusión de imágenes combinan datos de múltiples fuentes con el objetivo de mejorar la interpretación de los datos de origen, y producir una representación visible de alta calidad de los mismos. Aunque fueron desarrolladas inicialmente para propósitos militares, en años recientes se han aplicado en diversas áreas incluyendo robótica [65], diagnósticos médicos [31], observación de la tierra y visión por computadora [64].

La fusión de datos de teledetección tiene como objetivo integrar la información adquirida con diferentes resoluciones espectrales de sensores montados en satélites o plataformas de aviones para producir datos fusionados que contienen información más detallada que cada una de las fuentes por separado. Por ejemplo, es bien sabido que los datos provenientes de sensores ópticos proveen información sobre la reflectividad y emisividad de las características de la superficie terrestre, mientras que los datos SAR contienen información sobre la textura y rugosidad de la superficie y sobre las propiedades dieléctricas tanto de la naturaleza como de objetos hechos por el hombre. Puesto que ambos sensores proveen información complementaria, es evidente que el uso combinado de imágenes ópticas y SAR resultará ventajoso, pues un objeto o característica de la superficie que es inobservable para un sensor óptico puede no serlo para el radar y viceversa [50].

En la literatura hay una gran variedad de propuestas de fusión de datos de teledetección basadas en un enfoque MAP-MRF, las cuales se diferencian principalmente en

- el modelo propuesto para las observaciones: Si bien las imágenes ópticas son mo-

deladas exitosamente por una distribución gaussiana multivariada, para describir datos SAR se han utilizado varios modelos tales como Rayleigh, Gamma, K, lognormal ([59], [40],[44], [62],[38]). En [55] se utiliza la distribución gamma generalizada que es un generalización de las distribuciones Rayleigh, log-normal, Nakagami y Weibull, la cual requiere la estimación de tres parámetros. En esta tesis se propone utilizar la distribución \mathcal{G}^0 para datos SAR la cual tiene como ventaja su capacidad para describir exitosamente distintos tipos de coberturas en la imagen con sólo dos parámetros ([35])

- El tipo de Estimador bayesiano utilizado: En la mayoría de los trabajos citados se utilizan los estimadores MAP y MPM, este último correspondiente a otra función de costo. En esta tesis se utiliza el estimador MAP.
- El algoritmo utilizado para obtener el estimador MAP: El más utilizado es ICM ya que es computacionalmente menos costoso que SA, no obstante usualmente termina en el mínimo local más cercano a la configuración inicial, por lo que es muy sensible a la elección de esta configuración y también al esquema de visita utilizado [58]. En general simulated annealing tiene un mejor desempeño y en [59] se propone una modificación para reducir el tiempo computacional. No obstante debido a que las imágenes utilizadas en esta tesis son de dimensiones pequeñas se utiliza el algoritmo SA clásico para obtener el estimador MAP.

En las siguientes secciones se presenta el enfoque MAP-MRF para datos multifuente y las distribuciones usadas en esta tesis.

Nota 4.1. *Para simplificar la escritura se ha hecho un cambio de notación para referirnos a las variables que conforman un campo. Por ejemplo, para las componentes del campo \mathbf{X} escribimos X_s en lugar de $\mathbf{X}(s)$*

4.1. Enfoque MAP-MRF para fusión de imágenes

Sean $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n)$ los datos adquiridos por los sensores $1, 2, \dots, n$ y \mathbf{x} la textura (imagen de clases) desconocida, todas ellas realizaciones de procesos estocásticos $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_n, \mathbf{X}$. El objetivo es encontrar la textura óptima \mathbf{x}^* basada en los datos observados por los n sensores. La optimización se llevará a cabo desde el punto de vista del estimador *máximo a posteriori* (MAP) (ver Sección 3.2), el cual se obtiene maximizando la distribución *a posteriori*

$$P_{\mathbf{X}|\tilde{\mathbf{Y}}=\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{x}) = \frac{f_{\tilde{\mathbf{Y}}|\mathbf{X}=\mathbf{x}}(\tilde{\mathbf{y}})\pi(\mathbf{x})}{f_{\tilde{\mathbf{Y}}}(\tilde{\mathbf{y}})} \quad (4.1)$$

donde $\tilde{\mathbf{Y}} = (\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_n)$, $f_{\tilde{\mathbf{Y}}}$ es la densidad conjunta de $\tilde{\mathbf{Y}}$ y $f_{\tilde{\mathbf{Y}}|\mathbf{X}=\mathbf{x}}$ la densidad conjunta condicionada a la imagen de clases \mathbf{x} .

Asumiendo que las mediciones de los diferentes sensores son condicionalmente independientes, dado \mathbf{x} , la densidad conjunta condicional puede ser expresada como el producto de las densidades condicionales de cada sensor o fuente por separado, y por lo tanto el estimador MAP se obtiene maximizando

$$P_{\mathbf{X}|\tilde{\mathbf{Y}}=\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{x}) = f_{\mathbf{Y}_1|\mathbf{x}}(\mathbf{y}_1) \cdots f_{\mathbf{Y}_n|\mathbf{x}}(\mathbf{y}_n)\pi(\mathbf{x}) \quad (4.2)$$

Si asumimos que π es un MRF, el Teorema 3.3 implica que maximizar 4.2 es equivalente a minimizar la función de energía *a posteriori*

$$H_{\mathbf{X}|\tilde{\mathbf{Y}}=\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{x}) = H_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^n \ln(f_{\mathbf{Y}_i|\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i)) \quad (4.3)$$

donde H es la energía de la distribución *a priori* π .

4.1.1. Distribución *a priori*: el modelo de Potts

En una imagen de clases es natural asumir que el valor de un pixel (etiqueta) sólo depende de los valores de los pixeles vecinos y es independiente del resto de la imagen, es decir las dependencias en S son de tipo espacial. Por esta razón asumimos que una imagen de clases \mathbf{x} es un MRF. Luego, en virtud del Teorema de Hammersley y Clifford (Teorema

3.2) la distribución *a priori* π es un GRF y queda unívocamente determinado por sus características locales. Uno de los GRF más ampliamente usados para esta distribución es el modelo de Potts, cuyas características locales vienen dadas por:

$$\pi_s(\mathbf{x}) = \pi(x_s = \lambda | (x_t)_{t \in V_s}) = \frac{\exp(\beta \sum_{t \in V_s} [1 - \delta(x_t, \lambda)])}{\sum_{i=1}^{|\Lambda|} \exp(\beta \sum_{t \in V_s} [1 - \delta(x_t, i)])} \quad (4.4)$$

donde

$$\delta(x_t; x_s) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_t = x_s \\ 1 & \text{c.c} \end{cases}$$

y $\beta \in \mathbb{R}$ es el parámetro de dependencia espacial. Se ha propuesto un estimador para este parámetro ([28]) basado en las ecuaciones de pseudo verosimilitud, el cual puede ser actualizado en cada barrido. No obstante el costo computacional de tal estimación es bastante alto en comparación con las ventajas en el resultado final de la clasificación. En esta tesis se probaron algunos valores (0.5; 2; 4; 8) y se decidió adoptar $\beta = 8$ ([60]).

4.1.2. Distribución *a posteriori* multifuente

Consideremos los siguientes procesos estocásticos: $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_s)_{s \in S}$ donde cada \mathbf{Y}_s es un vector aleatorio b -dimensional, siendo b el número de bandas consideradas de la imagen Landsat. $\mathbf{Z} = (Z_s)_{s \in S}$ representando los datos SAR y $\mathbf{X} = (X_s)_{s \in S}$ a la imagen de clases correspondiente. Cada una de las componentes de \mathbf{Y}_s toma valores en el conjunto $\{1, \dots, 255\}$, Z_s en \mathbb{R}^+ y X_s en $\Lambda = \{1, \dots, M\}$, siendo M la cantidad de clases presentes en la imagen.

Asumiremos que los vectores aleatorios $(\mathbf{Y}_s)_{s \in S}$ y $\mathbf{Z} = (Z_s)_{s \in S}$ son condicionalmente independientes con respecto a \mathbf{X} y que la distribución de cada \mathbf{Y}_s y de cada Z_s condicionada a \mathbf{X} es igual a su distribución condicionada a X_s . Luego, las dos verosimilitudes implicadas en la ecuación 4.2 pueden escribirse como

$$f_{\mathbf{Y}|\mathbf{x}}(\mathbf{y}) = \prod_{s \in S} f_{\mathbf{Y}_s|x_s}(\mathbf{y}_s) \quad (4.5)$$

y

$$f_{\mathbf{Z}|\mathbf{x}}(\mathbf{z}) = \prod_{s \in S} f_{Z_s|\mathbf{x}_s}(z_s) \quad (4.6)$$

Si denotamos por $f_{x_s}(\mathbf{y}_s)$ a la densidad conjunta de \mathbf{Y}_s condicionada a x_s y por $f_{x_s}(Z_s)$ a la densidad de cada Z_s condicionada a x_s , y utilizamos la expresión 4.3 para la función de energía, la probabilidad a posteriori a maximizar es

$$P_{\mathbf{X}|\mathbf{y};\mathbf{z}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{W} \exp \left(-H(\mathbf{x}) + \sum_{s \in S} \log f_{x_s}(\mathbf{y}_s) + \sum_{s \in S} \log f_{x_s}(z_s) \right) \quad (4.7)$$

La cual esta determinada por sus características locales:

$$P_s(\mathbf{x}) = P(X_s = \lambda | \mathbf{Y}_s = \mathbf{y}_s; Z_s = z_s; (X_t = x_t)_{t \in V_s}) \quad (4.8)$$

$$= \frac{1}{W_s} \exp(-H_s(\mathbf{x}) + \log f_{x_s}(\mathbf{y}_s) + \log f_{x_s}(z_s))$$

como se mostró en la sección 4.1.1, se adoptará el modelo de Potts como la distribución a priori del campo \mathbf{X} y la distribución normal multivariada para los vectores aleatorios \mathbf{Y}_s correspondientes a las observaciones de las b bandas en el pixel s . La siguiente sección presenta el modelo para datos SAR.

4.2. Modelos Estadísticos para imágenes SAR

En los últimos años se han propuesto varios modelos para datos SAR (una revisión puede verse en [19]), pero los que han resultado más exitosos son los basados en el modelo multiplicativo, el cual es muy aceptado para explicar las características estadísticas de un objeto cuando es iluminado por radiación coherente ([22]). El modelo considera a la imagen retornada por el SAR, la cual denominaremos \mathbf{z} , como una realización del campo aleatorio \mathbf{Z} resultante del producto punto a punto de un campo aleatorio correspondiente al *backscatter* o verdad del terreno \mathbf{Q} por un campo aleatorio correspondiente al *speckle* \mathbf{V} , o sea

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{V} \quad (4.9)$$

El modelo para cada observación (pixel) es

$$Z_{ij} = Q_{ij} \cdot V_{ij} \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (4.10)$$

En lo que sigue omitiremos los subíndices por simplicidad y se supondrá la independencia de las variables aleatorias correspondientes a cada uno de los pixels de la imagen y también la independencia de los campos aleatorios \mathbf{Q} , \mathbf{V} .

Asumiendo el modelo multiplicativo, se pueden derivar distintas distribuciones para Z_{ij} a partir de la distribución propuesta para el speckle y el backscatter. Los modelos presentados a continuación corresponden a datos SAR univariados (en una sólo polarización) en formato intensidad. Una discusión sobre modelos estadísticos para datos SAR polarimétricos se puede leer en [14]. Usualmente se supone que el speckle en formato intensidad tiene distribución Gamma denotada por $\Gamma(l, l)$, cuya función de densidad es:

$$f_V(v) = \frac{l^l}{\Gamma(l)} v^{l-1} \exp\{-lv\}, \quad l \geq 1, v > 0 \quad (4.11)$$

donde l es el *número de looks* (ver Capítulo 2, sección 2.4) y es generalmente un valor conocido, ya que es un parámetro asociado al sistema generador de los datos SAR.

4.2.1. Distribuciones para la retrodispersión (backscatter)

Con respecto al backscatter, a partir de los resultados presentados en [15], [34], [36], es posible considerar como modelo general una variable aleatoria con distribución Gaussiana Inversa Generalizada. Esta distribución es caracterizada por la densidad

$$f_Q(q) = \frac{\lambda^{\alpha/2}}{\gamma} \frac{1}{2K_\alpha(2\sqrt{\lambda\gamma})} q^{\alpha-1} \exp(-\gamma/q - \lambda q), \quad q > 0 \quad (4.12)$$

con espacio de parámetros:

$$\begin{cases} \lambda \geq 0, \gamma > 0 & \text{si } \alpha < 0 \\ \lambda > 0, \gamma > 0 & \text{si } \alpha = 0 \\ \lambda > 0, \gamma \geq 0 & \text{si } \alpha > 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

donde la función K , es la función de Bessel modificada de tercera especie y orden α . Esta distribución es lo suficientemente general como para describir una gran cantidad de blancos, pero tiene como desventaja el llevar a distribuciones para el retorno para las cuales la estimación de parámetros es analíticamente compleja y numéricamente inestable. Varios casos particulares de esta distribución, tales como constante, Gamma y Recíproca de Gamma tienen interés particular. El uso de una constante como modelo para el backscatter fue propuesto inicialmente, pero es una hipótesis muy restrictiva que, más modernamente [15], puede ser entendida como un caso particular de las dos distribuciones estudiadas a seguir. La distribución Gamma se utiliza para describir el backscatter de datos heterogéneos, y lleva a la distribución K para el retorno [21], [24] [43]. La distribución Recíproca de Gamma fue propuesta en [34] como un modelo universal para datos SAR, y de ella se deriva la distribución G_I^0 para el retorno. Estas distribuciones se obtienen para casos particulares de los parámetros de la distribución Gaussiana Inversa Generalizada tal como se muestra a continuación:

- **Distribución Gamma**

Haciendo $\gamma \rightarrow 0$, con $-\alpha, \lambda > 0$ en la formula 4.12, esta densidad se transforma

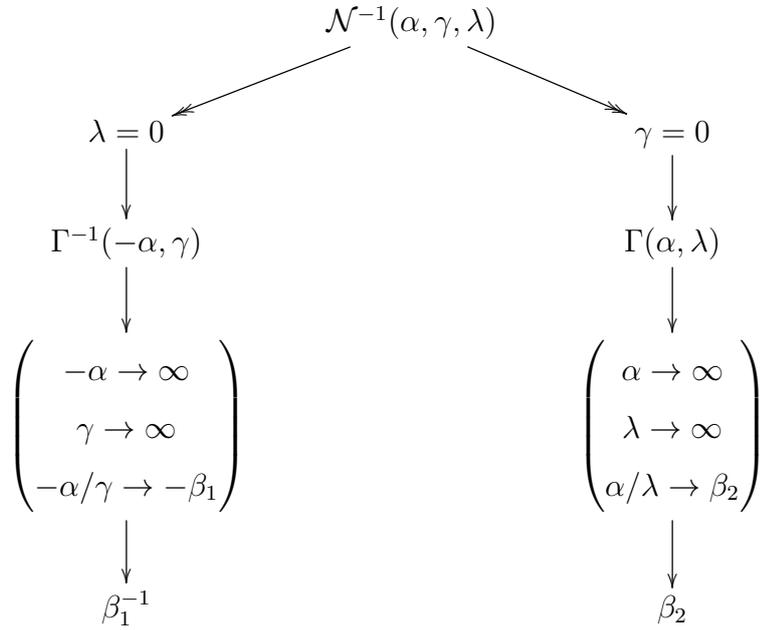
$$f_Q(q) = \frac{\lambda^\alpha}{2^\alpha \Gamma(\alpha)} q^{\alpha-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda q\right\}, q > 0, \quad (4.14)$$

- **Distribución Recíproca de Gamma**

Haciendo $\lambda \rightarrow 0$, con $-\alpha, \gamma > 0$ en la formula 4.12, esta densidad se reduce a

$$f_Q(q) = \frac{2^\alpha}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)} q^{\alpha-1} \exp(-\gamma/2q), q > 0 \quad (4.15)$$

El siguiente esquema resume estos resultados:



Tal como puede verse, los dos casos particulares de interés para modelar el backscatter tienen, a su vez, a constantes como casos especiales. El backscatter constante es el primer modelo tratado para datos SAR, y aparece siempre que la escala de la rugosidad sea menor que la longitud de onda empleada para formar la imagen. Ésto ocurre en, por ejemplo, áreas cultivadas y esta situación se conoce como datos homogéneos. Por esta razón es importante que los modelos empleados para describir el backscatter puedan reducirse a una constante, ya que datos homogéneos son muy frecuentes en las aplicaciones.

Las relaciones exhibidas en el esquema anterior, por ejemplo, para la distribución Γ se interpreta de la siguiente manera: Sean α_m, λ_m secuencias de valores positivos tales que $\alpha_m \rightarrow \infty, \lambda_m \rightarrow \infty$ obedeciendo la relación $\alpha_m/\lambda_m \rightarrow \beta_1 \in \mathbb{R}$, entonces la secuencia de variables aleatorias $X_m \sim \Gamma(\alpha_m, \gamma_m)$ converge en distribución a una variable aleatoria degenerada en el punto β_1 . Análogamente debe interpretarse la convergencia enunciada para la distribución Γ^{-1} . En [51] pueden verse las pruebas detalladas así como resultados mas fuertes de estas convergencias.

4.2.2. Distribuciones para el retorno

Dado que $Z = Q \cdot V$ y V sigue la ley $\Gamma(l, l)$, la distribución correspondiente al retorno Z queda fijada por la distribución del backscatter Q como sigue (el sub índice I hace referencia al formato intensidad):

- si $Q \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$, entonces $Z \sim \mathcal{K}_I(\alpha, \lambda, l)$, cuya densidad es

$$f_Z(z) = 2 \frac{(\sqrt{\lambda l})^{\alpha+L}}{\Gamma(l)\Gamma(\alpha)} z^{(\alpha+l)/2} K_{\alpha-l}(2\sqrt{\lambda l}z), \quad (4.16)$$

$z, \alpha, \lambda > 0$, $L \geq 1$, and K_ν es la función de Bessel modificado de orden ν ;

- si $Q \sim \Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$, entonces $Z \sim \mathcal{G}_I^0(\alpha, \gamma, L)$ cuya densidad es

$$f_Z(z) = \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(L) \Gamma(-\alpha)} \frac{z^{L-1}}{(\gamma + Lz)^{L-\alpha}}, \quad (4.17)$$

donde $-\alpha, \gamma, z > 0$, $l \geq 1$

- si $Q \sim \mathcal{C}$, entonces $Z \sim \Gamma(l, l/c)$

Todas éstas son casos particulares de la distribución \mathcal{G} , la cual surge de usar como modelo general \mathcal{N}^{-1} para el basckscatter y la ley Γ para el speckle. La densidad de una variable con distribución \mathcal{G} es

$$f_Z(z) = \frac{2n^n (\lambda/\gamma)^{\alpha/2}}{\gamma(n) K_\alpha(2\sqrt{\lambda\gamma})} \left(\frac{\gamma + nz^2}{\lambda} \right)^{\alpha-n/2} K_{\alpha-n}(2\sqrt{\lambda(\gamma + nz^2)}), \quad z \in \mathbb{R} \quad (4.18)$$

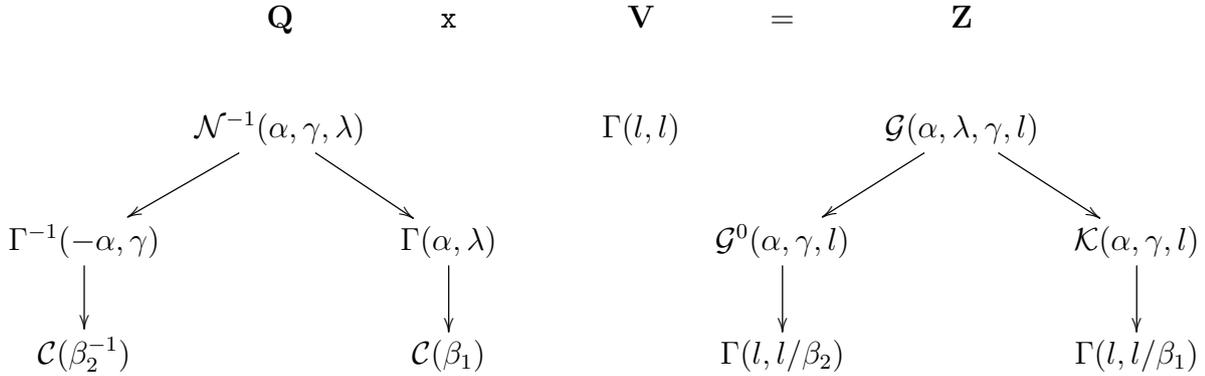
El siguiente diagrama muetsra las relaciones, con respecto a la convergencia, entre las distribuciones propuesta para modelar el retorno:

$$\begin{array}{ccc} \xrightarrow{D_{\gamma \downarrow 0, \alpha, \lambda > 0}} & \mathcal{K}(\alpha, \gamma, l) & \xrightarrow{D_{\alpha, \lambda \downarrow \infty, \alpha / \gamma \rightarrow \beta_1}} \\ \text{Heterogéneo} & & \text{Homogéneo} \end{array} \quad \Gamma(l, l / \beta_1)$$

$$\mathcal{G}(\alpha, \lambda, \gamma, l)$$

$$\begin{array}{ccc} \xrightarrow{D_{\lambda \downarrow 0, -\alpha, \gamma > 0}} & \mathcal{G}^0(\alpha, \gamma, l) & \xrightarrow{D_{-\alpha, \gamma \downarrow \infty, \alpha / \gamma \rightarrow \beta_1}} \\ + \text{Heterogéneo} & & \text{Homogéneo} \end{array} \quad \Gamma(l, l / \beta_2)$$

Combinando los dos diagramas anteriores, se pueden esquematizar las distribuciones resultantes para el retorno, según las diferentes opciones para el backscatter, de la siguiente manera:



La contribución más importante de la distribución \mathcal{G}^0 es que permite el modelado no sólo de áreas homogéneas y heterogéneas sino también de áreas extremadamente heterogéneas a diferencia de las distribuciones \mathcal{K} que no ajustan bien este tipo de datos. Otra característica sobresaliente es que sus parámetros, que son tantos como los de la distribución \mathcal{K} , tienen interpretación inmediata en términos de rugosidad. Por ejemplo, valores de α cercanos a cero corresponden a zonas extremadamente heterogéneas, como es el caso de zonas urbanas. Para zonas menos heterogéneas, como por ejemplo bosques, el valor de este parámetro disminuye, alcanzando los valores más bajos para zonas homogéneas. El otro parámetro es un parámetro de escala ya que depende del valor medio del backscatter y está relacionado con el brillo de la imagen. También cabe mencionar que la función de densidad y distribución acumulada de la distribución \mathcal{G}^0 es más tratable tanto desde un punto de vista teórico como computacional. Por todo lo expuesto en esta Tesis se adopta

la distribución \mathcal{G}_l^0 para describir datos SAR en formato intensidad.

4.3. Estimación de parámetros y textura inicial

Como se explicó en la sección 3.4.2, SA es un algoritmo iterativo que genera una cadena de Markov la cual converge al mínimo de la función de energía H . En cada iteración todos los píxeles de la imagen de clases \mathbf{x} se visitan, de acuerdo a un esquema de visita y se actualizan a partir de una realización de las características locales del campo. La ejecución del algoritmo requiere una textura inicial: $\mathbf{X}^0 = \mathbf{x}_0$ y un vector de parámetros $\theta_m = (\beta, \boldsymbol{\mu}_m, \Sigma_m, \alpha_m, \gamma_m); 1 \leq m \leq M$ donde β es el parámetro del modelo de Potts, $(\boldsymbol{\mu}_m, \Sigma_m)$ los parámetros de la distribución normal multivariada correspondientes a la clase m y (α_m, γ_m) los de la distribución \mathcal{G}^0 . En el caso de clasificación supervisada, tal como se llevará a cabo en esta tesis, los parámetros de las densidades (condicionadas a las clases) se pueden estimar a partir de los datos correspondientes a las zonas de entrenamiento (un abordaje para clasificación MRF no supervisada puede verse en [48]).

Un método ampliamente usado para estimar los parámetros de la distribución \mathcal{G}^0 , debido a su simplicidad, es el de momentos. Para datos en formato intensidad, el momento de orden r de una variable aleatoria Z con distribución $\mathcal{G}_l^0(\alpha, \lambda, l)$ es [15]

$$E(Z^r) = \left(\frac{\gamma}{l}\right)^r \frac{\Gamma(-\alpha - r) \Gamma(l + r)}{\Gamma(-\alpha) \Gamma(l)} \text{ si } \alpha < -r \quad (4.19)$$

A partir de esta expresión y de $r = 1$ se obtiene

$$\hat{\gamma} = m_1 (-\alpha - 1) \quad (4.20)$$

donde m_1 representa el momento estimado de orden 1.

Si consideramos el momento fraccionario $r = 1/2$ en (4.19), el estimador de momentos $\hat{\alpha}$ se puede obtener resolviendo la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{z_i} - \sqrt{\frac{-\hat{\alpha} - 1}{l} \frac{\Gamma(-\hat{\alpha} - \frac{1}{2}) \Gamma(l + \frac{1}{2})}{\Gamma(-\hat{\alpha}) \Gamma(l)}} = 0 \quad (4.21)$$

En la sección 4.2.2 se mencionó que una propiedad importante de las distribuciones \mathcal{G}^0 es que el parámetro α está directamente relacionado con el grado de homogeneidad

(rugosidad) de las zonas presentes en una imagen. Esta relación se puede observar de la siguiente identidad, la cual se deduce a partir de los momentos de orden 1 y 2:

$$\alpha = \frac{2CV^2}{1 - CV^2} \quad (4.22)$$

donde CV denota el coeficiente de variación definido por $CV = \frac{\sqrt{E(Z^2) - E^2(Z)}}{E(Z)}$.

Dado que el parámetro α es negativo (ver sección 4.2.2) la igualdad (4.22) sugiere que en caso de que los datos a modelar correspondan a zonas homogéneas ($CV < 1$), no conseguiremos estimar convenientemente el parámetro a partir del método de los momentos. Para solucionar este problema, recientemente se han propuesto otras alternativas de estimación ([18]; [10]). No obstante, dado que en la práctica se observa que la ecuación (4.21) no tiene solución cuando los momentos involucrados se estiman con datos correspondientes a zonas muy homogéneas, en esta tesis se decidió asignar el valor $\hat{\alpha} = -20$ en estas situaciones.

Para el parámetro correspondiente al modelo de Potts, se usará el valor $\beta = 8$ (ver Sección 4.1.1) mientras que el vector de medias μ_m y la matriz de varianzas-covarianzas Σ_m serán estimados mediante los clásicos estimadores de máxima verosimilitud.

Desde el punto de vista teórico, el algoritmo SA converge independientemente de la textura inicial. Sin embargo, en la práctica, una buena elección de la imagen inicial puede llevar a una mejor clasificación en pocos pasos iterativos.

Dado que los parámetros de la distribución \mathcal{G}^0 caracterizan la rugosidad de las zonas presentes en la imagen, en [34] se propone un esquema de clasificación el cual consiste en obtener un par de imágenes $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ las cuales son usadas como entrada para el clasificador MVG (máxima verosimilitud gaussiana). Las imágenes $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ se obtienen reemplazando el pixel central de una ventana deslizante, por el valor del parámetro correspondiente estimado a partir de los datos de la ventana. Este esquema de clasificación puede mejorarse al incluir la información del contexto tal como se muestra en [47], donde se propone utilizar el resultado obtenido en [35] como textura inicial para un esquema de clasificación basado en MRF.

4.4. Reducción de dimensión de la imagen Landsat

Cuando se trabaja con numerosas variables, como es el caso de los datos suministrados por los sensores multiespectrales, la correlación existente entre ellas puede ser muy elevada y el estudio, análisis y comprensión de todas las correlaciones posibles resultaría inviable. Por esta razón es conveniente utilizar algún método para reducir la dimensionalidad de los datos, eliminando así la información redundante debida a la correlación, en este caso, entre bandas de la imagen. El método del análisis estadístico multivariado llamado *componentes principales* permite lograr este objetivo.

4.4.1. Análisis de componentes principales

El Análisis de componentes principales (ACP) es una técnica estadística descriptiva que tiene como punto de partida una matriz de datos con una serie de individuos a los que se les han medido varias variables. En el contexto de procesamiento de imágenes, los individuos son los píxeles y las variables cada una de las bandas del espectro. El método consiste en la transformación de un conjunto original de p variables en otro conjunto también de p variables llamadas “componentes”, obtenidas mediante combinación lineal de las anteriores.

Las componentes se definen de manera tal que satisfagan dos condiciones:

1. que maximicen la varianza total del conjunto de datos: El objetivo de la técnica es reducir la dimensión del número de variables que inicialmente se han considerado en el problema sin perder demasiada información. En Estadística información es equivalente a dispersión, a varianza (una variable que no varía no provee información). Luego para medir la cantidad de información incorporada en una componente se utiliza su varianza. Es decir, cuanto mayor sea su varianza mayor es la información que lleva incorporada dicha componente. Por esta razón se selecciona como primera componente aquella que tenga mayor varianza y como última la que tenga menor varianza. Cuando las variables originales están muy correlacionadas entre sí, la mayor parte de su variabilidad se puede explicar con muy pocas componentes.

- que sean ortogonales entre sí: Esta condición implica que no exista correlación entre las componentes.

La técnica ACP consiste en girar y trasladar los ejes de tal forma que exista la mayor desigualdad posible entre la varianza de las proyecciones de la nube de puntos original en cada uno de los respectivos nuevos ejes y que, además, estos ejes, estas nuevas variables, sean independientes entre sí; o sea, que tengan correlación cero. Para ilustrar, supongamos que sobre un grupo de individuos se observan dos variables X e Y y que el diagrama de dispersión es el que se presenta en la Figura 4.3. Calcular las componentes consiste en rotar los ejes originales, de manera tal que la proyección de los puntos originales sobre la primer componente capture el mayor porcentaje de variabilidad total de los datos (Fig. 4.4 a). La segunda componente se define de manera tal que sea ortogonal a la primera y también maximice la variabilidad de los datos (Fig. 4.4 b).

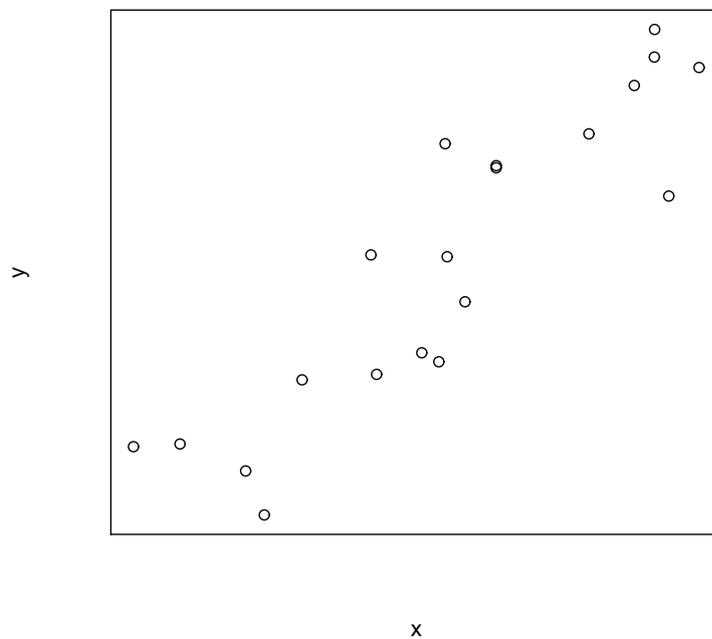


Figura 4.1: Análisis de componentes principales: ejemplo

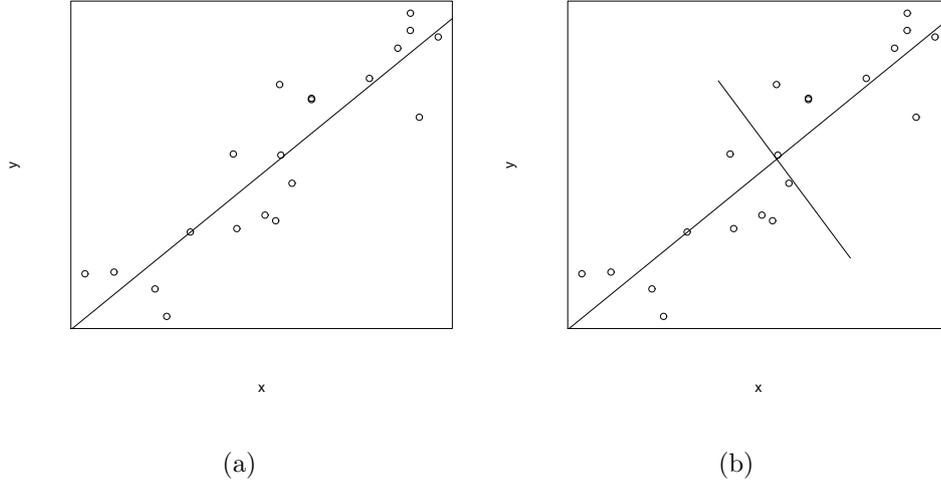


Figura 4.2: Análisis de componentes principales (a) Primera componente. (b) Primera y segunda componente

4.4.2. Cálculo de las componentes

A continuación se presenta una breve descripción de la técnica *ACP*, siguiendo en sus lineamientos principales a [45].

Sea \mathbf{X} una matriz de datos de n individuos por p variables. En el contexto de esta tesis \mathbf{X} es una imagen de n píxeles y p bandas espectrales, y el valor x_{ij} de cada una de sus entradas corresponde al nivel de gris del píxel i en la banda j . De esta forma, la matriz se puede descomponer en p vectores columna, donde cada uno de ellos representa una banda espectral de la imagen.

$$\mathbf{X} = (X_1; \dots; X_j; \dots; X_p) = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{ip} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{np} \end{pmatrix}$$

La primer componente principal se define como la combinación lineal de las variables

originales que tiene varianza máxima. Los valores en esta primer componente de los n individuos se representarán por un vector z_1 , dado por

$$z_1 = \mathbf{X}a_1 \quad (4.23)$$

En general, la extracción de componentes principales se efectúa sobre variables tipificadas para evitar problemas derivados de escala, por lo cual z_1 también tiene media cero y su varianza es

$$\frac{1}{n}z_1'z_1 = \frac{1}{n}a_1'\mathbf{X}'\mathbf{X}a_1 = a_1'\mathbf{S}a_1 \quad (4.24)$$

donde \mathbf{S} es la matriz de varianzas y covarianzas de las observaciones.

La varianza se puede maximizar sin límite aumentando el módulo del vector a_1 . Para que la maximización tenga solución se introduce la restricción $a_1'a_1 = 1$ mediante el multiplicador de Lagrange:

$$M = a_1'Sa_1 - \lambda(a_1'a_1 - 1) \quad (4.25)$$

y maximizando esta expresión de la forma habitual, derivando con respecto a las componentes de a_1 e igualando a cero se tiene

$$\frac{\partial M}{\partial a_1} = 2Sa_1 - 2\lambda a_1 = 0 \quad (4.26)$$

de donde resulta

$$Sa_1 = \lambda a_1 \quad (4.27)$$

esta igualdad implica que a_1 es un vector propio de la matriz S y λ su correspondiente valor propio. Para determinar qué valor propio de S es la solución, multiplicando por la izquierda por a_1' esta ecuación se transforma en

$$a_1'Sa_1 = \lambda a_1'a_1 = \lambda \quad (4.28)$$

y concluimos que λ es la varianza de z_1 . Como ésta es la cantidad que queremos maximizar, λ será el mayor valor propio de la matriz S . Su vector asociado, a_1 , define los coeficientes de cada variable en la primer componente principal.

Para la segunda componente principal se busca otra combinación lineal de las variables de \mathbf{X} ,

$$z_2 = Xa_2 \quad (4.29)$$

de manera tal que su varianza, $a_2'Sa_2$, sea máxima y además no este correlacionada con la primera. Se puede probar que esta segunda condición es equivalente a la ortogonalidad entre los vectores a_1 y a_2 . Procediendo de manera análoga al cálculo de la primer componente se obtiene que a_2 es un autovector de la matriz S asociado al segundo mayor autovalor λ_2 y que éste es la varianza de z_2 . El siguiente teorema generaliza estos resultados:

Teorema 4.1. *Las p componentes principales de \mathbf{X} adoptan la forma*

$$z_i = Xa_i. \quad 1 \leq i \leq p \quad (4.30)$$

siendo $\lambda_1 \geq \lambda_2, \dots \geq \lambda_p$ los p autovalores ordenados de la matriz de varianza y covarianzas de \mathbf{X} , y $a_1, a_2; \dots, a_p$ sus autovectores asociados normalizados, esto es $\{a_1, a_2; \dots, a_p\}$ forman una base ortonormal de autovectores. Además las componentes son incorrelacionadas, $Cov(z_i, z_j) = 0, i \neq j$ y

$$Var(z_i) = \lambda_i \quad 1 \leq i \leq p \quad (4.31)$$

Este teorema nos permite expresar

$$Z = XA \quad (4.32)$$

siendo $A = (a_1, \dots, a_p)$ la matriz de los autovectores de $S = Cov(X)$. Entonces

$$Cov(Z) = Cov(XA) = A'Cov(X)A = A'SA \quad (4.33)$$

pero la matriz de covarianza de las componentes es diagonal y contiene los autovalores de S en la diagonal. Luego el proceso de construcción de las componentes principales se reduce a diagonalizar la matriz S de varianza y covarianza de los datos originales. Para este fin se usa generalmente el método de reducción de Householder y factorización QR (o QL) con shifts implícito a fin de acelerar la convergencia.

La cantidad de componentes principales (variables transformadas) que se obtienen al realizar un *ACP* es igual a la cantidad de variables originales, pero en general, las primeras componentes explican un elevado porcentaje de la variabilidad total de los datos. Existen varios criterios para determinar el número $m < p$ de componentes principales en cada caso, siendo el del porcentaje el más usado (ver [12]). En esta Tesis se utilizan las dos primeras componentes por dos razones: en primer lugar debido a que entre ambas capturan un alto porcentaje de la variabilidad total, y en segundo lugar para que los datos SAR y Landsat aporten equitativamente al algoritmo de fusión.

4.5. Validación

Validar cuantitativamente el mapa temático producido por un método es una fase importante del proceso de clasificación supervisada. Para ello se requiere de muestras de referencia, también llamadas *puntos test*, formadas por píxeles seleccionados de la imagen de los cuales se conoce la verdad del terreno. Éstas se pueden obtener *in situ* o a partir de fotografías aéreas y deben ser diferentes de las muestras utilizadas para entrenar al clasificador.

Las medidas utilizadas para la validación cuantitativa se derivan de la matriz de confusión, la cual es una tabla de contingencia que se forma con los puntos test. Si se consideran k clases en la imagen, la matriz de confusión es una matriz cuadrada de dimensión $k \times k$ cuyas entradas, $c_{ij}; 1 \leq i, j \leq k$, se definen de la siguiente manera:

- Elemento de la diagonal c_{ii} : representa la cantidad de puntos test de la clase i que fueron asignados por el clasificador a la clase i . Es decir son píxeles clasificados correctamente.
- Elemento fuera de la diagonal $c_{ij}, i \neq j$: representa la cantidad de puntos test de la clase j que fueron asignados por el clasificador a la clase i . Es decir son píxeles clasificados incorrectamente.

A partir de la matriz de confusión se pueden derivar varias medidas de la calidad o fiabilidad del clasificador:

Cuadro 4.1: Estructura general de una Matriz de Confusión

Verdad \ Clasificador	Clase 1	Clase 2	...	Clase k	Total
Clase 1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1k}	$c_{1\bullet}$
Clase 2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2k}	$c_{2\bullet}$
...
Clase k	c_{k1}	c_{k2}	...	c_{kk}	$c_{k\bullet}$
Total	$c_{\bullet 1}$	$c_{\bullet 2}$...	$c_{\bullet k}$	$c_{\bullet\bullet}$

Fiabilidad Global: es la proporción de píxeles test correctamente clasificados respecto del total muestreados. Utiliza sólo los elementos de la diagonal de la matriz:

$$\hat{F} = \frac{\sum_{i=1}^k c_{ii}}{c_{\bullet\bullet}}. \quad (4.34)$$

Fiabilidad por clase: es la proporción de píxeles test asignados por el clasificador a una determinada clase dado que verdaderamente eran de esa clase. $\hat{F}C_i = c_{ii}/c_{i\bullet}$.

Coefficiente de Concordancia Kappa: los números anteriores sólo utilizan los elementos de la diagonal y de los totales marginales de la matriz de confusión, pero también resulta de interés estudiar las relaciones múltiples entre categorías y con este objetivo se utilizan herramientas del Análisis Categórico Multivariado [11]. Uno de los índices más usados es el coeficiente de concordancia Kappa(κ), que mide la discrepancia observada entre la “regla de clasificación” y la “verdad del terreno” y la que cabría esperar simplemente por azar. Es decir, intenta delimitar el grado de ajuste debido a la exactitud de la clasificación, prescindiendo de la que se da por efectos aleatorios. La estimación de κ se obtiene como

$$\hat{\kappa} = \frac{c_{\bullet\bullet} \sum_{i=1}^k c_{ii} - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_{ij}c_{ji}}{c_{\bullet\bullet}^2 - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_{ij}c_{ji}}. \quad (4.35)$$

Un valor de $\hat{\kappa}$ igual a 1 indica un acuerdo total entre el mapa y la realidad, mientras que un valor cercano a 0 sugiere que el acuerdo observado es puramente debido al azar.

Si el valor es negativo supone una clasificación muy mala, peor que una obtenida por azar. Una de las aplicaciones de este coeficiente es comparar clasificaciones realizadas por distintos métodos, con el objeto de estudiar si difieren significativamente, en cuanto a su ajuste con la realidad.

Capítulo 5

Aplicación a imágenes reales

5.1. Descripción de las imágenes

En la actualidad existen numerosas páginas de internet con catálogos de imágenes de última generación de ambos tipos de sensores (radar y ópticas) disponibles para su descarga de manera libre y gratuita (<https://glovis.usgs.gov/>; <https://uavsar.jpl.nasa.gov>; <http://earthexplorer.usgs.gov/>, etc). En el caso de las imágenes SAR la cantidad disponible es muy reducida. Debido a esta limitación, para aplicar la metodología propuesta en esta tesis se seleccionaron dos imágenes de radar, y dos ópticas de las mismas zonas, en las cuales la fusión pudiera resultar ventajosa. De acuerdo a las características de las imágenes disponibles, se persiguen dos objetivos:

- Objetivo 1: detección de agua subsuperficial.

La posibilidad de medir la humedad del suelo a grandes escalas desde satélites, con una completa y frecuente cobertura de la superficie terrestre, resulta un tema extremadamente atractivo para la comunidad científica, especialmente en las últimas décadas donde el desarrollo de este tipo de tecnologías ha cobrado un auge significativo. La presencia de humedad aumenta la constante dieléctrica de un material, la cual influye en la capacidad del material para absorber, reflejar y transmitir la energía de las microondas. Esto afecta la forma en que un material aparece en la imagen de radar, por lo que la apariencia de materiales idénticos puede ser diferente

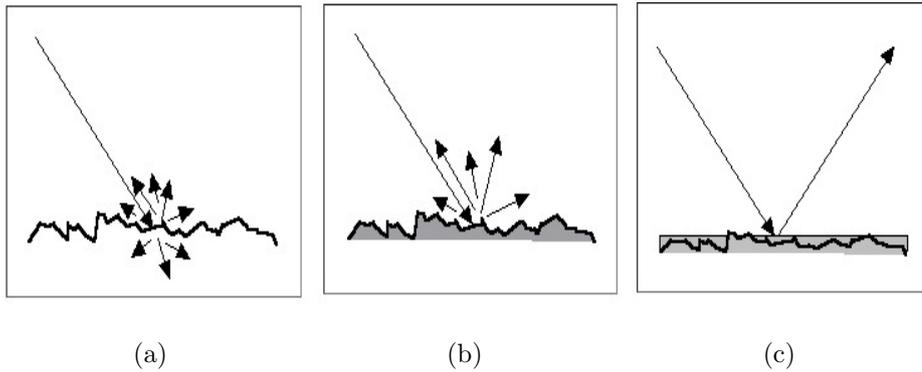


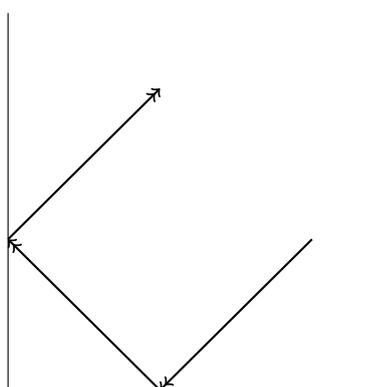
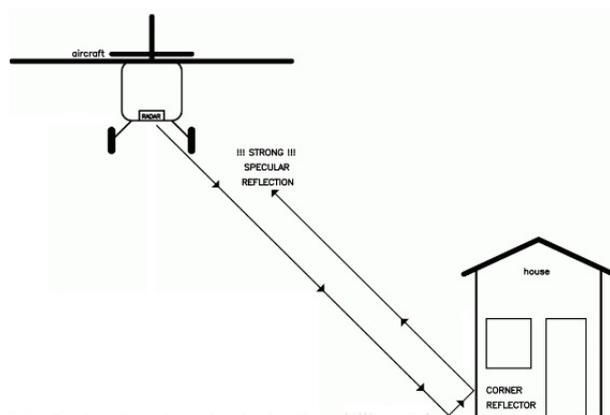
Figura 5.1: Retrodispersión de la señal SAR (a) Suelo seco (b) Suelo húmedo (c) Suelo inundado (Centre for Remote Imaging, Sensing and Processing, CRISP)

según la cantidad de humedad que contengan. Por ejemplo, en los suelos húmedos (Fig. 5.1 (b)), la gran diferencia en las propiedades eléctricas entre el agua y el aire da como resultado una mayor intensidad del radar retrodispersado; en los suelos inundados (Fig. 5.1 (c)) el radar se refleja especularmente en la superficie del agua, resultando en una baja intensidad retrodispersada, por lo que el área aparece oscura en la imagen SAR. Por otro lado, las microondas pueden penetrar materiales muy secos, como las arenas del desierto y la reflexión resultante en estos casos es función de las propiedades de las capas superficiales y subsuperficiales (Fig. 5.1 (a)). En general, mientras más larga sea la longitud de onda del radar, mayor será la penetración de la energía dentro del material.

Dado que la señal de radar puede penetrar suelos desnudos en condiciones secas y a que la constante dieléctrica para el agua en las longitudes de onda de las microondas es diez veces mayor que para el suelo seco, la presencia de agua en los primeros centímetros de un suelo desnudo influye significativamente en la medición del radar. Debido a estas particularidades se ha comenzado a utilizar imágenes de radar para monitorear y mapear recursos hídricos en zonas áridas como por ejemplo aquellas cubiertas por arena [27] [49], [5], [61].

- Objetivo 2: detección de construcciones edilicias y arboledas.

Algunos objetos pequeños pueden aparecer extremadamente brillantes en las imágenes de radar, dependiendo de su configuración geométrica. El lado de un edificio o un puente, combinado con reflexión procedente del terreno es un ejemplo de reflector angular. Dos superficies que se intersectan y forman un ángulo recto de cara al radar, definen un reflector angular llamado reflector diedro (Fig. 5.2). La señal que regresa al radar a partir de un reflector de esquina es intensa sólo cuando las superficies reflectoras tienen una orientación cercana a la perpendicular de la dirección de la iluminación.



Reflexión de esquina: Cuando dos superficies lisas forman un ángulo recto que hace frente al haz del radar, el haz salta dos veces y la mayor parte de la energía del radar se refleja de nuevo al sensor del radar

Figura 5.2: Reflector de esquina (Matjaz Vidmar: ANALOG Vertical Navigation Radar)

Un tronco de árbol parado verticalmente o casi verticalmente también se comporta como un reflector de esquina diedro [50]. Se pueden producir reflexiones más intensas con un reflector triedro, los cuales son formados por la intersección de tres superficies

planas perpendiculares entre sí, abiertas de cara al radar. Ejemplos de estos objetivos son los buques en el mar, edificios de gran altura y objetos metálicos regulares como contenedores de carga. Las áreas construidas y muchas características artificiales suelen aparecer como parches brillantes en una imagen de radar debido al efecto de estos reflectores conocidos con el nombre de reflectores de esquina. Por esta razón las imágenes SAR pueden resultar de utilidad para detectar construcciones edilicias aisladas las cuales son escasamente visibles para sensores ópticos, así como también características naturales de interés como los árboles, donde la extracción de la altura, la ubicación y la forma del follaje son deseables [46].

A continuación se describen las imágenes y se justifica la elección de las mismas.

Imagen 1: se trata de una imagen que abarca la zona sur de la provincia de Córdoba incluyendo la ciudad de Río Cuarto (coordenadas: $33^{\circ} 07' 23''\text{S}$; $64^{\circ} 20' 52''\text{O}$) adquirida en el año 2000 por el sensor a bordo del satélite ERS-2 (European Remote Sensing Satellite) con polarización simple VV y resolución espacial 30 m, y una imagen Landsat 7 de fecha cercana que abarca la misma zona, ambas provistas por CONAE (Fig 5.3).

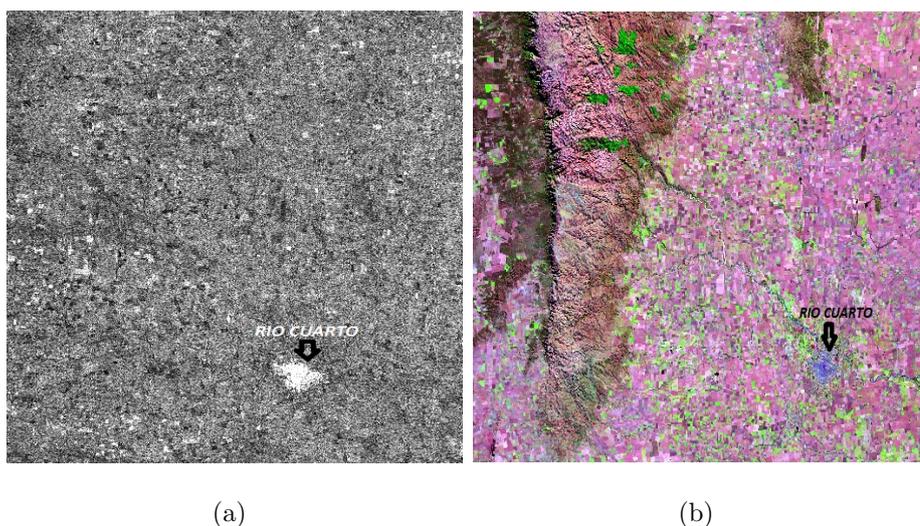


Figura 5.3: (a) Imagen 1 SAR completa. (b) Imagen 1 Landsat completa

De estas imágenes se seleccionaron sendas sub-imágenes de 353 columnas y 436 filas

que comprenden un tramo del Río de las Barrancas en su desembocadura en el Río IV (Fig 5.4). El río de las Barrancas se infiltra a la salida de la sierra, aportando al sistema hídrico subterráneo y es por esta razón que luego de infiltrarse adquiere el nombre de Río Seco. El tramo del Río IV, está formado por franjas de arena en ambas márgenes y cursos permanentes de agua. Si bien es una imagen de baja resolución espacial y por ende de mala calidad visual comparada con imágenes más recientes, fue seleccionada por abarcar una zona en la cual la fusión de datos pudiera resultar ventajosa, de acuerdo a lo explicitado principalmente en el objetivo 1. En estas imágenes se distinguirán cuatro clases: arena; agua, terreno y edificaciones. La Fig 5.6 presenta las muestras de entrenamiento seleccionadas para llevar a cabo la clasificación supervisada. Para la identificación de la clase edificaciones se utilizó como soporte el mapa provisto por Google Maps (Fig 5.5)

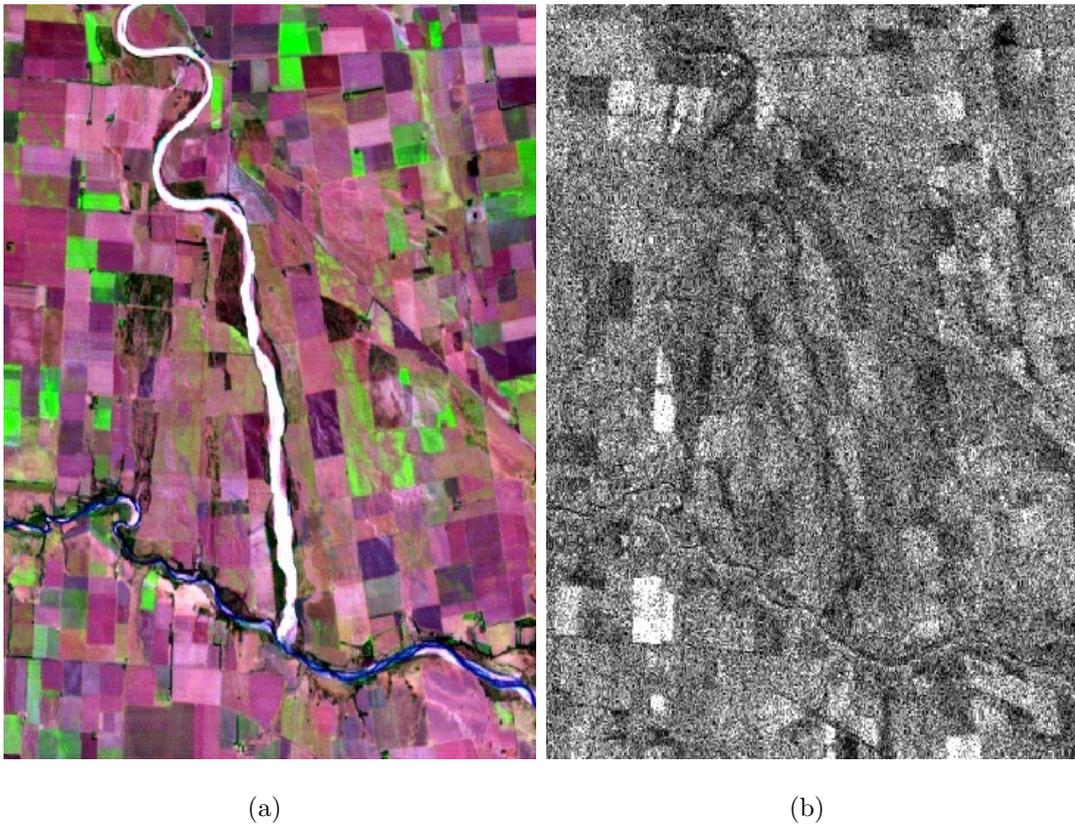
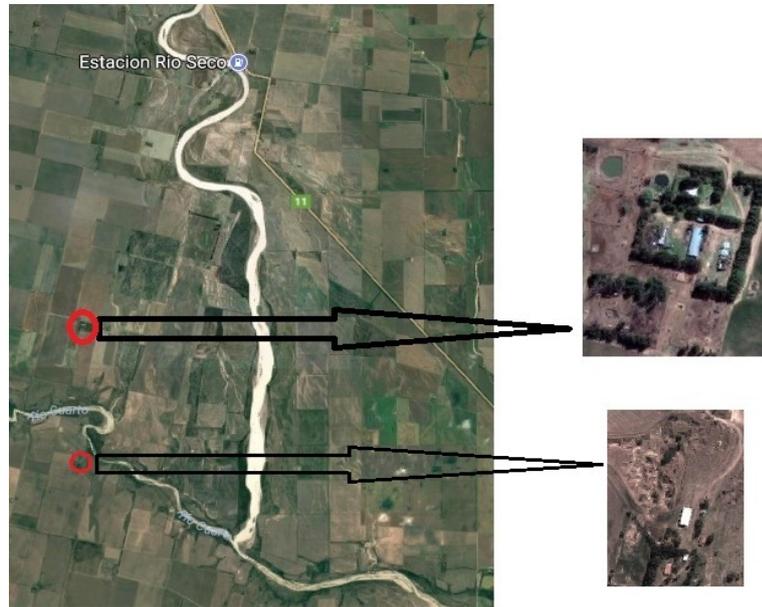
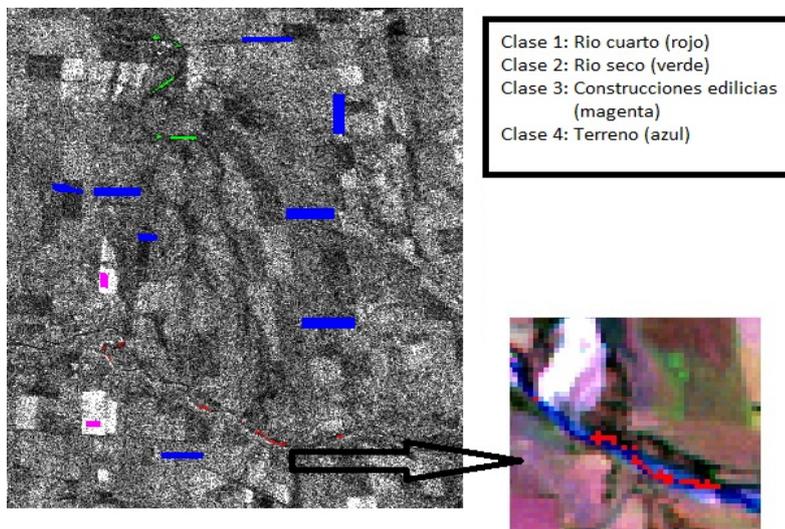


Figura 5.4: Sub-imágen 1 (a) Landsat (b) SAR



(a)

Figura 5.5: Mapa satelital provisto por GOOGLE maps de la zona correspondiente a la sub-imagen 1



(a)

Figura 5.6: Muestras de entrenamiento seleccionadas en la sub-imágen 1 (SAR) y ampliación de puntos en la Imagen Landsat

Imagen 2: Con el objetivo de probar la metodología propuesta en imágenes nuevas de alta resolución y mayor calidad visual, se utilizó la única imagen SAR de la provincia de Córdoba disponible para su descarga en la página <https://uavsar.jpl.nasa.gov>, obtenida en 2015 por la misión espacial UAVSAR (Uninhabited Aerial Vehicle Synthetic Aperture Radar), con resolución espacial 6 m. Para realizar la fusión se descargó además una imagen Landsat 8 de la misma zona y fecha cercana de la página <https://glovis.usgs.gov>. De estas imágenes se seleccionó un rectángulo de 509 columnas y 514 filas (Fig 5.7) que comprende la ciudad de Bell ville (coordenadas: 32° 38' 00" S; 62° 41' 00" O). Para la clasificación se consideran tres clases: Zona con construcciones edilicias; arboledas; terreno (Fig 5.9).

En primer lugar se realizó la superposición geométrica de las imágenes utilizando para ello un conjunto de puntos control seleccionados manualmente. Este pre procesamiento es un punto crucial para aplicar un algoritmo de fusión, ya que inexactitudes en la superposición de las imágenes producirían resultados incorrectos de clasificación. La corrección geométrica se determinó de acuerdo al modelo polinomial. Los coeficientes del polinomio se calculan minimizando el error geométrico entre los dos conjuntos de puntos control seleccionados en ambas imágenes, mediante el software ENVI-IDL. En el proceso de georeferenciación de la imagen 2 se generó una nueva imagen Landsat con el mismo tamaño de pixel que la imagen SAR, usando la opción *Resize Data* y el factor 4 para filas y columnas.

5.2. Resultados

En esta sección se presentan y comparan los resultados de aplicar a las sub-imágenes seleccionadas los siguientes algoritmos de clasificación:

- Algoritmo 1: clasificación gaussiana bivariada de las componentes principales 1 y 2 obtenidas a partir de las 7 bandas de la imagen Landsat.
- Algoritmo 2: clasificación Markoviana usando sólo la imagen Landsat en la ecuación 4.8, y como imagen inicial de clases la imagen obtenida en el Algoritmo 1

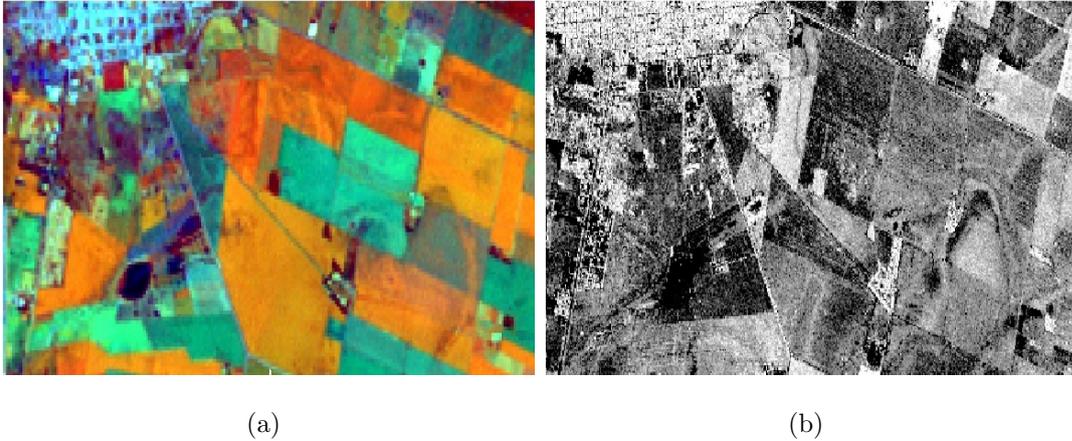


Figura 5.7: Sub-imagen 2 (a) Landsat (b) SAR

- Algoritmo 3: clasificación gaussiana multivariada de las componentes principales 1 y 2 obtenidas a partir de las 7 bandas de la imagen Landsat y las imágenes $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ obtenidas a partir de la imagen SAR.
- Algoritmo 4: clasificación Markoviana usando la ecuación completa 4.8 (fusión) y como imagen inicial de clases la imagen obtenida en el Algoritmo 3

Los dos primeros algoritmos usan solo la información provista por la imagen Landsat, mientras que los otros dos incorporan los datos aportados por el sensor SAR. Para la clasificación markoviana se realizaron 30 barridos ($n = 30$) y el plan de enfriado (Sección 3.4.2) $T(n) = 3/\log(n + 1)$ ([20])

Sub-imagen 1: Para visualizar los mapas temáticos producidos por los diferentes algoritmos aplicados se realizó la siguiente asignación de colores: verde a la clase terreno, blanco a las zonas con construcciones edilicias, negro a la clase arena y azul al agua. La Figura 5.10 muestra los resultados producidos por los algoritmos 1 y 2. Con respecto a las construcciones edilicias, y según la información extraída del mapa de google, se espera que el mapa temático producido por un algoritmo de clasificación presente unas pocas manchas blancas que se correspondan con tales construcciones. En la Fig 5.10 (a) se observa que el algoritmo 1 confunde las construcciones edilicias con la clase terreno, ya que



Figura 5.8: Mapa satelital provisto por GOOGLE maps de la zona correspondiente a la sub-imagen 2

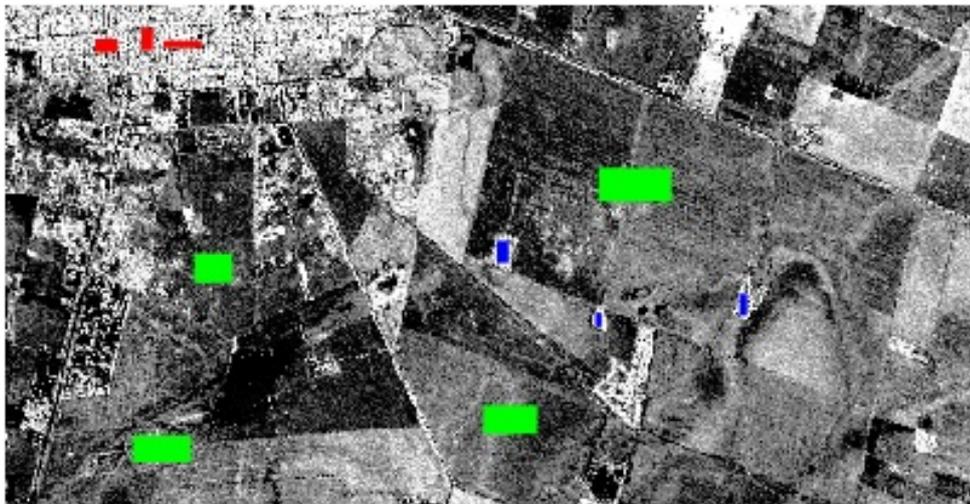


Figura 5.9: Muestras de entrenamiento seleccionadas en la sub-imagen 2 (SAR): zona urbana (rojo); arboledas (azul); fondo (verde)

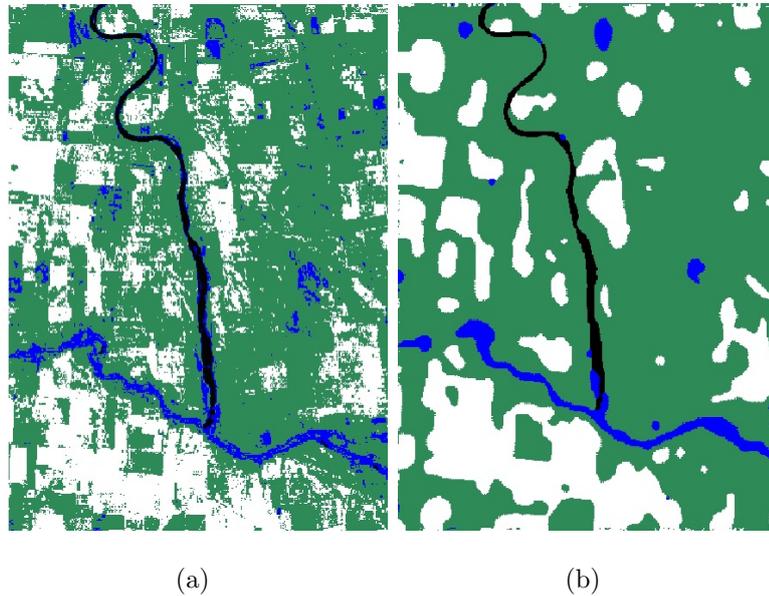


Figura 5.10: Resultados de clasificación sub-imágen 1: (a) Algoritmo 1 (b) Algoritmo 2

aparecen grandes manchas de color blanco diseminadas por toda la imagen, problema que persiste al realizar la clasificación markoviana (Algoritmo 2), tal como se muestra en la Figura 5.10 (b). Estos resultados coinciden con lo esperado, ya que como se dijo, este tipo de estructuras son prácticamente invisibles para las imágenes ópticas. Otro aspecto negativo es la aparición de algunas manchas azules (agua) en zonas alejadas de los ríos, que esperaríamos fueran clasificadas como terreno. Al fusionar datos ópticos con datos SAR, (Algoritmo 3, Fig 5.11 (a)) observamos una notable mejoría en la identificación de construcciones edilicias aisladas, las cuales corresponden mayormente a techos metálicos de galpones en zonas rurales. Con respecto al primer objetivo planteado, también se observa un resultado importante al fusionar ambos sensores, ya que aparece un ensanchamiento de la región correspondiente a agua y una disminución de la zona correspondiente a arena. Este resultado coincide con los comentarios previos sobre la capacidad del radar de penetrar la arena seca y detectar agua a escasas profundidades. La clasificación markoviana usando como imagen inicial de clases el resultado del algoritmo 3 (Algoritmo 4), termina de mejorar el mapa temático produciendo zonas mejor definidas e identificando claramente la presencia de agua sub-superficial, tal como se observa en la Figura 5.11 (b).

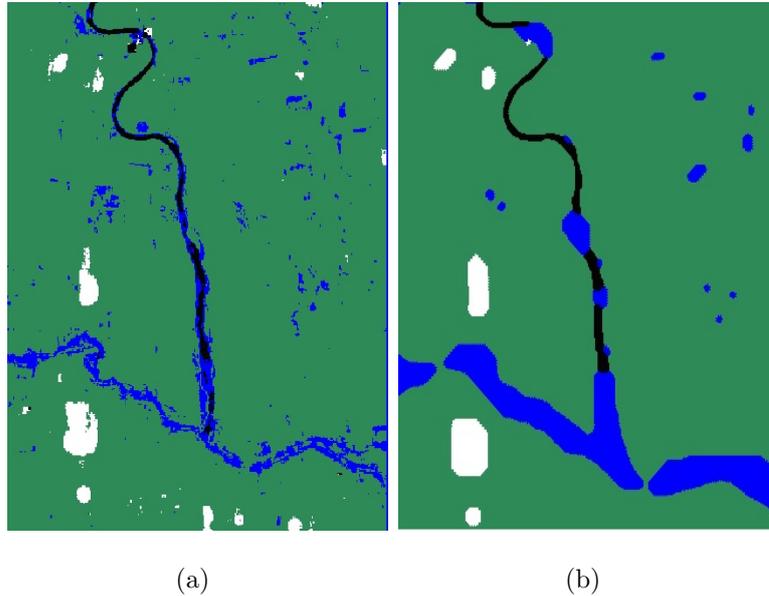


Figura 5.11: Resultados de clasificación sub-imágen 1: (a) Algoritmo 3 (b) Algoritmo 4

Si bien consideramos que el algoritmo de fusión propuesto en esta tesis (algoritmo 4) supera a los demás, podemos mencionar dos resultados indeseados: en primer lugar las manchas aisladas azules subsisten. Esto pudiera deberse a la presencia de lagunas, vegetación con alto contenido de humedad o ser un error de clasificación debido a una pequeña inexactitud en el proceso de superposición de las imágenes para su posterior fusión. Por ejemplo, debido a que la zona correspondiente a agua es una línea muy delgada pudiera ser que algún pixel marcado como “agua” en realidad correspondiera a terreno. Otro efecto indeseado es el hecho que las zonas con presencia de construcciones resultan exageradamente grandes, lo cual puede explicarse, en parte por la acción de los reflectores de esquina descritos anteriormente, y en parte por el efecto de la clasificación markoviana, la cual tiende a identificar con la misma clase a los vecinos más próximos, produciendo “manchas” en la imagen.

Sub-imagen 2: Dado que esta imagen SAR es de mayor resolución y mejor calidad discriminativa, se aplicó también el esquema de clasificación detallado en el algoritmo 2 pero usando sólo datos SAR y como imagen inicial de clases la clasificación MVG de las imágenes de parámetros $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$, al cual nos referiremos con el nombre de Algoritmo 2-SAR.

Para comparar visualmente la habilidad de los clasificadores en detectar construcciones edilicias y arboledas podemos centrar la atención, por ejemplo, en la zona ampliada que se puede observar en la Figura 5.8, de la cual no se tomaron muestras de entrenamiento. Como muestra la Figura 5.12, los clasificadores que utilizan solo datos Landsat pueden detectar bastante bien las arboledas y la zona de ciudad, pero no resultan tan eficientes para visualizar las edificaciones aisladas, como por ejemplo las resaltadas en la zona ampliada de la Figura 5.8.

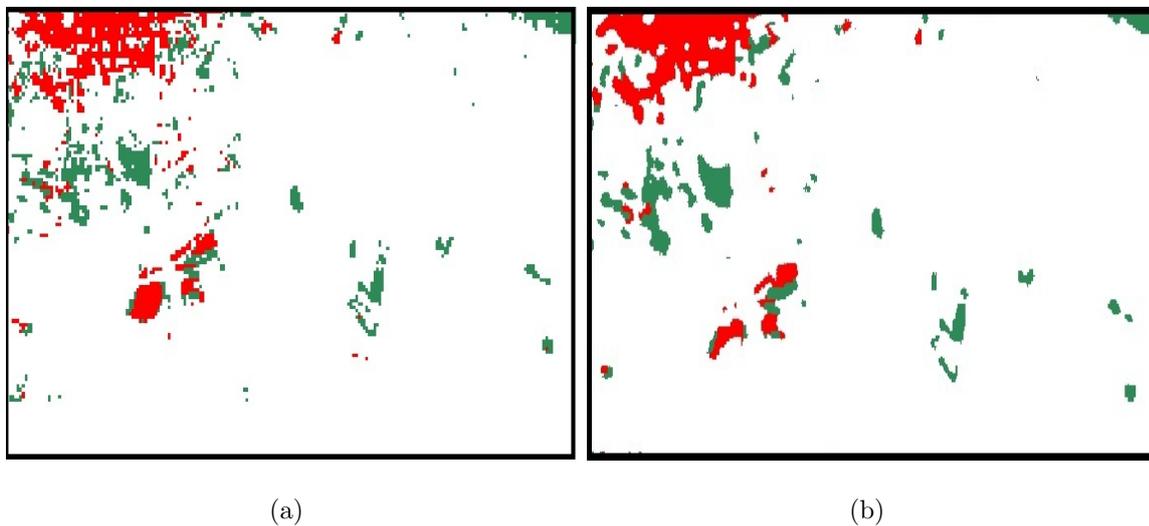
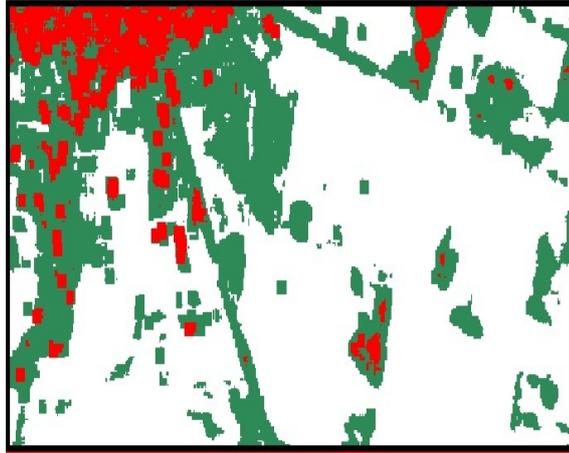


Figura 5.12: Resultados de clasificación sub-imagen 2: (a) Algoritmo 1 (b) Algoritmo 2

Por otro lado al utilizar sólo datos SAR aparecen demasiadas zonas identificadas como árboles (Fig. 5.13). En la Figura 5.14 se observa que al realizar la fusión se obtiene un mapa temático que se ajusta mejor a la verdad del terreno, aunque subsiste el problema mencionado en la clasificación de la sub-imagen 1 en lo que respecta a la aparición de manchas en el mapa temático. Para comparar cuantitativamente la ventaja de la fusión de datos se calcularon las matrices de confusión y los coeficientes kappa (Sección 4.5) para los algoritmos 2 y 4 y para el algoritmo 2 aplicado a datos SAR solamente. En la Fig 5.15 se pueden observar los puntos test seleccionados de la imagen Landsat para cada clase. Para una mejor visualización de los puntos test la imagen se presenta en escala de



(a)

Figura 5.13: Resultados de clasificación de la sub-imágen 2: Algoritmo 2-SAR

grises (una sola banda en lugar de composición color RGB). La selección se realizó manualmente usando como soporte el mapa provisto por Google map, y de manera tal que los clasificadores pudieran ser evaluados en cuanto a su capacidad de responder a los objetivos propuestos, como por ejemplo la detección de construcciones edilicias aisladas y arboledas. Las zonas marcadas en rojo en dicha figura corresponden a la clase edificaciones, la de color verde a la clase arboledas y la magenta a la clase fondo. Los resultados se presentan en los Cuadros 5.1, 5.2 y 5.3. Los coeficientes Kappa revelan que la fusión (alg. 4) produce mejores resultados que la utilización de ambas fuentes de información por separado. Al analizar las entradas de las matrices de confusión podemos visualizar más objetivamente las fortalezas y debilidades de cada sensor. Por ejemplo, al usar solo datos Landsat (ver Cuadro 5.1) el mayor error de clasificación se produce en la clase 1 (edificaciones), en la cual un 32% de los píxeles (258 de 798) son asignados a la clase 3 (fondo). La clasificación markoviana usando solo datos SAR (ver Cuadro 5.2) presenta el mayor porcentaje de píxeles mal clasificados también en la clase 1 pero esta vez son clasificados como pertenecientes a la clase 2 (arboleda). Esto puede deberse al hecho de que ambas estructuras aparecen brillantes en la imagen. Al realizar la fusión disminuyen considerablemente todos los porcentajes de errores a la vez que se obtienen porcentajes

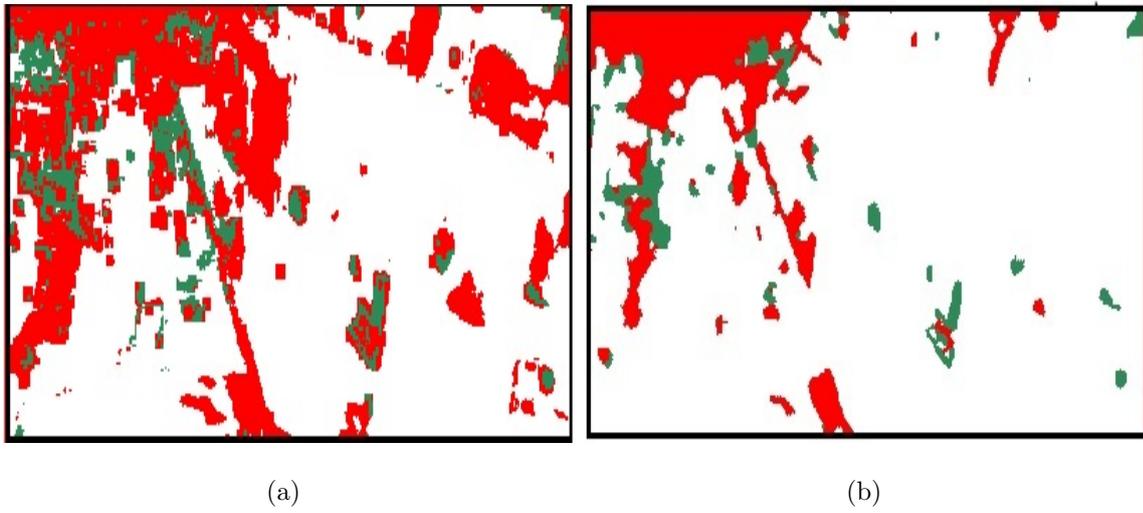


Figura 5.14: Resultados de clasificación sub-imagen 2: (a) Algoritmo 3 (b) Algoritmo 4

altos de pixeles bien clasificados, a saber 94%, 96% y 90% para las clases 1, 2 y 3 respectivamente (ver Cuadro 5.3)



Figura 5.15: puntos test seleccionadas en la sub-imagen 2 (Landsat) para calcular coeficiente Kappa

Cuadro 5.1: Coeficiente Kappa y matriz de confusión correspondiente a la clasificación markoviana usando solo datos Landsat (Algoritmo 2)

$\hat{\kappa} = 0.57697$				
	pixeles test clase 1	pixeles test clase 2	pixeles test clase 3	Total
pixeles test asignados a la clase 1	540	7	172	719
pixeles test asignados a la clase 2	0	303	215	518
pixeles test asignados a la clase 3	258	41	1375	1674
Total	798	351	1762	2911

Cuadro 5.2: Coeficiente Kappa y matriz de confusión correspondiente a la clasificación markoviana usando solo datos SAR (Algoritmo 2-SAR)

$\hat{\kappa} = 0.74883$				
	pixeles test clase 1	pixeles test clase 2	pixeles test clase 3	Total
pixeles test asignados a la clase 1	622	17	1	640
pixeles test asignados a la clase 2	176	334	239	749
pixeles test asignados a la clase 3	0	0	1522	1522
Total	798	351	1762	2911

Cuadro 5.3: Coeficiente Kappa y matriz de confusión correspondiente a la clasificación markoviana usando fusión de datos (Algoritmo 4)

$\hat{\kappa} = 0.8649$				
	pixeles test clase 1	pixeles test clase 2	pixeles test clase 3	Total
pixeles test asignados a la clase 1	754	2	156	912
pixeles test asignados a la clase 2	1	338	7	346
pixeles test asignados a la clase 3	43	11	1599	1653
Total	798	351	1762	2911

5.3. Algoritmos

5.3.1. Programa Principal

Hacer lo siguiente:

1. Definir:

- $nfil=n^\circ$ de filas de la imagen.
- $ncol=n^\circ$ de columnas de la imagen.
- $nc=n^\circ$ de clases presentes en la imagen.
- ve =tamaño de ventana para construir imágenes de parámetros $\hat{\alpha}$, $\hat{\gamma}$
- v =tamaño de vecindad para clasificación Markoviana.
- b = número de barridos del algoritmo SA.

2. Calcular las componentes principales C1 y C2 de la imagen Landsat (ver subrutina 1)

3. Calcular las imágenes de parámetros $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ de la imagen SAR (ver subrutina 2)

4. Calcular la textura inicial \mathbf{X}^0 (ver subrutina 3)

5. Realizar clasificación Markoviana fusionando SAR y Landsat (ver subrutina 4)

6. Calcular matriz de confusión y coeficiente Kappa

5.3.2. subrutina 2: Imágenes de parámetros $\hat{\alpha}$, $\hat{\gamma}$

Hacer lo siguiente

1. Fijar $i = 0$; $j = 0$

2. Hacer $i = i + 1$; $j = j + 1$

3. Tomar la ventana de tamaño ve centrada en el pixel $s = (i; j)$.

4. Calcular los parámetros $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ con los datos de la ventana resolviendo las ecuaciones (4.23) y (4.24)
5. Reemplazar el pixel s por el correspondiente parámetro estimado.
6. Si $i \leq nfil$ y $j \leq ncol$ ir al paso 3

5.3.3. subrutina 3: clasificación MVG con las imágenes $C1$; $C2$; $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$

Hacer lo siguiente

1. Para cada $1 \leq m \leq nc$, estimar los parámetros $(\boldsymbol{\mu}_m, \Sigma_m)$ (α_m, γ_m) con los datos de las muestras de entrenamiento.
2. Fijar $i = 0$; $j = 0$
3. Hacer $i = i + 1$; $j = j + 1$
4. Para cada $1 \leq m \leq nc$ calcular la función gaussiana multivariada:

$$f_m(\mathbf{z}_s) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma_m|^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_s - \boldsymbol{\mu}_m)^T \Sigma_m^{-1} (\mathbf{z}_s - \boldsymbol{\mu}_m)\right)$$

5. Asignar el pixel s a la clase c tal que $f_c(\mathbf{z}_s) \geq f_m(\mathbf{z}_s) \forall m = 1, \dots, nc; m \neq c$
6. Si $i \leq nfil$ y $j \leq ncol$ ir al paso 3

5.3.4. subrutina 4: Algoritmo SA con visita secuencial

Utilizando los resultados de sección 3.4.2, el algoritmo consiste de los siguientes pasos:

1. Fijar una imagen inicial de clases \mathbf{x}^0
2. Fijar $k = 0$
3. Hacer $k = k + 1$

4. Calcular $T(k) = 3ln(k)$
5. Definir la imagen de clases $\mathbf{x}^k = \mathbf{x}^{k-1}$
6. Fijar $i = 0; j = 0$
7. Hacer $i = i + 1; j = j + 1$
8. Tomar la vecindad de orden v del pixel $s = (i; j)$.
9. Definir el vector \mathbf{C} de dimensión nc tal que $\mathbf{C}_m = |\{\mathbf{x}_t; t \in V_s \mathbf{x}_t = m\}|$
10. Muestrear de la característica local dada por la ecuación 4.8 de la siguiente manera:
para cada $m = 1, \dots, nc$
 - Calcular $logf_m(\mathbf{y}_s)$ con parámetros estimados $(\boldsymbol{\mu}_m, \Sigma_m)$
 - Calcular $logf_m(z_s)$ con parámetros estimados (α_m, γ_m)
 - Calcular el valor de la característica local 4.11:
$$P_s^m = P_s^m(x_s = m) = T(K) * exp(\beta \mathbf{C}_m + logf_m(\mathbf{y}_s) + logf_m(z_s))$$
11. Generar $u \sim [0, 1]$
12. Definir $P_s^0 = 0$
13. Asignar el pixel s a la clase m tal que $\sum_{i=0}^{m-1} P_s^i \leq u \leq \sum_{i=0}^m P_s^i$. caso contrario volver al paso 12.
14. Si $i \leq nfil$ y $j \leq ncol$ ir al paso 7.
15. Si $k \leq b$ ir al paso 5

Capítulo 6

Conclusiones

La teledetección ha demostrado ser una herramienta de gran utilidad para la extracción de información de la cobertura terrestre, mediante la aplicación de técnicas de procesamiento de imágenes tales como la clasificación digital. Dada la relevancia que posee por ejemplo, identificar aguas subterráneas, describir recursos minerales o realizar clasificación de rocas, esta tesis se orientó hacia la generación de una metodología de clasificación que explote las ventajas de las imágenes de radar para tales objetivos, utilizando como información complementaria datos provistos por sensores ópticos. A fines comparativos, se aplicaron también métodos que utilizan un sólo sensor y métodos que si bien fusionan datos no utilizan la información contextual.

La metodología propuesta en esta tesis incluye:

- El uso de un modelo estadístico apropiado para describir datos SAR, el cual ha producido buenos resultados al ser utilizado en un esquema de clasificación supervisada.
- La reducción de dimensionalidad de las imágenes ópticas mediante el análisis de componentes principales (*ACP*)
- La estimación MAP de la imagen de clases (mapa temático) utilizando el algoritmo Simulated Annealing (*SA*).

- El uso de campos aleatorios de Markov (*MRF*) para modelar la dependencia espacial entre pixeles vecinos.
- Fusionar los datos de ambos sensores, lo cual se lleva a cabo en dos etapas del algoritmo:
 1. En la construcción de la imagen inicial de clases requerida por (*SA*), la cual se define a expensas de las dos imágenes de parámetros generadas a partir de los datos SAR, y de las dos componentes principales obtenidas de las bandas Landsat.
 2. En la definición de la distribución a posteriori, cuyo máximo constituye el mapa temático final.

Para evaluar el desempeño del método de clasificación propuesto se utilizó una imagen SAR disponible, que si bien no es de la nueva generación, abarca una zona de la cual se conoce que contiene agua sub-superficial. También se seleccionó una imagen de alta resolución espacial para estudiar el potencial del algoritmo y en este caso la atención se centró en la capacidad para detectar construcciones edilicias, principalmente aquellas aisladas, y arboledas. Estas aplicaciones a datos reales, presentadas en el Capítulo 5, revelan que la metodología propuesta produce resultados prometedores, pues en el primer caso se puede observar a simple vista la habilidad del método para detectar agua debajo de la arena, y en el segundo caso que el mapa temático obtenido al fusionar datos se ajusta mejor a la verdad del terreno, tanto desde un punto de vista cualitativo como cuantitativamente, pues el coeficiente Kappa resulta considerablemente superior.

Si bien la nueva generación de radares brinda imágenes con mayor resolución y mejor calidad visual, la fusión de datos sigue siendo una técnica estudiada, ya que los datos adquiridos por los sistemas de radar y por los sensores ópticos son sustancialmente diferentes y pueden ser considerados fuentes de información complementaria proporcionando ventajas en términos de precisión de clasificación [6], [23]. Por otro lado, recientemente se han desarrollado algoritmos de clasificación basados en MRF tanto para imágenes SAR de alta resolución (tales como TerraSAR-X), como para imágenes SAR polarimétricas

[17], [1] [56], [33], [63]. Todas estas consideraciones permiten pensar que la metodología propuesta en esta tesis puede ser exitosamente aplicada a estas imágenes, utilizando una distribución adecuada para datos SAR según sea el caso.

Bibliografía

- [1] V. Akbari, M. Vahid, G. Moser, A. Doulgeris, S. Anfinsen, and T. Eltoft. A k-wishart markov random field model for clustering of polarimetric sar imagery. *IEEE International Geoscience; Remote Sensing Symposium*, pages 1357–1360, 2011.
- [2] A. Akiwowa and M. Eftekharia. Feature-based detection using bayesian data fusion. *International Journal of Image and Data Fusion*, 4:308–323, 2014.
- [3] H. Allende, A. Frery, J. Galbiati, and L. Pizarro. M-estimators with asymmetric influence functions: the GA0 distribution case. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 76(11):941–956, 2006.
- [4] D. Amarsaikhan and T. Douglas. The integrated use of optical and sar data for urban land cover mapping. *International Journal of Remote Sensing*, 28:1161–1171, 2007.
- [5] S. Asadi, N. Rani, R. Vasantha, and M. Raju. Estimation of groundwater potential zones using remote sensing and gis: a model study. *International Journal of Advanced Scientific and technical Research*, 2, 2012.
- [6] B. Bigdeli and P. Pahlavani. High resolution multisensor fusion of sar, optical and lidar data based on crisp vs. fuzzy and feature vs. decision ensemble systems. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 52(9):126–136, 2016.
- [7] A. Blake, P. Kohli, and C. Rother. *Markov Random Fields for Vision and Image Processing*. The MIT Press, 2011.

- [8] O. H. Bustos, A. C. Frery, and S. Ojeda. Strong Markov processes in image modelling. *Rebrape*, 12(2):149–194, 1998.
- [9] F. Chabaane. *Remote Sensing Image Fusion for Unsupervised Land Cover Classification, Chapter 13*. <http://www.intechopen.com/books/image-fusion/remote-sensing-image-fusion-for-unsupervised-land-cover-classification>”, ISBN 978-953-307-679-9, 2011.
- [10] J. Cheng, G. Gao, W. Ding, X. Ku, and J. Sun. An improved scheme for parameter estimation of g distribution model in high-resolution sar images. *Progress In Electromagnetics Research*, 134:23–26, 2013.
- [11] E. Chuvieco. *Teledetección Ambiental: La observación de la Tierra desde el Espacio*. Editorial Ariel S. A., Barcelona, 2002.
- [12] C. M. Cuadras. *Nuevos metodos de Analisis multivariante*. CMC Editions, Barcelona, 2014.
- [13] R. Dana and D. Knepp. The impact of strong scintillation on space based radar design ii: Noncoherent detection. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-22:34–46, 1986.
- [14] C. C. Freitas, A. C. Frery, and A. H. Correia. The polarimetric G distribution for SAR data analysis. *Environmetrics*, 16(1):13–31, 2005.
- [15] A. C. Frery, H. J. Müller, C .C. F. Yanasse, and S. J. S. Sant’Anna. A model for extremely heterogeneous clutter. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 35(3):648–659, 1997.
- [16] A. C. Frery, C. C. F. Yanasse, and S. J. S. Sant’Anna. Stochastic distributions and the multipliactive model: relations, properties, estimators and aplications to SAR image analysis. Technical Report 5630-NTC/318, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, San José dos Campos, Brasil, 1995.

- [17] R. Gaetano, D. Amitrano, G. Masi, G. Poggi, G. Ruello, L. Verdoliva, and G. Scarpa. Interactive segmentation of high resolution synthetic aperture radar data by tree-structured mrf. In *2014 IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 3734–3737, July 2014.
- [18] J. Gambini, J. Cassetti, M. Lucini, and A. Frery. Parameter estimation in sar imagery using stochastic distances and asymmetric kernels. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing (IEEE J-STARS)*, arXiv:1408.0177 [cs.IT], 2014.
- [19] G. Gao. Statistical modeling of sar images: A survey. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 10:775–795, 2010.
- [20] D. Geman and S. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6):721–741, 1984.
- [21] J. Goodman. *Statistical Optics, Pure and Applied Optics*. John Wiley & Sons Inc., New York., 1985.
- [22] J. Goodman. *Statistical Optics*. Cambridge University Press, New York, 2001.
- [23] G. Hong, A. Zhang, F.Zhou, and B. Brisco. Integration of optical and synthetic aperture radar (sar) images to differentiate grassland and alfalfa in prairie area. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 28(9):12–19, 2014.
- [24] E. Jakeman and N. Pusey. A model for non rayleigh sea echo. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-24:806–814, 1976.
- [25] J. R. Jensen. *Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective*. Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2005.
- [26] R. Khedam and A. Belhadj-Aissa. A general multisource contextual classification model of remotely sensed imagery based on mrf. In *IEEE/ISPRS joint Workshop*

on *Remote Sensing and Data Fusion over Urban Areas*, pages 2135–2137 vol.4, Aug 2001.

- [27] V. Klemas and A. Pieterse. *Elaborates on advanced methods of land and water monitoring in aquatic ecosystems see more benefits: Using Remote Sensing to Map and Monitor Water Resources in Arid and Semiarid Regions*. Springer, ISBN 978-3-319-14212-8, 2015.
- [28] A. Levada, N. Mascarenhas, and A. Tannús. Pseudo-likelihood equations for Potts model on higher-order neighborhood systems: A quantitative approach for parameter estimation in image analysis. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 23(2):120–140, 2009.
- [29] S. Li. *Markov Random Field Modeling in Image Analysis*. Springer, ISBN 978-1-84800-278-4, 2009.
- [30] A. Lopes, H. Laur, and E. Nezry. Statistical distribution and texture in multilook and complex sar images. In *Proceeding of the IEEE 1990 International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'90)*, pages 20–24, Washington, 1990.
- [31] R. Luo, C. Chang, and C. Lai. Multisensor fusion and integration: Theories, applications, and its perspectives. *IEEE Sensors Journal*, 11:3122–3138, 2011.
- [32] D. Marchionni and F. Cavayas. Utilización de imágenes de radar (ers y radarsat) para la discriminación litológica y la cartografía estructural del sector central del macizo del deseado, provincia de santa cruz. *Revista de la Asociación Geológica Argentina*, 4:576–591, 2010.
- [33] A. Masjedi, M. Javad, V. Zoej, and Y. Maghsoudi. Classification of polarimetric sar images based on modeling contextual information and using texture features. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(2):932–943, 2016.
- [34] M. Mejail. *La Distribución GA0 en el Modelado y Análisis de Imágenes de Radar de*

- Apertura Sintética*. Doctorado en ciencias de la computación, Universidad Nacional de Buenos Aires, 1999.
- [35] M. E. Mejail, A. C. Frery, J. Jacobo-berlles, and O. Bustos. Approximation of distributions for sar images: proposal, evaluation and practical consequences. *Latin American Applied Research*, 31:83–92, 2001.
- [36] M. E. Mejail, J. Jacobo-Berlles, A. C. Frery, and O. H. Bustos. Classification of SAR images using a general and tractable multiplicative model. *International Journal of Remote Sensing*, 24(18):3565–3582, 2003.
- [37] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, A. H. Teller, M. R. Rosenbluth, and E. Teller. Equations of state calculations by fast computing machines. *J. Chem.Phys*, 21:1087–1091, 1953.
- [38] H. Mitchell. *Multi-Sensor Data Fusion*. Springer Verlag, ISBN: 3540714634, 2007.
- [39] E. Nezry, A. Beaudoin, and J. Rudant. Preprocessing of multifrequency sar images: Application to geological study of karstic formations (le larzac-france). In *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS '93)*, pages 2135–2137 vol.4, Aug 1993.
- [40] M. Nsaibi and F. Chaabane. Image fusion of radar and optical remote sensing data for land cover classification. *Information and Communication Technologies: From Theory to Applications. 3rd International Conference on*, 2008.
- [41] C. Oliver. A model for nonrayleigh scattering statistics. *Journal of Modern Optics*, 31(6):701–722, 1984.
- [42] C. Oliver. Optimum texture estimators for sar clutter. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 26:1824–1835, 1993.
- [43] C. Oliver and S. Quegan. *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*. Artech House, Boston, 1998.

- [44] W. Xiang-wei P. Rui-hui, W. Wang Shu-zong and L. Yong-sheng. Modelling of correlated gamma-distributed texture based on spherically invariant random process. *Intelligent Computing and Intelligent Systems, ICIS 2009. IEEE International Conference on*, 2009.
- [45] D. Peña. *Análisis de datos Multivariantes*. McGraw-Hill Interamericana de España SL., ISBN:9788448136109, 2002.
- [46] J. Penner and D. Long. Ground-based 3d radar imaging of trees using a 2d synthetic aperture. *Electronics*, 6(1), 2017.
- [47] M. Picco and G. Palacio. Markovian classification of sar images using \mathcal{G}_i^0 model. *Braz. J. Probab. Stat.*, 23(2):166–178, 2009.
- [48] M. Picco and G. Palacio. Unsupervised classification of sar images using markov random fields and g_0 i model. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 8(2):350–353, 2011.
- [49] C. Potter. Characterization of potential springs in the lower colorado desert of southern california using satellite radar and landsat time series analysis. *International Journal of Advanced Remote Sensing and GIS*, 5(9):1896–1907, 2016.
- [50] J. Richards. *Remote Sensing with Imaging Radar*. Springer, Australia, 2010.
- [51] M. Silva. Correcao do vies do estimador de máxima verossimilhanza para a distribuicao gao usando bootstrap. *Dissertacao de Mestrado em Estatistica, Departamento de Estatistica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, Brasil*.
- [52] Robert H. Swendsen and Jian-Sheng Wang. Nonuniversal critical dynamics in monte carlo simulations. *Phys. Rev. Lett.*, 58:86–88, Jan 1987.
- [53] M. Teimouri, M. Mokhtarzade, and M. Valadan Zoej. Optimal fusion of optical and sar high-resolution images for semiautomatic building detection. *Geoscience and Remote Sensing*, 53(1):45–62, 2016.

- [54] C. Tison, J. Nicolas, F. Tupin, and H. Maitre. A new statistical model for markovian classification of urban areas in high-resolution sar images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 42(10):2046–2057, 2004.
- [55] A. Voisin, V. Krylov, G. Moser, S. Serpico, and J. Zerubia. Supervised classification of multisensor and multiresolution remote sensing images with a hierarchical copula-based approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(6), 2014.
- [56] A. Voisin, G. Moser, V. Krylov, S. Serpico, and J. Zerubia. Classification of very high resolution sar images of urban areas by dictionary-based mixture models, copulas and markov random fields using textural features. In *Image and Signal Processing for Remote Sensing XVI, Toulouse, France*, 2010.
- [57] J. Wegner, J. Inglada, and C. Tison. Automatic fusion of sar and optical imagery based on line features. In *Synthetic Aperture Radar (EUSAR), 2008 7th European Conference on*, pages 1–4, June 2008.
- [58] G. Winkler. *Image Analysis, Random Fields and Markov Chain Monte Carlo Methods: A Mathematical Introduction*. Stochastic Modelling and Applied Probability. Springer Verlag, Berlin, 2006.
- [59] H. Xu, W. Wang, and X. Liu. A fast segmentation approach of sar image by fusing optical image. *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, pages 2665–2668, July 2011.
- [60] X. Xu Y. Peng, J. Chen and F. Pu. Sar images statistical modeling and classification based on the mixture of alpha-stable distributions. *Remote Sensing*, 5(5):2145–2163, 2013.
- [61] E. Yan, A. Milewski, M. Sultan, A. Abdeldayem, F. Soliman, and K. Abdel Gelil. Remote sensing based approach to improve regional estimation of renewable water resources for sustainable development. In: *Proceedings of US-Egypt workshop on space technology and geo-information for sustainable development. Cairo, Egypt*, 2010.

- [62] Y. Yang, H. Chongzhao, and H. Deqiang. A markov random field model-based fusion approach to segmentation of sar and optical images. In *Proceeding of the IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS 2008)*, pages 802–805, Boston, MA, 2008.
- [63] W. Yonghui, J. Kefeng, Wenxian Y., and S. Yi. Region-based classification of polarimetric sar images using wishart mrf. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 5:668 – 672, 11 2008.
- [64] J. Zhang. Multi-source remote sensing data fusion: status and trends. *International Journal of Image and Data Fusion*, 1:5–24, 2010.
- [65] Z. Yi; Y. Khing Ho; C. Seng Chua; X. Wei Zhou. Multi-ultrasonic sensor fusion for mobile robots in confined spaces. *SPIE Proceedings : Sensor Fusion: Architectures, Algorithms, and Applications IV*, pages 314–321, 2000.