

**ALEMANY, JUAN MANUEL**

**Preespacho de unida**

**2013**

**73928**



UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

Facultad de ingeniería

Departamento de electricidad y electrónica

Tesis presentada para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA

Predespacho de unidades de generación  
eléctrica con restricciones de seguridad  
utilizando programación lineal entera mixta

por

Juan Manuel Alemany

Director: Fernando Magnago

2013

215928

MP
Class
T.895

Predespacho de unidades de generación eléctrica con restricciones de  
seguridad utilizando programación lineal entera mixta

por

Juan Manuel Alemany

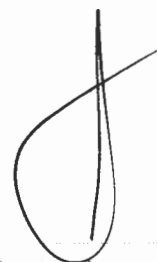


Fernando Magnago  
Director

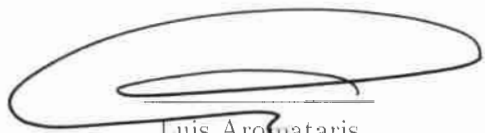
APROBADA POR:



Herminio Pinto  
Jurado



Alberto Vargas  
Jurado



Luis Aromataris  
Jurado



Fernando Magnago  
Director



Julián Durigutti  
Secretario Académico FI-UNRC



Leonardo Molisani  
Secretario de Posgrado FI-UNRC

Río Cuarto, Argentina

2013

A Karina. A Uga,  
Maryory, Bizcocho y Morrunguito.

# Agradecimientos

Agradezco la confianza, soporte y orientación de mi director Fernando Magnago.

Agradezco a los jurados evaluadores de la tesis por su esfuerzo en la corrección de la misma.

Agradezco a las entidades que financiaron la realización de este trabajo: CONICET y Secyt-UNRC.

# Indice

Agradecimientos	III
Indice	IV
Lista de tablas	X
Lista de figuras	XII
Resumen	XIII
Abstract	1
Introducción	3
Planteamiento del problema . . . . .	7
Objetivos del trabajo . . . . .	8
Objetivos específicos . . . . .	9
Aportes originales . . . . .	9
Estructura del trabajo . . . . .	10
Generalidades de resolución y modelado de los problemas UC y SCUC	11
Generalidades sobre el problema de predespacho . . . . .	14
Técnicas de solución . . . . .	14
Relajación de Lagrange . . . . .	15

Programación entera mixta . . . . .	16
Comparación, selección y justificación . . . . .	17
Modelos y restricciones . . . . .	20
Modelos de predespacho . . . . .	21
Función objetivo . . . . .	21
Restricciones . . . . .	27
Generalidades sobre el predespacho con restricciones de seguridad . . . . .	40
El sub-problema de seguridad . . . . .	40
Restricciones de seguridad . . . . .	42
Modelo de la red . . . . .	42
Modelo de red de pre-contingencia . . . . .	43
Modelo de red de post-contingencia . . . . .	44
Modelo de los controles de flujo de potencia . . . . .	44
El problema de la optimización simultánea P-Q . . . . .	45
Técnica de solución . . . . .	45
Descomposición de Benders . . . . .	45
Técnicas de iteración . . . . .	49
Esfuerzo computacional . . . . .	50
Modelos y restricciones . . . . .	52
Modelo lineal . . . . .	52
Flujo lineal . . . . .	58
Flujo lineal con redespacho . . . . .	59
Síntesis de modelos y técnicas considerados . . . . .	59
Conclusión . . . . .	60
<b>Modelo de centrales de ciclo combinado basado en MILP . . . . .</b>	<b>63</b>
Generalidades . . . . .	63
Centrales de ciclo combinado . . . . .	66
Modelo mixto entero-lineal del ciclo combinado . . . . .	69
Costo de producción . . . . .	69
Costo de arranque . . . . .	71



Configuración del ciclo combinado . . . . .	73
Transición entre modos . . . . .	74
Tiempos mínimos de servicio . . . . .	74
Resultados computacionales . . . . .	75
Conclusión . . . . .	80
<b>Problemas de simetría del UC basado en MILP</b>	<b>83</b>
Generalidades . . . . .	83
Simetría en programación mixta entera-lineal . . . . .	85
Simetría en el predespacho basado en programación mixta entera-lineal . . . . .	86
Ejemplo ilustrativo . . . . .	88
Subconjunto simétrico del predespacho . . . . .	90
Resultados computacionales . . . . .	91
Discusión de los resultados . . . . .	92
Conclusión . . . . .	93
<b>Inicialización de la descomposición de Benders aplicada al SCUC</b>	<b>95</b>
Generalidades . . . . .	95
Descomposición de Benders aplicada al SCUC . . . . .	97
Problema maestro - Etapa de decisión . . . . .	97
Sub-problema - Etapa de factibilidad . . . . .	99
Descripción de la metodología de inicialización . . . . .	100
Cálculo de la capacidad de suministro de carga . . . . .	101
Cálculo de la mínima carga infactible . . . . .	101
Cálculo de predespacho de horizonte relajado . . . . .	103
Pre-procesamiento de las restricciones de red . . . . .	106
Cálculo de flujo de potencia lineal con redespacho . . . . .	110
Actualización de los cortes de Benders . . . . .	110
Resultados computacionales . . . . .	112
Resultados del cálculo de cotas LSC-MIL . . . . .	113

Resultados del cálculo UCHR . . . . .	113
Resultados pre-procesamiento del sistema 67 barras . . . . .	116
Resultados pre-procesamiento del sistema IEEE 118 barras . . . . .	117
Resultados del cálculo LLFR y actualización de cortes . . . . .	118
Resultados globales de los sistemas . . . . .	118
Conclusión . . . . .	127
<b>Conclusión</b>	<b>131</b>
Contribuciones por capítulo . . . . .	131
Resumen de contribuciones . . . . .	133
Publicaciones en revista . . . . .	133
Publicaciones en congreso . . . . .	133
Publicaciones pendientes . . . . .	134
Trabajos futuros . . . . .	134
<b>Bibliografía</b>	<b>137</b>
<b>Anexo A: Restricciones de prioridad</b>	<b>147</b>
<b>Anexo B: Datos sistema 67 barras</b>	<b>149</b>
<b>Anexo C: Validación de Benders</b>	<b>159</b>

## Lista de tablas

3.1. Ejemplo de modos del CC. . . . .	67
3.2. Costo operacional de los modos del CC. . . . .	68
3.3. Conjunto factible de transiciones para el caso 2TG-1TV. . . . .	74
3.4. Opciones CPLEX. . . . .	76
3.5. Prioridades de las variables binarias. . . . .	76
3.6. Patrón de predespacho incluyendo central CC. . . . .	77
3.7. Comparación de costos para el parque de 10 generadores. . . . .	78
3.8. Comparación de costos para el parque de 20 generadores. . . . .	78
3.9. Comparación de costos con la variación de carga. . . . .	79
4.1. Sistema de dos generadores. . . . .	88
4.2. Resultados para el sistema de dos generadores. . . . .	90
4.3. Comparación de ejemplos usando opciones por defecto de CPLEX. . . . .	94
4.4. Comparación de costos totales con respecto al sistema original [44]. . . . .	94
5.1. Sistema de dos generadores. . . . .	105
5.2. Patrón de variables. . . . .	106
5.3. Resultados del UC de horizonte relajado. . . . .	107
5.4. Cálculo de cotas LSC-MIL. . . . .	113
5.5. Comparación maestro inicial: UCHR y convencional - Sistema 118- barras. . . . .	116
5.6. Resultados UCHR y convencional - Sistema RTS-96. . . . .	117
5.7. Escenarios de demanda - Sistema RTS-96. . . . .	118
5.8. Sistema de 67 barras luego del pre-procesamiento. . . . .	119
5.9. [%] de horas del horizonte. . . . .	119
5.10. [%] del total de líneas. . . . .	120
5.11. Sistema de 118 barras luego del pre-procesamiento. . . . .	121
5.12. [%] de horas del horizonte. . . . .	122
5.13. [%] del total de líneas. . . . .	122
5.14. Cálculo LLFR para demanda LSC. . . . .	123
5.15. Sistema 67 barras - Patrones de carga verano-invierno. . . . .	124
5.16. Sistema IEEE 118 barras - Patrones de carga verano-invierno. . . . .	125
5.17. Impacto de cada paso de inicialización en el rendimiento global. . . . .	129
B.1. Datos de generación. . . . .	150
B.2. Datos de líneas. . . . .	151
B.3. Datos de líneas. . . . .	152
B.4. Datos de líneas. . . . .	153
B.5. Datos de líneas. . . . .	154

B.6. Datos de líneas. . . . .	155
B.7. Datos de líneas. . . . .	156
B.8. Datos de carga. . . . .	157
B.9. Datos de carga. . . . .	158
C.1. Verificación de carga: Benders clásico - Master inicial. . . . .	159
C.2. Verificación de carga: Benders inicializado - Master inicial. . . . .	160
C.3. Verificación de carga: Benders clásico - Master Final. . . . .	161
C.4. Verificación de carga: Benders inicializado - Master Final. . . . .	161

## Lista de figuras

1.1.	Niveles de inversión global en el sector energético. . . . .	4
1.2.	Contribución de la eficiencia energética comparada a otros recursos energéticos. . . . .	5
1.3.	Ahorro de energía por eficiencia energética en 11 países miembros de IEA. . . . .	6
2.1.	Jerarquía de planeamiento y operación. . . . .	12
2.2.	Curva de costo convexo. . . . .	23
2.3.	Curva de costo no convexo. . . . .	24
2.4.	Curva costo de arranque. . . . .	25
2.5.	Curva de demanda discreta. . . . .	29
2.6.	Esquema de transiciones. . . . .	37
2.7.	Modelo de rampa escalonada. . . . .	38
2.8.	Modelo de rampa lineal. . . . .	38
2.9.	Esquema iterativo del SCUC. . . . .	41
2.10.	Restricciones de red como cortes de Benders. . . . .	50
2.11.	Funciones trigonométricas con ángulos pequeños. . . . .	54
3.1.	Precios de combustibles. . . . .	64
3.2.	Evolución de la generación argentina. . . . .	65
3.3.	Diagrama de transiciones de estado del CC. . . . .	67
3.4.	Curvas de costo operacional de los modos del CC. . . . .	68
3.5.	Costo de producción lineal por tramos. . . . .	70
3.6.	Costo de arranque exponencial escalonada. . . . .	71
3.7.	Perfil de carga para caso base y variación del $\pm 10\%$ . . . . .	80
3.8.	Estructura rala de la matriz MILP. . . . .	81
5.1.	Algoritmo MIL. . . . .	103
5.2.	Esquema de horizonte relajado. . . . .	104
5.3.	Sistema de 3 barras. . . . .	108
5.4.	Conjunto de restricciones redundantes. . . . .	109
5.5.	Rango LSC-MIL. . . . .	111
5.6.	67 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de verano. . . . .	114
5.7.	67 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de invierno. . . . .	114
5.8.	118 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de verano. . . . .	115
5.9.	118 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de invierno. . . . .	115
5.10.	67 barras - Verano: (a) 60% LSC y (b) 80% LSC. . . . .	124
5.11.	67 barras - Invierno: (a) 60% LSC y (b) 80% LSC. . . . .	125
5.12.	IEEE 118 barras - Verano: (a) 60% LSC y (b) 80% LSC. . . . .	126

5.13. IEEE 118 barras - Invierno: (a) 60 % LSC y (b) 80 % LSC. . . . .	126
B.1. Unifilar 67 barras. . . . .	149

# Resumen

Planificar los recursos energéticos de un país es fundamental debido a que las decisiones en materia energética implican la afectación de grandes recursos de la economía y producen efectos en todos los actores de la misma. En este contexto, la planificación de los sistemas eléctricos define la estrategia de generación y transmisión con el fin de explotar eficientemente al sistema. Por lo tanto, en un marco general de eficiencia energética, la optimización aplicada a la explotación de los recursos eléctricos es esencial. En el caso particular de los sistemas eléctricos de potencia, la optimización aplicada está relacionada con el planeamiento y la programación de la operación. Ambas aplicaciones son fundamentales en un plan de eficiencia energética.

El objetivo principal de este trabajo de tesis está enfocado al desarrollo de innovaciones algorítmicas y de modelado, que contribuyan a mejorar las herramientas de programación de la operación de los sistemas eléctricos interconectados tanto para resolver problemas de predespacho (UC) como problemas de predespacho con restricciones de seguridad (SCUC).

En este trabajo, la formulación del UC se basa en el modelo mixto entero-lineal (MILP). La resolución del UC se basa en el algoritmo MILP. El problema SCUC se formula como un problema de optimización de dos niveles. Para la resolución del SCUC se utiliza el método de descomposición de Benders. Para la resolución de los flujos de potencia se utilizan modelos de red lineales.

Específicamente se ha contribuido en la mejora de los modelos y la eficiencia computacional de los problemas UC y SCUC. Se desarrolló un modelo MILP para incluir centrales de ciclo combinado. Se identificó un problema computacional con unidades generadoras idénticas en el UC basado en MILP y se propuso una estrategia para mitigarlo. Finalmente, se realizó una revisión de alternativas para mejorar la eficiencia computacional de la descomposición de Benders. Se desarrolló una estrategia de inicialización para el algoritmo de Benders aplicado al SCUC con la cual se mejora significativamente la convergencia global del mismo.

Con el fin de validar los modelos, conceptos y estrategias desarrolladas, las im-

plementaciones en el entorno GAMS-CPLEX, se evalúan con diferentes sistemas de prueba.



# Abstract

Energy resource planning is essential because decisions on energy involve the allocation of large amounts of resources of the economy and they produce effects that affect all of the actors. In this context, the planning of electrical systems defines different strategies for the generation and transmission of electricity in order to efficiently exploit them. Therefore, in a general efficiency framework, applied optimization in the operation of electric resources is essential. In the case of power systems, optimization is related to the planning and scheduling of the operation. Both applications are a key issue in any energy efficiency plan.

The objective of this thesis is focused on the development of algorithmic and modeling innovations in order to improve the tools applied to the operation of interconnected power systems. These tools are applied to solve both, Unit Commitment (UC) and Security Constrained Unit Commitment (SCUC).

In this work, the UC formulation is based on the Mixed Integer Linear Programming model (MILP) and the SCUC problem is formulated as a two-level optimization problem. The Benders decomposition method is used to solve the SCUC problem where linear network models are used to solve the power flow problems.

Specifically, it has been contributed to the improvement of models and computational performance of the UC and SCUC problems. Due to the necessity of more realistic UC models, a MILP model to include combined cycle plants was developed. After identifying a computational problem with identical generating units in the MILP based UC, a strategy to mitigate the problem was proposed. Finally, due to convergence issues related to Benders based SCUC, a strategy for the initialization of the algorithm was developed, in which the global convergence is significantly improved.

In order to validate the developed models, concepts and strategies, all the implementations in the GAMS - CPLEX environment are evaluated with different test systems.

# Introducción

Planificar los recursos energéticos de un país es fundamental para enfrentar importantes desafíos de política e interés público. Esto se debe a que las decisiones en materia energética, en general, implican la afectación de grandes recursos de la economía y producen importantes efectos en todos los actores de la misma. En este contexto, el objetivo principal de la planificación de los sistemas eléctricos es definir una estrategia adecuada de generación y transmisión con el fin de explotar eficientemente al sistema. Por lo tanto, cualquier esfuerzo invertido en eficiencia del sistema eléctrico producirá importantes beneficios.

Entre estos beneficios, se pueden destacar primero a la reducción de la explotación de los sistemas de suministro de energía, aumentando como consecuencia la utilidad y seguridad del sistema. Lo segundo destacable es un mayor bienestar social, derivado de la reducción de emisión de contaminantes. Adicionalmente, la posición comercial de los países puede mejorar, al reducir la necesidad de importaciones de combustibles o la liberación de reservas de energía para la exportación. En resumen, los gobiernos necesitan estimular la eficiencia energética para mantener un alto nivel de servicios energéticos. Un nivel que permita impulsar el crecimiento económico, sostener la oferta de energía y reducir las emisiones.

En la actualidad, la escala de inversión mundial en eficiencia energética y su contribución a la demanda de energía, es tan importante como la inversión en otros recursos de oferta energética [1]. A modo de ejemplo, en el año 2011, la eficiencia energética a nivel mundial atrajo la inversión de hasta 300 mil millones USD [1]. Esta cantidad se encuentra al mismo nivel que las inversiones mundiales tanto en energías renovables como en generación de energía convencional. Esta comparación se ilustra en la Figura 1.1.

El grado de inversión global en eficiencia energética y el ahorro de energía que produce es tan importante, que ha llegado a denominarse como “combustible prin-

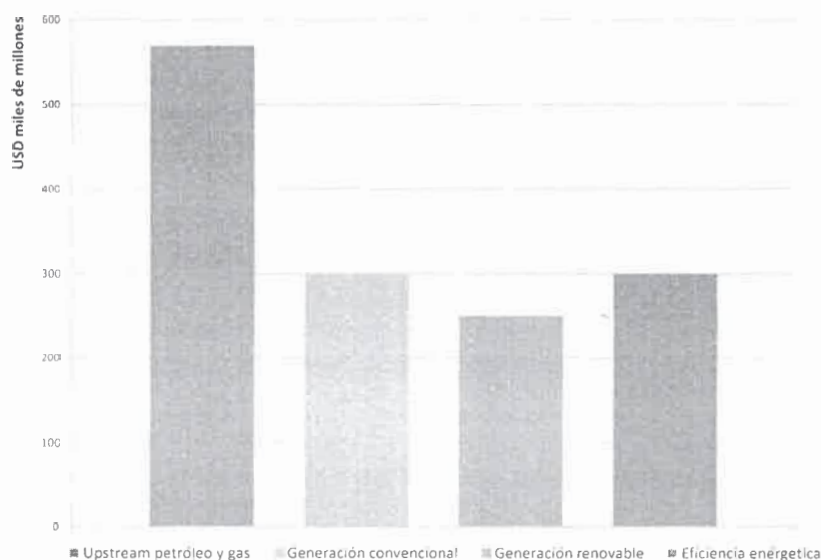


Figura 1.1: Niveles de inversión global en el sector energético.

cipal” o “combustible oculto”. Esto sugiere que la eficiencia energética no es sólo un combustible oculto, sino el primer combustible del mundo. El ahorro energético ilustrado en la Figura 1.2, muestra el resultado de un análisis de largo plazo realizado por la Agencia Internacional de Energía (International Energy Agency, IEA) [1], donde se remarca la diferencia entre el consumo global de combustibles en el año 2010 y el volumen de energía que habría sido consumida desde el año 1974, de no haberse incorporado medidas relacionadas con la eficiencia energética.

El ahorro de energía debido a las medidas de eficiencia adoptadas en el largo plazo, excede a los consumos de cualquier otra fuente de energía en un grupo de 11 países<sup>1</sup> analizados, miembros de IEA [1]. Por ejemplo, las inversiones en eficiencia energética realizadas desde 1974, han tenido un gran impacto acumulativo sobre el consumo anual de energía. Esto resultó en una reducción del consumo energético de 63 Exa-Joules (EJ), 1.52 millones de toneladas de equivalente petróleo, en estos 11 países en el año 2010 (Figura 1.3). Esta cantidad fue mayor que el consumo de petróleo (43 EJ), electricidad o gas natural (22 EJ cada uno) en estos países en ese año.

<sup>1</sup> Los 11 países son Australia, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Italia, Japón, Holanda, Suecia, Reino Unido y los Estados Unidos.

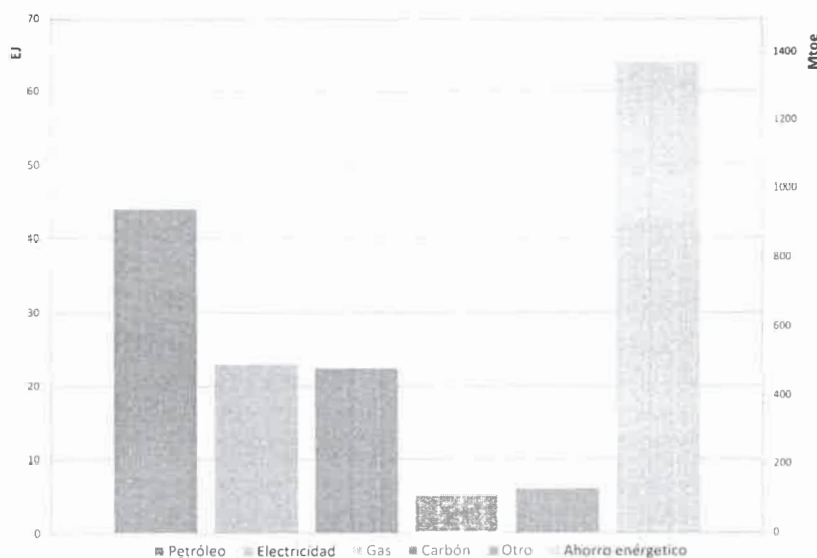


Figura 1.2: Contribución de la eficiencia energética comparada a otros recursos energéticos.

Se puede observar que el impacto acumulativo de la eficiencia energética es significativo. Desde el año 2005 hasta el año 2010, las medidas de eficiencia ahorraron el equivalente energético de 420 miles de millones USD valor petróleo, en el grupo de 11 países miembros de IEA [1]. Si no hubiera sido por las medidas de eficiencia implementadas en los últimos años, esos 11 países consumirían cerca de dos tercios más de energía que la que utilizan actualmente.

Uno de los factores más importantes que conducen a la expansión de la eficiencia energética es el precio de la energía. Históricamente, precios altos de la energía sostenidos en el tiempo motivaron a incorporar medidas de ahorro energético. Durante la última década, el aumento de los precios mundiales del petróleo ha estimulado la innovación tecnológica y la mejora de la eficiencia en varios sectores. Un ejemplo concreto de innovación tecnológica es el desarrollo de las centrales de ciclo combinado. La política es otro estímulo clave para la expansión de la eficiencia energética, ya que es comúnmente utilizada por los gobiernos para superar barreras y fallas de mercado. Los enfoques políticos varían entre los países, reflejando diferentes contextos económicos y energéticos, concernientes a importaciones de energía, cambio climáti-

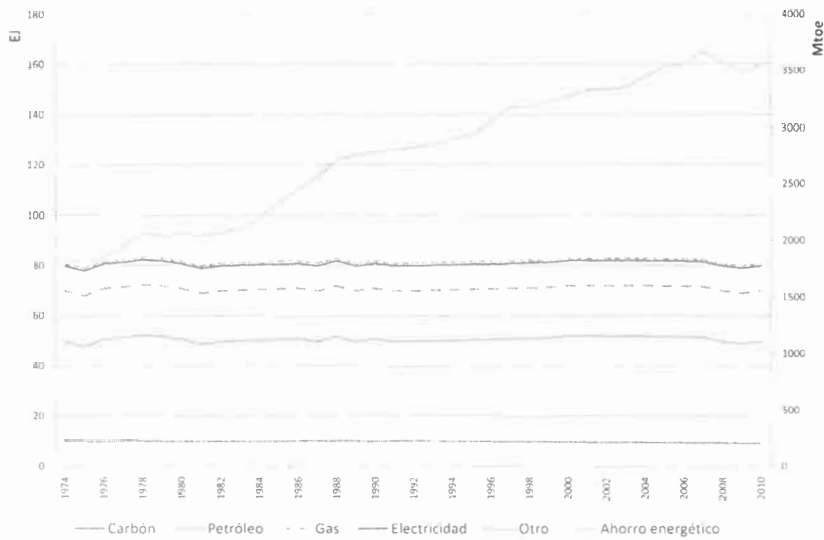


Figura 1.3: Ahorro de energía por eficiencia energética en 11 países miembros de IEA.

co, seguridad energética y desarrollo económico. Como ejemplo de esto, el 11<sup>o</sup> plan quinquenal de China destacó la importancia de la eficiencia energética como una herramienta para apoyar el desarrollo social y económico del país, que conduciría a una reducción en la intensidad de consumo energético de más del 19% [1].

Debido a lo expresado anteriormente, es claro que el desarrollo aplicado a la eficiencia energética continuará cumpliendo un rol clave en cualquier política energética de cualquier país.

En un marco general de eficiencia energética, la optimización aplicada a la explotación de los recursos eléctricos es esencial. En el caso particular de los sistemas eléctricos de potencia, la optimización aplicada está relacionada con el planeamiento y la programación de la operación. Ambas aplicaciones son partes fundamentales para cualquier plan de eficiencia energética. En este contexto, este trabajo de tesis está enfocado al desarrollo de innovaciones algorítmicas y de modelado, que contribuyan a mejorar las herramientas de programación de la operación de los sistemas eléctricos interconectados. Herramientas destinadas precisamente a contribuir con la eficiencia del sistema o “combustible oculto”. Dentro del área de programación, esta tesis está enfocada al estudio de los problemas de predespacho y predespacho

con restricciones de seguridad.

## Planteamiento del problema

La programación de la operación diaria del sistema eléctrico esta conformada por dos problemas específicos: el predespacho (Unit Commitment, UC) y el predespacho con restricciones de seguridad (Security Constrained Unit Commitment, SCUC). En el primero se programan, comisionan y despachan, las unidades generadoras sobre un horizonte de tiempo determinado. Sin embargo, el predespacho no garantiza que la energía pueda fluir satisfactoriamente desde los generadores a las cargas a través de la red de transmisión. Con lo cual, el segundo problema surge al incluir las restricciones de la red eléctrica incluyendo escenarios de contingencia. Con esta extensión, la generación se asigna económicamente garantizando la seguridad del sistema.

Dependiendo del modelo a utilizar, tanto el UC como el SCUC pueden expresarse en forma genérica como [79]:

Función objetivo: *Minimizar el costo operacional del sistema*. Donde, la Función objetivo esta constituida por los *Costos de combustible y arranque*.

Adicionalmente, la Función objetivo se encuentra sujeta a un conjunto de restricciones:

Conjunto de restricciones		
De las unidades	De la central	Del sistema
Rampas	Emisiones	Balance energético
Capacidades	Cuadrillas	Reservas operativas
Tiempos de servicio	Ciclos combinados	Tensiones en barras
Número de arranques	Consumo de combustible	Flujos de transmisión

El UC y el SCUC son problemas de optimización mezcla-entera de gran escala, los cuales poseen un gran número de variables de control y restricciones. Son problemas complejos y directamente relacionados, para los cuales, las técnicas de Relajación de Lagrange (Lagrange Relaxation, LR), la Programación Lineal Mezcla Entera (Mixed



Integer Linear Programming, MILP) y la Descomposición de Benders (Benders Decomposition, BD) son en la actualidad las principales herramientas de solución. Con la disponibilidad actual de técnicas MILP más avanzadas, existe un creciente interés en la aplicación de esta técnica para resolver ambos problemas. Una vez formulado el problema en el formato MILP, la solución puede obtenerse empleando algún paquete comercial tal como CPLEX, XPRESS, GUROBI [23, 94, 42]. No obstante, la resolución de los problemas UC y SCUC continúa presentando diversos desafíos concernientes al modelado, aplicación algorítmica y complejidad computacional. Todos estos desafíos conforman la motivación para la innovación tecnológica. En consecuencia, es de valioso interés innovar y desarrollar mejoras que sean aplicables tanto a los modelos matemáticos como a la eficiencia de los algoritmos para los problemas UC y SCUC.

## Objetivos del trabajo

El objetivo general de este trabajo de tesis es desarrollar metodologías y estrategias que contribuyan tanto a la mejora del rendimiento computacional algorítmico como a los modelos aplicables al problema UC y SCUC para sistemas de potencia de escala real.

Una gran cantidad de desarrollo queda por hacer en este área. Las mejoras en las técnicas de solución de UC deben facilitar la adopción de modelos más detallados y proporcionar resultados más precisos y confiables. Además, las restricciones de seguridad agregan al problema UC una considerable complejidad extra, que se incrementa con el nivel de detalle del modelo de red. En el extremo más simple, se encuentra el flujo de potencia lineal sin discontinuidades ni controles optimizables. Desafortunadamente, dependiendo del caso, este modelo puede ser muy impreciso. En el extremo opuesto, se encuentra el flujo de potencia óptimo AC con restricciones de seguridad, basado en descomposición de Benders y requiriendo computación paralela.

Acorde a la descripción previa y al objetivo general del trabajo, a continuación se establecen los objetivos específicos del mismo.

## Objetivos específicos

A partir del trabajo llevado a cabo en la tesis de maestría y a los problemas detectados en la revisión literaria para este trabajo de tesis, se han establecido tres líneas de investigación. En base a estas líneas, los objetivos específicos de este trabajo de tesis son:

- Analizar, evaluar y desarrollar modelos mezcla-entero eficientes para el UC de escala real. Con este objetivo se pretende detectar cuales son los modelos mezcla-entero más eficientes para el UC y se pretende contribuir con el desarrollo de un nuevo modelo de centrales de ciclo combinado.
- Analizar, evaluar y desarrollar una estrategia para el problema de simetría del UC basado en MILP. Con este objetivo se pretende contribuir a la mejora de la eficiencia computacional del cálculo de UC basado en MILP ante la presencia de unidades generadoras idénticas.
- Analizar, evaluar y desarrollar una estrategia de inicialización del algoritmo de Benders. Con este objetivo se pretende contribuir a la mejora de la convergencia de la descomposición de Benders aplicada al UC térmico de corto plazo con restricciones de seguridad lineales en el escenario base.

## Aportes originales

Con este trabajo de tesis se ha contribuido en diferentes áreas de aplicación y desarrollo. Por un lado, se realizó una revisión y evaluación computacional de los distintos modelos mezcla-entero para el UC térmico de corto plazo. Además en este sentido, se desarrolló un modelo mezcla-entero para incluir centrales de ciclo combinado al problema UC térmico de corto plazo. Por otro lado, se identificó un problema computacional relacionado con unidades generadoras idénticas, denominado problema de simetría, en el UC basado en MILP. Consecuentemente, se evaluó el algoritmo de programación mezcla-entera bajo la presencia de simetría y se propuso una estrategia para mitigar el mencionado problema. Adicionalmente, se realizó una



revisión de diferentes alternativas para mejorar la eficiencia computacional del algoritmo de descomposición de Benders. Se detectó que las estrategias de inicialización del algoritmo poseen un impacto potencial en la convergencia global del mismo. En consecuencia, se desarrolló y evaluó una estrategia de inicialización para el algoritmo de Benders aplicada al UC térmico de corto plazo con restricciones de seguridad lineales en el escenario base. En el capítulo 6 se detallan las publicaciones derivadas de este trabajo de tesis.

## Estructura del trabajo

El presente trabajo está organizado de la siguiente forma. En el capítulo 2 se describen los aspectos de modelado y de resolución más importantes, tanto del problema de UC como del SCUC. Además, se sintetiza el modelo UC y SCUC utilizado en este trabajo de tesis. En el capítulo 3 se presenta el modelo de centrales de ciclo combinado desarrollado para el UC basado en MILP. El capítulo 4 presenta el problema de simetría del UC basado en MILP, en donde se identifican los elementos que la generan, se evalúan sus efectos, y se desarrolla una estrategia de solución. En el capítulo 5 se presenta y propone una estrategia de inicialización del algoritmo de Benders aplicado al problema UC con restricciones de seguridad. Por último, en el capítulo 6 se sintetizan las conclusiones más relevantes de esta tesis y se presentan las futuras líneas de trabajo.

# Generalidades de resolución y modelado de los problemas UC y SCUC

Como se ha remarcado en el capítulo 1, los estudios de planeamiento y operación aplicados a los sistemas eléctricos de potencia son fundamentales para la sustentabilidad económica y seguridad funcional de cualquier sistema interconectado de gran escala.

El análisis conjunto sobre planeamiento, operación y seguridad de los sistemas eléctricos de potencia puede ser fragmentado en diferentes escalas de tiempo bien definidas:

- Análisis de seguridad de tiempo real, el cual considera la seguridad del sistema en ventanas de tiempo del orden de los minutos.
- Operación de corto plazo, diario y semanal, el cual considera el predespa-cho con restricciones de seguridad (Security Constrained Unit Commitment, SCUC) y el flujo de potencia óptimo con restricciones de seguridad (Security Constrained Optimal Power Flow, SCOPF).
- Planeamiento de operación de medio plazo, mensual y anual, el cual considera la programación óptima de mantenimiento del equipamiento (Optimal maintenance scheduling of equipments) y la asignación óptima de recursos, como por ejemplo, combustibles, emisiones y agua.
- Planeamiento de largo plazo, multi-anual, el cual considera el planeamiento de los recursos de generación y el sistema de transmisión.

Los marcos temporales descritos anteriormente se ilustran en la Figura 2.1.

Desde un punto de vista operacional, todos los marcos temporales poseen inter-relaciones capaces de afectarse entre sí. Un adecuado planeamiento de largo-medio

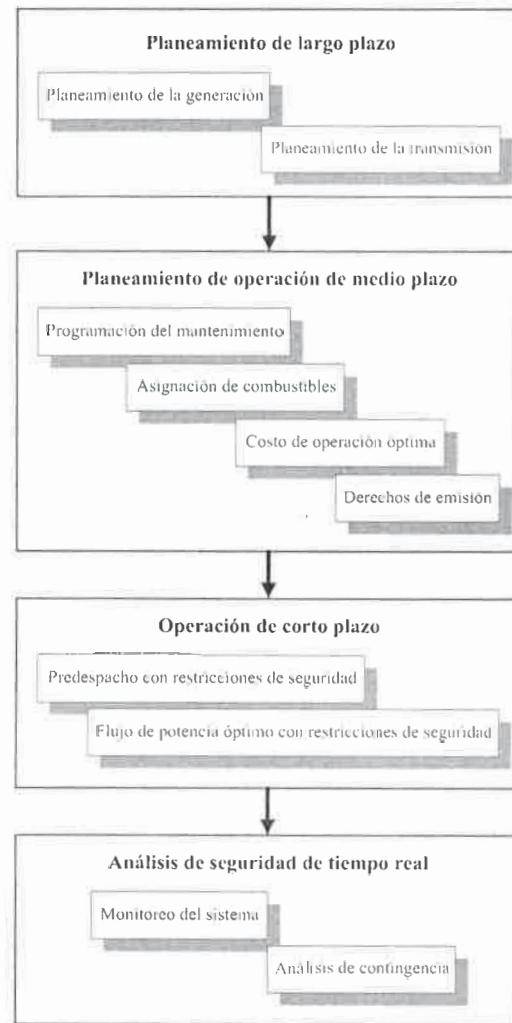


Figura 2.1: Jerarquía de planeamiento y operación.

plazo brinda la posibilidad de disponer de un rango más amplio de opciones para la gestión de seguridad en la operación del sistema en tiempo real y en el corto plazo. Adicionalmente, las estrategias de operación del sistema en el corto plazo producen señales de seguridad muy útiles para la programación y el planeamiento en marcos temporales de mayor plazo. En esencia, un análisis global de las opciones de seguridad es siempre preferible a un análisis sesgado, ya que es posible obtener oportunidades adicionales en la búsqueda de estados factibles y óptimos en las diversas escalas de tiempo.

Este trabajo de tesis está focalizado al marco temporal de corto plazo. Especifi-

amente, se concentra en metodologías aplicadas a la programación de la operación de corto plazo.

Primero, se analiza el cálculo del predespacho (Unit Commitment, UC) donde se programa la operación y el despacho de las unidades generadoras para un horizonte de demanda prevista. Este cálculo se utiliza de forma generalizarla en la operación diaria del sistema eléctrico. Además, el UC para rangos de previsión más amplios también cumple un rol crítico en planeamiento operacional y evaluación de inversiones. Este análisis no considera ningún tipo de requerimiento de seguridad del sistema

Luego se extiende el análisis a problemas de SCUC como una extensión significativa para el UC uninodal convencional [78, 91, 21, 87, 51]. La seguridad del sistema en este marco temporal es un requerimiento muy importante en la previsión de la operación. Esto se debe a que en general, tanto en los marcos temporales de tiempo real como en corto plazo, la operación conlleva riesgos asociados a fallas inesperadas de los componentes del sistema eléctrico y fluctuaciones aleatorias de la carga fuertemente relacionadas con las condiciones climáticas. Además, la operación de corto plazo puede estar expuesta a riesgos financieros asociados a la volatilidad de los precios de la electricidad y cargos de transporte.

El SCUC representa el cálculo central destinado a dirigir la operación diaria de la mayoría de los mercados eléctricos modernos. El término seguridad se refiere a la inclusión de restricciones de transmisión en estado de pre y post contingencia. Con esta extensión del UC, los recursos de generación se despachan económicamente asegurando la robustez del sistema ante la eventual ocurrencia de las contingencias más probables para el mismo. Al mismo tiempo, esta extensión incrementa la complejidad matemática y computacional de la programación de la operación de corto plazo.

El SCUC ya ha reemplazado al UC en diversos mercados en Norte América y Europa. En algunos de estos casos, se utiliza para producir los precios marginales locales por cada hora para el mercado diario. En otros casos, es utilizado para diversos escenarios de estudio. No obstante, el SCUC aún se encuentra en su etapa temprana de desarrollo e implementación, debido a que en general las restricciones de

red se incluyen de forma limitada. Por lo tanto, es muy probable obtener resultados con significativas desviaciones en relación con el comportamiento real del sistema.

Algunos de los principales desafíos que enfrentan el UC y el SCUC en la actualidad son:

- Permitir la incorporación de modelos de red y generación más realistas.
- Producir soluciones confiables con mínima volatilidad.
- Obtener soluciones dentro de tiempos de cómputo razonables.

En este trabajo de tesis se focaliza el estudio al UC térmico determinista y al SCUC para el estado de pre-contingencia. Es decir, en todos los casos de estudio presentados se tienen en cuenta las restricciones de seguridad asociadas al estado normal de funcionamiento del sistema eléctrico. No obstante este es el caso base, punto de partida.

El objetivo de este capítulo es describir los aspectos de modelado y de resolución más importantes, tanto del problema de UC como del SCUC. Al final del capítulo se resumen las premisas establecidas respecto del aporte de esta tesis en ambos problemas.

## Generalidades sobre el problema de predespacho

En esta sección se resumen los aspectos básicos del UC. El problema de UC es un ejercicio de optimización de muy gran escala, variante en el tiempo, no-convexo y de naturaleza entera-mixta, en el cual, se minimiza el costo operativo total para un horizonte de tiempo dado, sujeto a un gran conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad. En la práctica, la formulación incluye restricciones lógicas y discontinuas.

### Técnicas de solución

En la actualidad, los algoritmos de optimización más utilizados para resolver el UC son los basados en Relajación de Lagrange (Lagrangian Relaxation, LR) y Programación Lineal Entera Mixta (Mixed-Integer Linear Programming, MILP). En

esta sección se brinda una idea general sobre estos algoritmos. Además, se establece cual es el algoritmo seleccionado para implementación y desarrollo en este trabajo de tesis y se justifican las razones de su elección.

### Relajación de Lagrange

El método LR se basa en la técnica de optimización dual para problemas no-convexos y con variables discretas. Por un lado, el método determina los estados horarios de servicio de las unidades de generación. Por otro lado, el método determina el despacho económico que satisface la demanda y la reserva horaria, de forma tal de minimizar el costo operativo total, mientras se satisfacen las restricciones operativas.

La idea básica del método LR es adjuntar las restricciones acoplantes, por ejemplo el balance de energía, a la función objetivo utilizando multiplicadores de Lagrange [92]. El método LR, depende esencialmente de la eficaz actualización de los multiplicadores en cada iteración. En ciertas circunstancias puede producir el despacho innecesario de unidades de generación, dando como resultado, mayores costos de producción. Esta dificultad puede explicarse por la no-convexidad de este tipo de problemas de optimización. La deficiencia de convexidad se debe a la naturaleza discreta de las variables de estado y los costos de arranque de las unidades generadoras.

En aplicaciones UC [91, 21] este algoritmo itera entre dos etapas:

- Etapa de asignación: la asignación de las unidades generadoras se realiza vía programación dinámica sobre el horizonte de tiempo completo, sujeta a rampas de transición, tiempos de servicio y otras restricciones de acoplamiento temporal, y relajando aquellas restricciones que representan acoplamientos entre los niveles de generación de las unidades.
- Etapa de despacho: el despacho de las unidades asignadas en cada período de tiempo se realiza vía programación lineal o no lineal, sujeto al balance energético y el resto de las restricciones del problema.

Cada etapa puede implementarse con mucha eficiencia y para aplicación problema-

---



específica, incluso para problemas de muy gran escala. El rendimiento del algoritmo LR puede mejorarse significativamente incorporando en la función objetivo términos extras que estabilizan la convergencia [15]. De esta manera, la función de Lagrange se aumenta introduciendo penalidades cuadráticas relacionadas con las ecuaciones de balance de energía. Esta metodología ayuda a mejorar la convexidad del problema UC, con lo cual también se mejora la convergencia del algoritmo LR. Además, la característica de descomposición por generador del método LR, permite la utilización eficaz de técnicas de computación paralela [67].

### Programación entera mixta

La implementación de soluciones algorítmicas del tipo MILP comenzó a inicios de los años 60' con el desarrollo de dos métodos clásicos [43]; el algoritmo de los planos cortantes (Cutting Planes) [38] y el método de Ramificación y Cota (Branch and Bound, B&B) [45]. No obstante, no ha sido hasta en los últimos veinte años que surgieron innovaciones importantes relacionadas con esta metodología [13]. Dichas innovaciones han permitido su aplicación en problemas de escala real. La mayoría de estos avances han sido implementados en programas comerciales [43]. Algunas de las principales características son [12]:

- Avances significativos en algoritmos de programación lineal.
- Desarrollo de métodos numéricos para sistemas de datos dispersos.
- Diferentes tipos de Cortes.
- Pre-resolución del problema.
- Selección de variables.
- Técnicas heurísticas.
- Pre-resolución de nodos.

Basados en estas nuevas características, los paquetes que resuelven problemas del tipo MILP comienzan pre-procesando el problema. En esta primer etapa, se escalan los coeficientes de la matriz de restricciones y se eliminan las variables redundantes

e innecesarias. En la siguiente etapa, se aplican diferentes técnicas heurísticas que permiten mejorar la calidad de las cotas y encontrar rápidamente soluciones factibles. Finalmente, en la última etapa se aplica una combinación metodológica entre las técnicas de planos cortantes y ramificación-cota [13]. Por todo esto, en la actualidad pueden resolverse con relativa facilidad, problemas que unos pocos años atrás eran muy difíciles o incluso imposibles de resolver [12]. Adicionalmente, la gran mayoría de los paquetes comerciales poseen características que son particularmente útiles para el modelado en el área de generación eléctrica. Por ejemplo, permiten la utilización de variables semi-continuas [43]. Este tipo de variables reflejan fielmente los límites de potencia de una unidad generadora.

Desde el punto de vista computacional, esta metodología depende de un motor de cálculo MILP de propósito general, desarrollado por terceros, de implementación propietaria y que en general se basa en un algoritmo de búsqueda del tipo ramificación-corte. Este algoritmo combina los métodos ramificación-cota y planos cortantes. Una vez formulado el UC en el formato MILP, la solución puede calcularse utilizando algunos de los paquetes MILP estándar tales como: GUROBI, CPLEX, XPRESS, OSL, LINDO y demás [42, 23, 94]. Cada una de estas opciones poseen sus propias características, con sus relativas fortalezas y debilidades para diferentes tipos y tamaños de problemas MILP. El método MILP también puede beneficiarse con la utilización de técnicas de procesamiento paralelo.

### Comparación, selección y justificación

Existen diversos trabajos comparativos entre la aplicación de soluciones UC basadas en LR y MILP. A continuación se describen en un orden cronológico.

En [41] se comparan los métodos LR y MIP mediante el análisis de rendimiento para diferentes simulaciones numéricas. En el trabajo se compara la complejidad computacional de cada método; se evalúan las ventajas y desventajas algorítmicas y de modelado; y se evalúa la resolución del UC hidráulico y se menciona la posibilidad de utilizar y obtener ventaja, de la combinación de ambas técnicas. En [48] se compara la solución del UC MILP basado en precios con el método LR. En el trabajo se muestra la eficiencia computacional y las ventajas de la formulación MILP



respecto del LR: se muestra la aplicación del método MILP en el UC hidráulico, en particular para centrales hidráulicas de cascada y de bombeo; y se presenta el modelado de centrales de ciclo combinado basado en MILP. Además, se evalúa el tiempo de cómputo y los requerimientos de memoria para la aplicación MILP en sistemas de gran escala. Finalmente, se menciona la posibilidad de explotación de la estructura específica del problema, y el uso de procesamiento paralelo en MILP. En [87] se describe la migración del mercado PJM desde una aplicación de UC basada en LR hacia una aplicación basada en MILP. En el trabajo se describe y se justifica la necesidad del mercado por desarrollar esta migración. Se menciona que el algoritmo LR era adecuado para el tamaño original del mercado. No obstante, con el crecimiento del mismo surge la necesidad de desarrollar un método que posea mayor flexibilidad para modelar restricciones de transmisión y centrales de ciclo combinado. En [84] se evalúa mediante la aplicación a un mercado real, el problema de equidad de solución para ambos métodos LR y MIP. La evaluación se realiza bajo la hipótesis de imposibilidad de resolver el UC hasta el óptimo global en sistemas de gran escala. Además, se evalúa la existencia de relación entre la desviación de pagos por unidad y el tamaño de la tolerancia de convergencia (gap). En [2] se evalúa en todos los casos presentados, el rendimiento computacional comparativo entre LR y MILP. Además, se evalúa el rendimiento computacional para la búsqueda de la solución inicial factible. También, se evalúa el rendimiento computacional entre ambos métodos con el incremento del tamaño del problema. Finalmente, se evalúa la volatilidad de los resultados para soluciones sub-óptimas con cualquiera de los métodos aplicados.

A partir de la revisión de los trabajos anteriores se pueden delinear algunas conclusiones importantes.

En relación con el método LR, la principal ventaja del mismo es sin dudas su eficiencia computacional, que se incrementa linealmente con el tamaño del problema UC. El tamaño se define como el producto entre el número de horas del horizonte de programación y el número de unidades generadoras. Otra ventaja del método LR, es que permite la resolución de sub-problemas con unidades generadoras idénticas de forma efectiva y eficiente. Por el contrario, la principal desventaja del método LR

es que la solución obtenida en el problema dual en general es infactible, siendo necesario utilizar técnicas heurísticas para generar soluciones factibles. Esta situación empeora cuando se incluyen en el UC restricciones del sistema del tipo transmisión y seguridad. Además, por causa de la no-convexidad del problema UC, el algoritmo LR sólo es capaz de obtener soluciones sub-óptimas. Por otro lado, la resolución del UC hidráulico es una tarea dificultosa con el método LR, debido principalmente a restricciones que acoplan los períodos de tiempo del horizonte de programación. Por último, es importante remarcar que el método LR depende críticamente de la eficiencia con la cual se actualizan los multiplicadores Lagrange. La utilización de un gran número de multiplicadores puede tornar al problema UC más dificultoso e incluso imposible de resolver.

En relación con el método MILP, la principal ventaja del mismo es que la búsqueda de la solución óptima se realiza en el espacio primal del problema. Como consecuencia, encontrar una solución con este método significa poseer una solución factible. El método MILP es muy flexible y preciso en relación al modelado. El método permite modelar restricciones complejas y funciones de costo discontinuas y no-convexas con gran sencillez. Por ejemplo, el modelo de centrales de ciclo combinado. Además, cada nueva restricción que se necesite puede introducirse directamente en el modelo MILP, no siendo necesaria ninguna modificación algorítmica. Este hecho acelera drásticamente el desarrollo de un programa UC y facilita su aplicación en sistemas de gran escala. Por otro lado, el método MILP por su característica enumerativa, puede garantizar una solución óptima global. En relación a su eficiencia computacional, el método MILP suele converger más rápidamente cuando el problema UC es altamente restringido y posee una baja convexidad. Además, el método también permite tomar ventaja de técnicas de computación paralela. Sin embargo, la principal desventaja del método MILP para la resolución del UC de gran escala, continúa siendo el esfuerzo computacional involucrado. En general, el tiempo computacional de este método se incrementa exponencialmente con el tamaño del problema, al menos en el peor de los casos. Otra desventaja del método MILP surge cuando el problema UC a resolver presenta unidades generadoras idénticas [4]. Este tópico será presentado con mayor detalle en el capítulo 4.

Un factor adicional e importante de mencionar, es la inequidad de resultados siempre que se obtenga una solución sub-óptima del UC, hecho que afecta a ambos algoritmos. Esto puede resultar en un sesgo sistemático contra algunas unidades generadoras, dependiendo de la naturaleza de la heurística utilizada para la obtención de soluciones factibles.

En resumen, LR y MILP son en la actualidad las principales herramientas de solución para el UC. Cada una de ellas posee ventajas y desventajas, dependiendo del problema específico de UC que ha de ser resuelto.

Acorde al objetivo principal de este trabajo de tesis se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones sobre el método MILP:

- Utiliza algoritmos de programación lineal, siendo esta técnica una de las más maduras, confiables y robustas.
- Permite construir modelos detallados del sistema eléctrico y sus restricciones, permitiendo incorporar restricciones complejas con relativa facilidad, siendo sólo necesario ampliar la matriz de restricciones del problema original.
- Otorga una gran flexibilidad para la modificación del modelo, no siendo necesaria ninguna alteración del tipo algorítmica.
- Posee una característica de tipo modular, permitiendo acoplar de forma directa el predespacho térmico con el hidráulico y la red de transmisión.
- Puede utilizarse eficientemente en combinación con técnicas de descomposición.

Por lo tanto se concluye que el método MILP es el más promisorio para el logro del objetivo general de la tesis, y se justifica su elección metodológica para la resolución de los problemas UC y SCUC de escala real.

## Modelos y restricciones

Es fundamental el modelado adecuado del equipamiento, las restricciones y las prácticas operativas. Naturalmente, mientras más realista y detallado el modelo,

---

más dificultoso se vuelve el cálculo. Ciertos detalles de modelado son diferentes para cálculos de corto y largo plazo. Para el modelo de corto plazo, típicamente se modela como un conjunto de períodos iguales de tiempo de una hora de duración. Las variables del problema y las restricciones independientes del tiempo, se asumen constantes para cada uno de estos períodos. Las restricciones tales como rampas de transición, mínimos tiempos de servicio, energía y emisiones, generan el acoplamiento entre los períodos mencionados. Además, los modelos y restricciones pueden cambiar, quizás varias veces, durante el horizonte de tiempo del UC. Por ejemplo, la topología de la red, los precios de combustibles, los límites del equipamiento y la salida de servicio por mantenimiento de los mismos.

### Modelos de predespacho

Existe una gran variedad de aplicaciones UC. Cada una de ellas, posee características propias de modelado dependiendo del problema específico. De entre las diferentes opciones de modelado se pueden mencionar: el UC térmico e hidráulico, incluyendo ciclos combinados; centrales hidráulicas en cascada y de bombeo; curvas de pronóstico probabilístico de demanda; demanda elástica; contratos de desprendimiento de carga; asignación probabilística de reservas; transacciones externas; pérdidas globales.

A continuación se describe la formulación que se aplica al UC térmico determinista. Además, se indica cual es la formulación seleccionada para este trabajo de tesis.

### Función objetivo

Desde el punto de vista del operador del sistema la función objetivo del UC, Ec. (2.1), representa la minimización de la sumatoria de todos los costos variables de producción de las unidades generadoras más los respectivos costos de arranques [93]. Por el contrario, desde el punto de vista de un generador del sistema, la función objetivo del UC, Ec. (2.2), representa la minimización de la sumatoria de los pagos

por potencia, energía y servicios auxiliares [48].

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G (Cp_{gt} + Ca_{gt}) \quad (2.1)$$

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G Pr_{gt} \quad (2.2)$$

Donde: T es el horizonte de programación; G el el número total de unidades térmicas;  $Cp_{gt}$  es el costo de producción de la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $Ca_{gt}$  es el costo de arranque para el generador  $g$  en la hora  $t$ ;  $Pr_{gt}$  es el pago para el generador  $g$  en la hora  $t$ .

Este trabajo de tesis esta focalizado al UC desde el punto de vista del operador del sistema. Por lo tanto, a continuación se describen en detalle los componentes relacionados a la Ec. (2.1).

#### *Costos variables de producción*

Las funciones de costo de producción de las unidades dependen en general de las características tecnológicas de generación y de los requerimientos del mercado en el que participen. La función de costo más genérica es de característica no-lineal, no-convexa. En el modelo MILP esto puede formularse utilizando aproximaciones lineales por tramos que se dividen básicamente en dos grupos: curvas de costo de producción convexas [17] y no convexas [7]. Curvas de este tipo pueden observarse en la Figura 2.2 y la Figura 2.3 respectivamente.

La formulación utilizada para modelar funciones convexas y no convexas es prácticamente similar, sólo se diferencian en la inclusión de una variable de estado binaria  $j_{bgt}$ , que activa o desactiva el tramo correspondiente en la formulación de funciones no convexas. A continuación se detalla la formulación correspondiente a curvas no convexas. La formulación correspondiente a curvas convexas es idéntica pero qui-

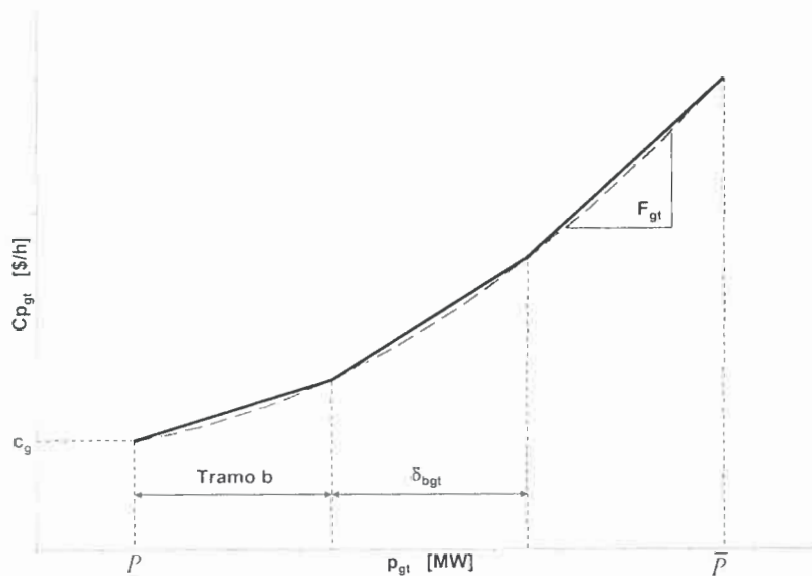


Figura 2.2: Curva de costo convexo.

tando la variable binaria  $j_{bgt}$ .

$$Cp_{gt} = u_{gt} c_g + \sum_{b=1}^B F_{bg} \delta_{bgt} \quad \forall gt \quad (2.3)$$

$$p_{gt} = u_{gt} \underline{P}_g + \sum_{b=1}^B \delta_{bgt} \quad \forall gt \quad (2.4)$$

$$(\text{Tr}_{1g} - \underline{P}_g) j_{1gt} \leq \delta_{1gt} \quad \forall gt \quad (2.5)$$

$$\delta_{1gt} \leq (\text{Tr}_{1g} - \underline{P}_g) u_{gt} \quad \forall gt \quad (2.6)$$

$$(\text{Tr}_{bg} - \text{Tr}_{b-1,g}) j_{bgt} \leq \delta_{bgt} \quad \forall bgt \quad (2.7)$$

$$\delta_{bgt} \leq (\text{Tr}_{bg} - \text{Tr}_{b-1,g}) j_{b-1,gt} \quad \forall bgt \quad (2.8)$$

$$\delta_{Bgt} \geq 0 \quad \forall gt \quad (2.9)$$

$$\delta_{Bgt} \leq (\bar{P}_g - \text{Tr}_{B-1,g}) j_{B-1,gt} \quad \forall gt \quad (2.10)$$

$$j_{bgt} \in 0, 1 \quad \forall bgt \quad (2.11)$$

Donde:  $u_{gt}$  es una variable binaria que representa el estado de la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $c_g$  es el costo fijo de la unidad  $g$ ;  $B$  es el número de bloques de la aproximación lineal por tramos;  $F_{bg}$  es la pendiente del bloque de potencia  $b$  para la unidad  $g$ ;  $\delta_{bgt}$  es la potencia suministrada por la unidad  $g$  en la hora  $t$  y en el bloque  $b$ ;  $p_{gt}$  es la



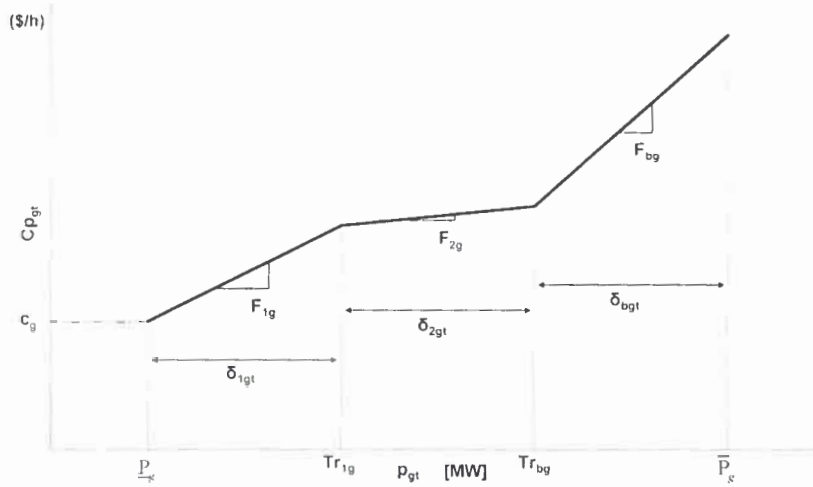


Figura 2.3: Curva de costo no convexo.

potencia de salida de la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $\underline{P}_g$  es el mínimo técnico de la unidad  $g$ ;  $Tr_{bg}$  son los límites de potencia mínimo y máximo en el bloque  $b$  para la central  $g$ ;  $j_{bgt}$  es una variable binaria que activa el tramo de potencia  $b$  para la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $\bar{P}_g$  es el máximo técnico de la unidad  $g$ .

La formulación anterior es una aproximación lineal que sobrestima el costo real de la unidad que este siendo modelada. Como opción a esta formulación, se propone en [32] una formulación que aproxima linealmente las curvas de costos subestimando los mismos. Esta formulación esta basada en cortes de perspectiva (Perspective Cuts) y la misma permite mejorar el rendimiento del algoritmo UC basado en MILP. A continuación se detalla un corte de perspectiva para una curva de costo cuadrática.

$$Cp_{g,t} \geq (2a\bar{p}_g + b)p_{g,t} + (c - a\bar{p}_g^2)u_{g,t} \quad \forall gt \quad (2.12)$$

Donde:  $a$ ,  $b$  y  $c$  son los coeficientes cuadrático, lineal y constante de la curva de costo cuadrática respectivamente;  $\bar{p}_g$  es la potencia máxima relativa al segmento considerado.

En este trabajo de tesis se utiliza la formulación correspondiente a Ecs. (2.3)-(2.11).

*Costos de arranque*

Los costos de arranque de las unidades también dependen de las características tecnológicas de generación y de los requerimientos del mercado. El costo de arranque genérico es de característica exponencial. Una curva de costo de arranque puede observarse en la Figura 2.4.

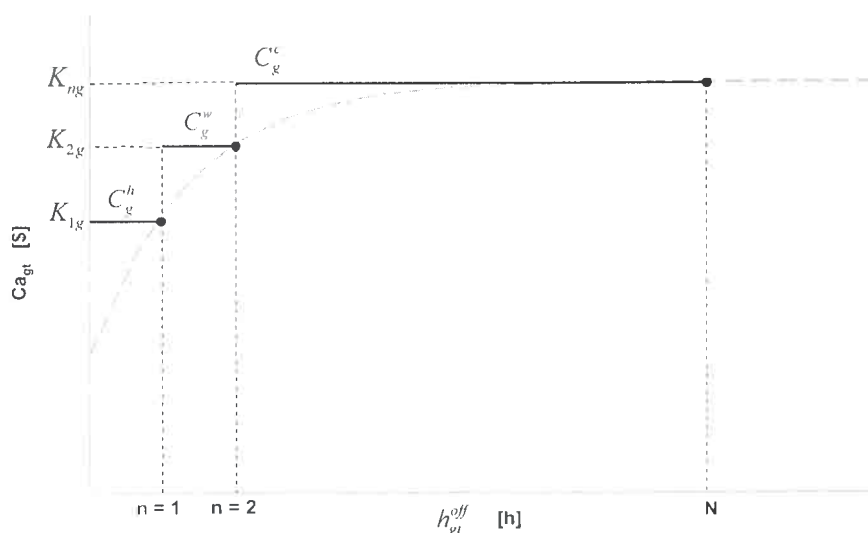


Figura 2.4: Curva costo de arranque.

En el modelo MILP esto puede modelarse utilizando una discretización escalonada como se presenta en la referencia [7]. En la referencia [48] se utiliza un criterio similar para los costos de arranque. Sin embargo, se utiliza una variable binaria por cada escalón considerado. Para ambos modelos es necesario modelar un contador de horas fuera de servicio. Las Ecs. (2.19)-(2.23) modelan el contador de horas fuera



de servicio. La formulación correspondiente se detalla a continuación:

$$Ca_{gt} = \sum_{n=1}^N K_{ng} w_{ngt} \quad \forall gt \quad (2.13)$$

$$\sum_{n=1}^N w_{ngt} = s_{gt} \quad \forall gt \quad (2.14)$$

$$w_{ngt} \in \{0, 1\} \quad \forall ngt \quad (2.15)$$

$$dv_{gt} + \sum_{n=1}^{N-1} n w_{ngt} = h_{g,t-1}^{off} \quad \forall gt \quad (2.16)$$

$$dv_{gt} \leq STH_g(w_{Ngt} - s_{gt} + 1) \quad \forall gt \quad (2.17)$$

$$dv_{gt} \geq N w_{Ngt} \quad \forall gt \quad (2.18)$$

$$h_{gt}^{off} \leq h_{g,t-1}^{off} + 1 \quad \forall gt \quad (2.19)$$

$$h_{gt}^{off} + (STH_g + 1)u_{gt} \geq h_{g,t-1}^{off} + 1 \quad \forall gt \quad (2.20)$$

$$h_{gt}^{off} - STH_g(1 - u_{gt}) \leq 0 \quad \forall gt \quad (2.21)$$

$$STH_g \geq T_g^{off} + T \quad \forall g \quad (2.22)$$

$$h_{gt}^{off} \geq 0 \quad \forall gt \quad (2.23)$$

Donde:  $N$  es el número total de escalones de la curva de costo de arranque;  $K_{ng}$  es el costo de arranque para el escalón  $n$  y el generador  $g$ ;  $w_{ngt}$  es una variable binaria que activa el escalón  $n$  del costo de arranque del generador  $g$  en la hora  $t$ ;  $s_{gt}$  es la variable de arranque para el generador  $g$  en la hora  $t$ ;  $dv_{gt}$  es una variable slack para la función de costo de arranque del generador  $g$  en la hora  $t$ ;  $h_{gt}^{off}$  es el contador de horas fuera de servicio para el generador  $g$ , en la hora  $t$ ;  $STH_g$  es el número máximo de horas que el generador  $g$  puede estar fuera de servicio;  $T_g^{off}$  es el número de horas que el generador  $g$  ha estado fuera de servicio en la hora  $t = 0$ ;  $T$  es el horizonte de programación.

En la referencia [60] la formulación para costos de arranque escalonados, sólo depende de las variables binarias de estado  $u_{gt}$ . Como consecuencia, no es necesario modelar un contador de horas fuera de servicio y se obtiene una reducción del tamaño

del problema. La formulación correspondiente se detalla a continuación:

$$Ca_{gt} \geq K_{\tau g} \left( u_{gt} - \sum_{n=1}^{\tau} u_{g,t-n} \right) \quad \forall gt \quad (2.24)$$

Donde:  $\tau$  es la hora inicial para el lapso fuera de servicio. Entre  $\tau$  y  $t$  se define la ventana de tiempo para la cual se calcula el costo de arranque.

Por último, en la referencia [71] se presenta una formulación para tres estados de arranque: arranque en caliente, arranque tibio y arranque en frío. Estos estados se definen como niveles incrementales. La formulación correspondiente se detalla a continuación:

$$Ca_{gt} = \sum_t s_{gt} C_g^{hot} + \sum_t y_{gt} (C_g^{warm} - C_g^{hot}) + \sum_t z_{gt} (C_g^{cold} - C_g^{warm}) \quad \forall gt \quad (2.25)$$

Donde:  $y_{gt}$  es la variable binaria de arranque tibio;  $z_{gt}$  es la variable binaria de arranque frío;  $C_g^{hot}$ ,  $C_g^{warm}$  y  $C_g^{cold}$  son los costos de arranque en caliente, tibio y frío respectivamente.

En este trabajo de tesis se utiliza la formulación correspondiente a Ec. (2.24), debido a las ventajas descritas con anterioridad.

### Restricciones

El conjunto de restricciones del SCUC establece la región factible del problema de optimización. El conjunto de restricciones esta conformado por dos subconjuntos: el conjunto de restricciones globales y el conjunto de restricciones locales. Por un lado, el conjunto de restricciones globales comprende todo tipo de restricciones capaces de acoplar a los períodos del horizonte de programación y/o a las unidades de generación. Entre estas restricciones pueden mencionarse: balance de energía; requerimientos de reserva operativa y rotante para las diferentes áreas o regiones del sistema; requerimientos de combustible para las diferentes áreas o regiones del sistema; requerimientos ambientales para las diferentes áreas o regiones del sistema; límites de volumen de reserva hidráulica; límites de energía; períodos de mantenimiento. Por otro lado, el conjunto de restricciones locales comprende todo tipo de restricciones relacionadas a las unidades generadoras, a las cargas, a las líneas o a los

transformadores. Entre estas restricciones pueden mencionarse: límites de generación; mínimos tiempos de servicio; límites de rampa; requerimientos de combustible por generador; contratos de cargas interrumpibles; límites de descarga hidráulica; rangos de operación prohibida para los generadores.

A continuación se describen algunas de las principales restricciones globales y locales relacionadas al UC térmico determinista. Además, de existir, se presentan las diferentes opciones de las restricciones descritas y se indica cual es la formulación adoptada en este trabajo de tesis.

### *Restricciones globales*

El conjunto de restricciones globales para el UC térmico determinista suele estar constituido por las restricciones de balance de energía; requerimientos de reserva operativa y rotante; y requerimientos de combustible. A continuación se detallan cada una de ellas.

#### *Balance de energía*

En el UC clásico la demanda del sistema es el factor conductor de todo el cálculo y se constituye como una restricción de igualdad. La demanda se modela como un conjunto de tramos de potencia constante durante cada hora. La Figura 2.5 muestra una aproximación discreta de una curva de demanda típica.

La restricción de demanda puede modelarse de la siguiente forma:

$$\sum_{g \in G} p_{gt} = D_t \quad \forall t \quad (2.26)$$

Donde:  $D_t$  es la demanda del sistema en la hora  $t$ .

#### *Requerimientos de reserva operativa y rotante*

Los requerimientos de reserva se establecen como márgenes de seguridad para los sistemas de potencia. Estas restricciones permiten que el sistema funcione de forma confiable ante eventuales contingencias. Como por ejemplo, salidas intempestivas de generadores, líneas de transmisión y errores en la previsión de la demanda. Las restricciones de reserva se establecen para cada intervalo del horizonte de programación, pudiendo utilizarse criterios determinísticos o probabilísticos. La reserva

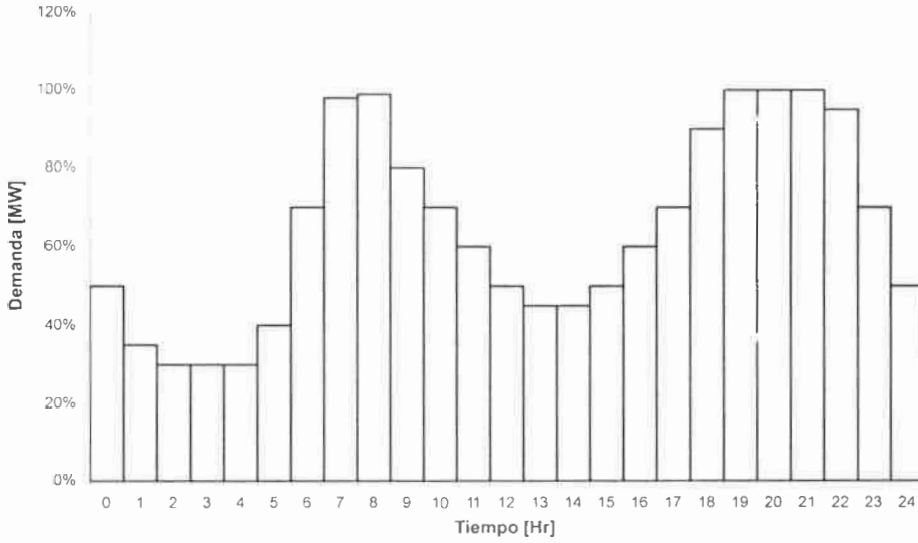


Figura 2.5: Curva de demanda discreta.

rotante se define como [52]:

$$\sum_{g \in G} rr_{gt} \geq Rr_t \quad \forall t \quad (2.27)$$

$$\text{Para } rr_{gt} = \min \{u_{gt} (\text{TMSR}_g \cdot \text{MSR}_g), (\bar{P}_g - p_{gt})\}$$

Donde:  $\bar{P}_g$  es la potencia de salida máxima disponible de la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $Rr_t$  es el margen de reserva rotante requerida por el sistema en la hora  $t$ ;  $rr_{gt}$  es la variable que representa el aporte de reserva rotante de la unidad  $g$  en el intervalo  $t$ ;  $\text{MSR}_g$  es el  $\Delta P / \Delta T$  máximo que puede sustentar la unidad  $g$ ;  $\text{TMSR}_g$  es el lapso de tiempo  $\Delta T$  de la unidad  $g$  durante el cual se sustenta  $\Delta P$ .

Además de la reserva rotante asociada a las unidades en servicio, suele considerarse una reserva operativa representada por las unidades generadoras que quedaron fuera de servicio pero que están disponibles. La reserva operativa se define como [52]:

$$\sum_{g \in G} ro_{gt} \geq Ro_t \quad \forall t \quad (2.28)$$

$$\text{Para } ro_{gt} = \begin{cases} u_{gt} qsc_g & \text{para unidad fuera de servicio} \\ rr_{gt} & \text{para unidad en servicio} \end{cases}$$

Donde:  $rr_{gt}$  es la variable que representa el aporte de reserva rotante de la unidad  $g$  en el intervalo  $t$ ;  $ro_{gt}$  es el aporte a la reserva operativa de la unidad  $g$  en el intervalo

$t$ ;  $Ro_t$  es el margen de reserva operativa requerida por el sistema en la hora  $t$ ;  $qsc_g$  es la capacidad de arranque rápido de la unidad  $g$ .

Este tipo de restricciones al ser mercado dependientes e irrelevantes para el objetivo general de la tesis, no han sido consideradas en este trabajo.

#### *Requerimientos de combustible*

En general, todos los combustibles poseen reservas limitadas y estas limitaciones pueden deberse a restricciones logísticas, contractuales o naturales [90, 48]. Las restricciones de combustible acoplan las horas del período de programación y a las unidades que consumen un mismo combustible y acotan el consumo del mismo en dicho período de programación. Este tipo de restricciones puede modelarse como:

$$\underline{\text{Fuel}} \leq \sum_{g \in G_{fuel}} \sum_{t \in T} u_{gt} Cf_{gt} \leq \overline{\text{Fuel}} \quad (2.29)$$

Donde:  $\underline{\text{Fuel}}$  y  $\overline{\text{Fuel}}$  son los límites mínimo y máximo respectivamente, para el consumo de combustible en el sistema;  $G_{fuel}$  es el subconjunto de unidades que consumen un mismo combustible;  $Cf_{gt}$  es el consumo de combustible de la unidad  $g$  en el tiempo  $t$ .

Estas restricciones por las mismas razones que las restricciones de reserva, tampoco han sido consideradas en este trabajo de tesis.

#### *Restricciones locales*

El conjunto de restricciones locales para el UC térmico determinista suele estar constituido por las restricciones de mínimos tiempos de servicio; límites de capacidad de potencia activa; rampas de transición; y relaciones lógicas. A continuación se detallan cada una de ellas.

##### *Tiempos mínimos de operación y fuera de servicio*

Las restricciones de tiempos mínimos de servicio modelan las limitaciones de operación relacionadas a ciclos térmicos y vida útil de las unidades generadoras. Los tiempos mínimos de servicio son dos: El tiempo mínimo de servicio y el tiempo mínimo fuera de servicio. El tiempo mínimo de servicio es el número mínimo de horas que una unidad debe permanecer en servicio una vez que ha sido arrancada.



Por otro lado, el tiempo mínimo fuera de servicio representa el número mínimo de horas que una unidad debe mantenerse fuera de servicio una vez que ha sido parada.

En [7] se propone un complejo modelo para las restricciones de mínimos tiempos de servicio. El modelo está compuesto por seis restricciones que contemplan tres secciones bien definidas del horizonte de programación, las horas iniciales, intermedias y finales del mismo. La formulación relaciona las variables binarias de estado  $u_{gt}$ , arranque  $s_{gt}$  y parada  $h_{gt}$ .

$$\sum_{k=1}^{L_g} (1 - u_{gk}) = 0 \quad \forall gk \quad L_g = \min [T, u_{g0} (\text{MUT}_g - T_g^{on})] \quad (2.30)$$

$$\sum_{i=k}^{k+\text{MUT}_g-1} u_{gi} \geq s_{gk} \text{MUT}_g \quad \forall g \forall k = L_g + 1 \cdots T - \text{MUT}_g + 1 \quad (2.31)$$

$$\sum_{i=k}^T (u_{gi} - s_{gk}) \geq 0 \quad \forall g \forall k = T - \text{MUT}_g + 2 \cdots T \quad (2.32)$$

$$\sum_{k=1}^{F_g} u_{gk} = 0 \quad \forall gk \quad F_g = \min [T, (1 - u_{g0}) (\text{MDT}_g - T_g^{off})] \quad (2.33)$$

$$\sum_{i=k}^{k+\text{MDT}_g-1} (1 - u_{gi}) \geq h_{gk} \text{MDT}_g \quad \forall g \forall k = F_g + 1 \cdots T - \text{MDT}_g + 1 \quad (2.34)$$

$$\sum_{i=k}^T (1 - u_{gi} - h_{gk}) \geq 0 \quad \forall g \forall k = T - \text{MDT}_g + 2 \cdots T \quad (2.35)$$

Donde:  $\text{MUT}_g$  y  $\text{MDT}_g$  son los tiempos mínimos en/fuera de servicio respectivamente;  $s_{gk}$  es la variable binaria de arranque;  $h_{gk}$  es la variable binaria de parada;  $T_g^{on}$  y  $T_g^{off}$  son las horas en/fuera de servicio, de la unidad  $g$  en la hora cero del período,  $t = 0$ .

En [18] se presenta una opción de menor complejidad, constituida por sólo dos

restricciones. Sin embargo, no se contemplan las condiciones iniciales para el período de programación.

$$s_{gt} + \sum_{k=t+1}^{t+\text{MUT}_g-1} h_{gk} \leq 1 \quad \forall g \forall t \in [2 \cdots T] \quad (2.36)$$

$$h_{gt} + \sum_{k=t+1}^{t+\text{MDT}_g-1} s_{gk} \leq 1 \quad \forall g \forall t \in [2 \cdots T] \quad (2.37)$$

En [48] se presenta una formulación en la cual se evalúa su eficiencia por medio de la utilización en parques generadores de gran tamaño. Estas restricciones están basadas en las de referencia [7] aunque se reduce la complejidad del modelo original.

$$\sum_{t=1}^{UT_g} (1 - u_{gt}) = 0 \quad \forall g \quad UT_g = \max \{0, \min [T, u_{g0} (\text{MUT}_g - T_g^{on})]\} \quad (2.38)$$

$$\sum_{t=1}^{DT_g} u_{gt} = 0 \quad \forall g \quad DT_g = \max \{0, \min [T, (1 - u_{g0}) (\text{MDT}_g - T_g^{off})]\} \quad (2.39)$$

En [17] se presenta una formulación basada solo en las variables de estado  $u_{gt}$  de las unidades generadoras. La formulación contempla el horizonte completo de

---



programación.

$$\sum_{k=1}^{G_g} (1 - u_{gk}) = 0 \quad \forall g \quad G_g = \min [T, u_{g0} (\text{MUT}_g - T_g^{\text{om}})] \quad (2.40)$$

$$\sum_{n=k}^{k+\text{MUT}_g-1} u_{gn} \geq \text{MUT}_g (u_{gk} - u_{g,k-1}) \quad \forall g \quad \forall k = G_g + 1 \cdots T - \text{MUT}_g + 1 \quad (2.41)$$

$$\sum_{n=k}^T [u_{gn} - (u_{gk} - u_{g,k-1})] \geq 0 \quad \forall g \quad \forall k = T - \text{MUT}_g + 2 \cdots T \quad (2.42)$$

$$\sum_{k=1}^{L_g} u_{gk} = 0 \quad \forall g \quad L_g = \min [T, (1 - u_{g0}) (\text{MDT}_g - T_g^{\text{off}})] \quad (2.43)$$

$$\sum_{n=k}^{k+\text{MDT}_g-1} (1 - u_{gn}) \geq \text{MDT}_g (u_{g,k-1} - u_{gk}) \quad \forall g \quad \forall k = L_g + 1 \cdots T - \text{MDT}_g + 1 \quad (2.44)$$

$$\sum_{n=k}^T [1 - u_{gn} - (u_{g,k-1} - u_{gk})] \geq 0 \quad \forall g \quad \forall k = T - \text{MDT}_g + 2 \cdots T \quad (2.45)$$

Por último, en [69] se presenta una nueva formulación y se demuestra matemáticamente que el modelo propuesto es el que mejor ajusta la región convexa definida por las restricciones del UC térmico. Esta formulación es la adoptada en este trabajo de tesis.

$$\sum_{i=t-\text{MUT}_g+1}^t s_{gi} \leq u_{gt} \quad \forall g \quad \forall t \in [\text{MUT}_g + 1, T] \quad (2.46)$$

$$\sum_{i=t-\text{MDT}_g+1}^t h_{gt} \leq 1 - u_{gt} \quad \forall g \quad \forall t \in [\text{MDT}_g + 1, T] \quad (2.47)$$

No obstante, es necesario adicionar un par de ecuaciones que contemplen la hora



inicial del horizonte de programación.

$$\sum_{i=0}^{i \leq T_g^{om}} 1 - u_{gi} = 0 \quad \forall g \forall t = 0 \quad (2.48)$$

$$\sum_{i=0}^{i \leq T_g^{off}} u_{gi} = 0 \quad \forall g \forall t = 0 \quad (2.49)$$

#### *Límites de capacidad de potencia activa*

Estas restricciones modelan los límites potencia de las unidades generadoras. Los nuevos motores de cálculo permiten la utilización de variables semi-continuas que modelan fielmente este tipo de restricciones. Una variable semi-continua se comporta como una variable continua en un determinado rango y adopta el valor cero fuera de él.

En el trabajo [26] se proponen las restricciones de límites de potencia activa para todas las tecnologías de generación. Estas restricciones son muy importantes porque acoplan las variables continuas con las variables binarias del UC.

$$p_{gt} \leq u_{gt} \bar{P}_g \quad \forall g \forall t \quad (2.50)$$

$$p_{gt} \geq u_{gt} \underline{P}_g \quad \forall g \forall t \quad (2.51)$$

$$p_{gt} \geq 0 \quad \forall g \forall t \quad (2.52)$$

Donde:  $\bar{P}_g$  y  $\underline{P}_g$  son los límites de potencia activa, máximo y mínimo respectivamente.

En [7] se propone una formulación más rigurosa y detallada de las restricciones de límites técnicos de las unidades generadoras. Esta formulación considera la dependencia de los límites técnicos de generación con las transiciones de rampas de los generadores.

$$\bar{p}_{gt} \leq \bar{P}_g (u_{gt} - h_{g,t+1}) + h_{g,t+1} \text{SDR}_g \quad \forall g \forall t \quad (2.53)$$

$$\bar{p}_{gt} \leq p_{g,t-1} + u_{g,t-1} \text{RU}_g + s_{gt} \text{SUR}_g \quad \forall g \forall t \quad (2.54)$$

$$p_{g,t-1} - p_{gt} \leq u_{gt} \text{RD}_g + h_{gt} \text{SDR}_g \quad \forall g \forall t \quad (2.55)$$

$$\bar{p}_{gt} \geq 0 \quad \forall g \forall t \quad (2.56)$$

$$p_{gt} \leq \bar{p}_{gt} \quad \forall g \forall t \quad (2.57)$$

$$u_{gt} \underline{P}_g \leq p_{gt} \quad \forall g \forall t \quad (2.58)$$

Donde:  $\bar{p}_{gt}$  es la nueva variable de potencia activa acotada por rampas;  $SDR_g$  es la capacidad de rampa de parada;  $RU_g$  es el límite de rampa de transición ascendente;  $SUR_g$  es la capacidad de rampa de arranque;  $RD_g$  es el límite de rampa de transición descendente.

En este trabajo de tesis se utilizan las restricciones dadas por las Ecs. (2.50)-(2.52).

#### *Rampas de transición*

Estas restricciones modelan las limitaciones de potencia para transiciones entre períodos contiguos del horizonte de programación. Los períodos contiguos pueden comprender el arranque de una unidad, la parada de la misma o las transiciones de potencia cuando una unidad generadora ya se encuentra en servicio.

En [26] se establece la primer formulación UC basada en MILP que considera restricciones de rampa. Las restricciones de transición de potencia se tienen en cuenta como límites fijos de rampa. Si bien esta formulación es limitada en comparación con las formulaciones que se describirán en párrafos posteriores, la misma no ha perdido vigencia y es lo suficientemente versátil para el modelado de restricciones de rampa.

$$p_{gt} - p_{g,t-1} \leq RUL_g \quad \forall g \forall t \geq 0 \quad (2.59)$$

$$p_{g,t-1} - p_{gt} \leq RDL_g \quad \forall g \forall t \geq 0 \quad (2.60)$$

Donde:  $RUL_g$  y  $RDL_g$  son los límites de rampa fijos por cada unidad  $g$ , para incremento y decremento de potencia respectivamente.

En [8] se presenta la formulación para modelar las transiciones de potencia para unidades térmicas durante los procesos de arranque, parada, y servicio. En Figura 2.6

puede verse el esquema de transiciones para esta formulación.

$$p_{gt} \geq \left( u_{gt} - \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i} - \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} \right) + \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} Pu_i \quad \forall g \forall t \quad (2.61)$$

$$p_{gt} \geq \left( u_{gt} - \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i} - \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} \right) + \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+DD-i+1} Pd_i \quad \forall g \forall t \quad (2.62)$$

$$p_{gt} \leq \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} Pu_i + \bar{P} \left( u_{gt} - \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} \right) \quad \forall g \forall t \quad (2.63)$$

$$p_{gt} \leq \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+DD-i+1} Pd_i + \bar{P} \left( u_{gt} - \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i} \right) \quad \forall g \forall t \quad (2.64)$$

$$p_{gt} - p_{g,t-1} \leq \bar{P} \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} + RUL \left( u_{gt} - \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} \right) \quad \forall g \forall t \quad (2.65)$$

$$p_{g,t-1} - p_{gt} \leq \bar{P} \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i-1} + RDL \left( u_{g,t-1} - \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i-1} \right) \quad \forall g \forall t \quad (2.66)$$

$$u_{gt} \geq \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} \quad \forall g \forall t \quad (2.67)$$

$$u_{gt} \geq \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i} \quad \forall g \forall t \quad (2.68)$$

$$s_{gt} + \sum_{i=1}^{UD+DD-1} h_{g,t+i-1} \leq 1 \quad \forall g \forall t \quad (2.69)$$

$$p_{gt} \geq Pu_{UD} \left( \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i} + \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} - 1 \right) \quad \forall g \forall t \quad (2.70)$$

$$p_{gt} \geq Pd_1 \left( \sum_{i=1}^{DD} h_{g,t+i} + \sum_{i=1}^{UD} s_{g,t-i+1} - 1 \right) \quad \forall g \forall t \quad (2.71)$$

Donde: UD duración del arranque; DD duración de la parada; Pd, límite de potencia activa en el proceso de parada en la hora  $i$ ; y Pu, límite de potencia activa en el proceso de arranque en la hora  $i$ .

Finalmente en [88] se describe un modelo dinámico de rampas. El modelo contempla límites de rampa constantes, Ecs. (2.72)-(2.73), escalonados Ecs. (2.74)-(2.78), y lineales de a tramos, Ecs. (2.79)-(2.83). En la Figura 2.7 puede observarse el modelo

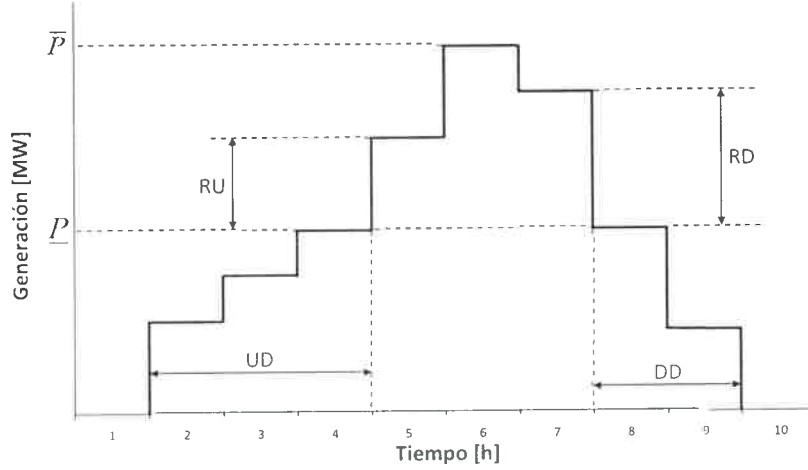


Figura 2.6: Esquema de transiciones.

de rampas escalonadas y en la Figura 2.8 el modelo de rampas lineales.

$$p_{gt} - p_{g,t-1} \leq RUL(p_{gt}) \quad \forall g \forall t \quad (2.72)$$

$$p_{g,t-1} - p_{gt} \leq RDL(p_{gt}) \quad \forall g \forall t \quad (2.73)$$

$$RUL(p_{gt}) = \sum_m v_{bgt}^u RUL_{bg} \quad \forall g \forall t \quad (2.74)$$

$$RDL(p_{gt}) = \sum_m v_{bgt}^d RDL_{bg} \quad \forall g \forall t \quad (2.75)$$

$$\sum_b v_{bgt}^u + \sum_m v_{bgt}^d = u_{g,t} \quad \forall g \forall t \quad (2.76)$$

$$p_{gt} \geq \sum_b p_{bg} v_{bgt}^u + \sum_b p_{bg} v_{bgt}^d \quad \forall g \forall t \quad (2.77)$$

$$p_{gt} \geq \sum_b p_{b+1,g} v_{bgt}^u + \sum_b p_{b+1,g} v_{bgt}^d \quad \forall g \forall t \quad (2.78)$$

$$RUL(p_{gt}) = \sum_b v_{bgt}^u RUL_{bg} + \sum_b f_{bg}^u x_{bgt}^u \quad \forall g \forall t \quad (2.79)$$

$$RDL(p_{gt}) = \sum_b v_{bgt}^d RDL_{bg} + \sum_b f_{bg}^d x_{bgt}^d \quad \forall g \forall t \quad (2.80)$$

$$x_{bgt}^u \leq v_{bgt}^u (p_{b+1,g} - p_{bg}) \quad \forall g \forall t \quad (2.81)$$

$$x_{bgt}^d \leq v_{bgt}^d (p_{b+1,g} - p_{bg}) \quad \forall g \forall t \quad (2.82)$$

$$p_{gt} = \sum_b p_{bg} v_{bgt}^u + \sum_b x_{bgt}^u + \sum_b p_{bg} v_{bgt}^d + \sum_b x_{bgt}^d \quad \forall g \forall t \quad (2.83)$$

Donde:  $v_{bgt}^u$  y  $v_{bgt}^d$  son variables binarias que activan el segmento  $b$  correspondiente para los límites de rampas constantes y lineales, ascenso/descenso respectivamente;  $f_{bg}^u$  y  $f_{bg}^d$  son las pendientes de los segmentos  $b$  por cada unidad  $g$  para los límites de rampas lineales, ascenso/descenso respectivamente; y  $x_{bgt}^u$  y  $x_{bgt}^d$  son la generación correspondiente al segmento  $b$  para los límites de rampas lineales, ascenso/descenso respectivamente.

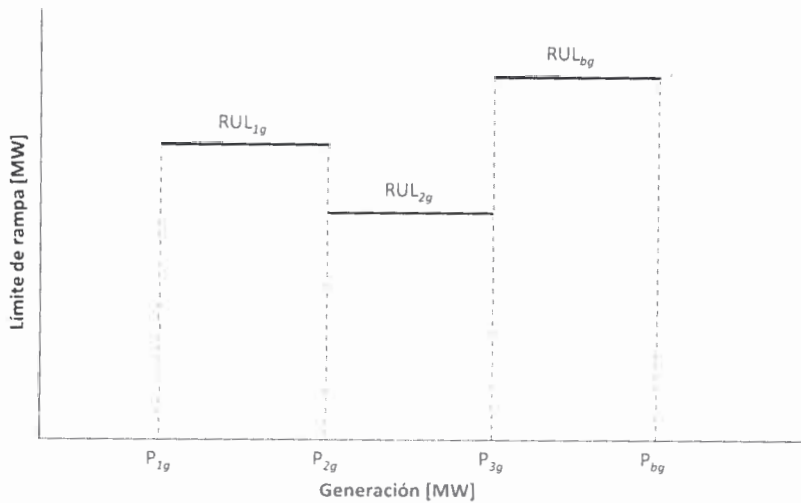


Figura 2.7: Modelo de rampa escalonada.

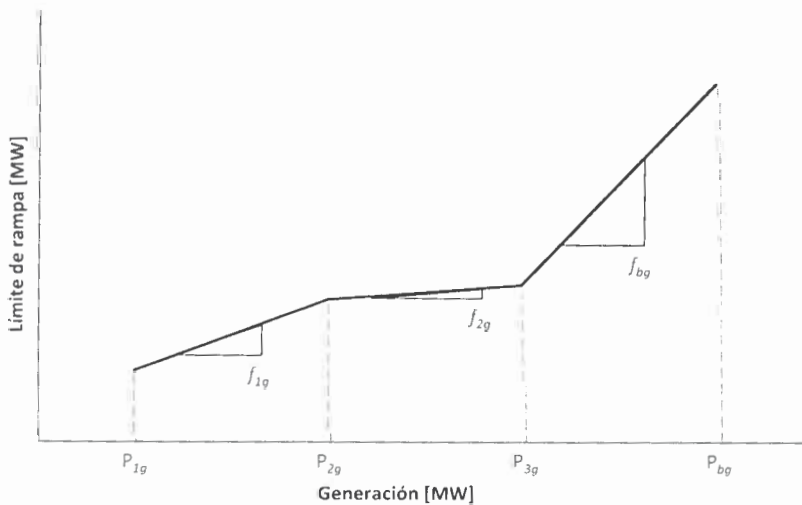


Figura 2.8: Modelo de rampa lineal.

Las formulaciones para restricciones de rampa dadas por las Ecs. (2.61-2.83) modelan de forma precisa los procesos de transición de potencia. Sin embargo en la práctica, el principal motivo que impide la implementación general de estas formulaciones es producido por la deficiencia de datos técnicos confiables. En este trabajo de tesis se utilizan las restricciones dadas por las Ecs. (2.59)-(2.60), debido a que esta formulación cumple con el objetivo general de la tesis.

*Relaciones lógicas*

La formulación matemática de un problema MILP como el UC esta compuesto tanto por variables del tipo continuas como binarias. Las variables binarias del UC se utilizan para representar estados. Por ejemplo, el arranque de una unidad generadora. Estas variables binarias se encuentran relacionadas entre sí por restricciones del tipo lógicas. Las mismas definen el conjunto factible de condiciones que las variables binarias deben adoptar. Inicialmente, la relación lógica entre variables enteras se presentó en [34]. Posteriormente, el conjunto de restricciones lógicas fue ampliado en la referencia [62]. De allí en adelante este fue el criterio adoptado en general.

$$s_{gt} \geq u_{gt} - u_{g,t-1} \quad \forall g \forall t \quad (2.84)$$

$$h_{gt} \geq u_{g,t-1} - u_{gt} \quad \forall g \forall t \quad (2.85)$$

Más recientemente, en [28], se lleva a cabo un análisis de dominancia de las restricciones lógicas sobre el conjunto factible de soluciones del problema UC. Como resultado, se propone un conjunto mínimo de restricciones lógicas a utilizar para el UC térmico.

$$s_{gt} - h_{gt} = u_{gt} - u_{g,t-1} \quad \forall g \forall t \quad (2.86)$$

$$0 \leq s_{gt} \leq 1 \quad \forall g \forall t \quad (2.87)$$

$$0 \leq h_{gt} \leq 1 \quad \forall g \forall t \quad (2.88)$$

$$u_{gt} \in \{0, 1\} \quad \forall g \forall t \quad (2.89)$$

No obstante, en [3], se comprueba una mejor eficiencia del modelo de UC térmico

con la siguiente formulación, que es la utilizada en este trabajo de tesis.

$$s_{gt} - h_{gt} = u_{gt} - u_{g,t-1} \quad \forall g \forall t \quad (2.90)$$

$$s_{gt} + h_{gt} \leq 1 \quad \forall g \forall t \quad (2.91)$$

$$u_{gt}, s_{gt}, h_{gt} \in \{0, 1\} \quad \forall g \forall t \quad (2.92)$$

## Generalidades sobre el predespacho con restricciones de seguridad

La adición de restricciones de seguridad al problema del UC introduce niveles extra de complejidad computacional y de modelado. En particular, el esfuerzo computacional puede incrementarse en varios órdenes de magnitud. Por un lado, en la actualidad el UC puede resolverse eficientemente con las herramientas existentes. Por otro lado, el flujo de potencia representado por las restricciones de seguridad también puede ser resuelto eficientemente. Con lo cual, es natural y eficiente formular el SCUC como un problema de optimización de dos niveles.

La Fig. 2.9 ilustra un esquema iterativo genérico de solución del SCUC. En el primer nivel, denominado problema maestro, el UC se resuelve inicialmente sin restricciones de red. En el segundo nivel, sub-problema de seguridad, se verifican las restricciones de red resolviendo un flujo de potencia convencional o un flujo óptimo en estados de pre y post-contingencia. De existir cualquier violación de algún límite en los elementos de la red, se generan restricciones y se adicionan al problema maestro que vuelve a ser resuelto. Este ciclo se repite hasta alcanzar el criterio de convergencia.

### El sub-problema de seguridad

La fase de análisis de seguridad de la red, denominado sub-problema en la Fig. 2.9, involucra la resolución de los flujos de cargas de pre (caso base) y post-contingencia. En el caso base, el flujo de potencia se calcula a partir de los despachos de generación y cargas (price-sensitive load) producidos en el problema maestro. Cada caso de post-contingencia se modela en la forma habitual de análisis de contingencia. Una contingencia puede comprender cualquier combinación de equipos,

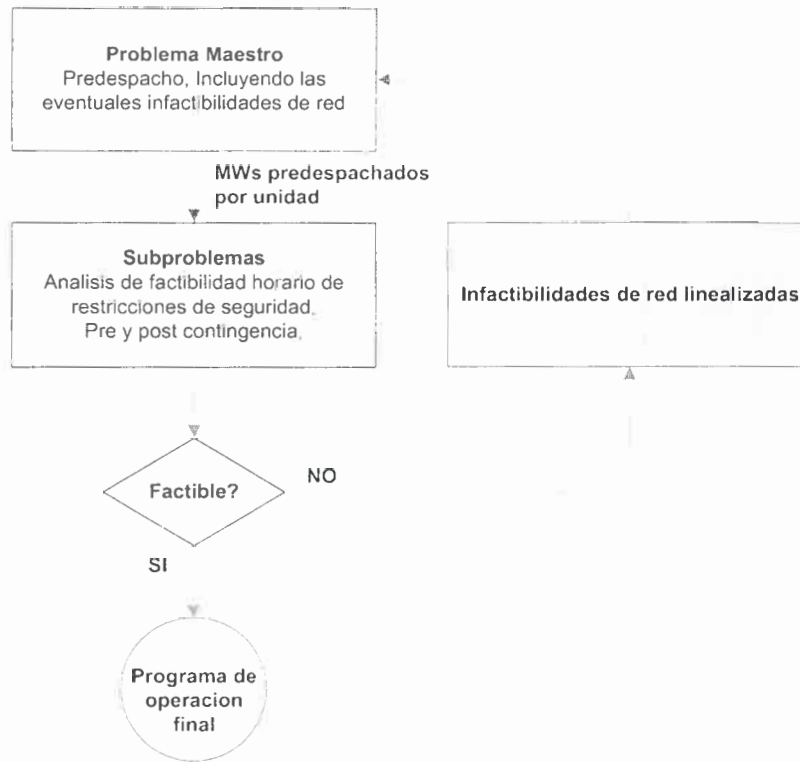


Figura 2.9: Esquema iterativo del SCUC.

elementos, cortes de carga o reconexiones, así como la actuación de interruptores. Los generadores responden a través de factores de participación respecto a desequilibrios de potencia activa producidos por contingencias. Las restricciones de pre y post-contingencia pueden diferir entre sí.

Puesto que la red es modelada en forma de flujo de potencia, todas las barras pertinentes están explícitamente representadas. Consecuentemente, la demanda prevista debe desagregarse entre las barras de la red, pudiendo utilizarse factores de participación. El modelado preciso de barras individuales de potencia reactiva no es tarea sencilla. Para aplicaciones de operador de sistema, es preferible que el modelo de flujo de potencia para el SCUC sea exactamente compatible con el modelo de red del estimador de estado de tiempo real. El modelo debe permitir describir precisamente los cambios de topología, incluidas las contingencias, minimizando la conversión de datos y modelos, haciendo uso de la misma base de datos de la red.



## Restricciones de seguridad

Las restricciones relacionadas a la red [83, 66], dependiendo del modelo a utilizar pueden ser:

Relacionadas a la potencia activa,

- Límites de flujo en los circuitos, líneas y transformadores.
- Límites de intercambio entre zonas.
- Límites de dispositivos controladores de potencia activa (ej. cambiadores de fase).

Relacionadas a la potencia reactiva y las tensiones,

- Límites de tensión.
- Límites de control de reactiva (ej. generadores, intercambiador de tomas de transformadores).

## Modelo de la red

Los principales candidatos para modelos de flujo de potencia en el problema SCUC son:

- Modelo lineal (Direct Current, DC).
- Modelo lineal con compensación de pérdidas.
- Modelo no lineal (Alternating Current, AC) para el caso base (pre-contingencia) y modelo lineal, solo potencia activa, para el análisis de contingencia.
- Modelo no lineal pre y post-contingencia.

Hasta ahora, la complejidad computacional y analítica asociada a la utilización de un modelo AC completo desalientan su aplicación. En la actualidad, las implementaciones SCUC de gran escala adoptan modelos de flujo de potencia DC tanto en estados de pre como post-contingencia. En este trabajo de tesis se adopta el modelo DC para el estado de pre-contingencia.

### Modelo de red de pre-contingencia

Cuando se consideran sólo las restricciones de potencia activa, es natural preguntarse si los flujos de MW calculados por cualquier modelo DC son lo suficientemente fiables a efectos del SCUC. Aunque la situación es muy dependiente del sistema, la precisión de los modelos DC debería en general, sospecharse. En el trabajo [66] se detallan las siguientes observaciones:

- La implementación precisa de compensación de pérdidas para balancear la generación-demanda, tiene un efecto de segundo orden en relación con otras fuentes de imprecisión de flujo de activa. De implementarse, se requiere que las pérdidas se distribuyan razonablemente como cargas ficticias entre las barras del sistema, no se recomienda concentrar las pérdidas en la barra de referencia.
- El modelado implícito de las magnitudes de tensión de barra como 1 pu en el modelo DC, conduce a severas imprecisiones en los flujos de potencia activa. Por ejemplo, si las tensiones en terminales de una línea son de 1.05 pu, el flujo de activa calculado posee un error de alrededor del 10%. La utilización de valores fijos, pronosticados, de tensión no es de utilidad porque en general los patrones de flujo y tensión varían ampliamente durante el proceso de solución SCUC típico.
- La linealización de flujo DC se vuelve muy imprecisa para líneas con una relación grande de R/X, es decir, la R no es despreciable. Este tipo de líneas suele aparecer cuando la red incluye niveles de baja tensión y/o si se utilizan incorrectamente las técnicas de equivalencia de red.

Los errores de flujo generados por una mala aproximación del modelo de red pueden ser aditivos y propagarse alrededor de la red. Además, estos errores conducen a clasificar de forma incorrecta las líneas que se encuentran cargadas y las que no, y esto, puede conducir a diferentes patrones de UC.

### Modelo de red de post-contingencia

De existir la posibilidad de calcular los flujos de potencia activa de forma precisa desde el caso base, luego no es tan crítico el modelo de post-contingencia porque el análisis es incremental. Incluso, son sustancialmente correctos los cambios de potencia activa derivados de modelos DC. Desafortunadamente, esto no es cierto cuando las tensiones de post-contingencia se desvían considerablemente de los valores de caso base.

Por el contrario, en relación a las tensiones y flujos de potencia reactiva, no hay modelos aproximados para calcular de forma confiable los valores de post-contingencia de los mismos. Por lo cual, en el caso particular que estas restricciones sean importantes, no hay otra alternativa que considerar un modelo AC de post-contingencia. En lo positivo, existen técnicas para acelerar la solución del flujo de potencia de post-contingencia.

Este tipo de restricciones, relacionadas a estados de post-contingencia, no se ha considerado en este trabajo de tesis.

### Modelo de los controles de flujo de potencia

Si las restricciones de red deben incluirse en el SCUC de la forma más exacta posible, los controles de la red deberían representarse en los modelos de flujo de potencia. En modelos AC esto incluye: control de magnitud de tensión de los generadores (AVR), cambiador de tomas de los transformadores y bancos de capacitores automáticos. En modelos más avanzados esto incluye: cambiadores de fase (PAR), interfaces DC (HVDC) y dispositivos de compensación automática (FACT). Los valores objetivos de estos controles pueden venir establecidos desde la base de datos o establecerse automáticamente con el flujo óptimo de potencia. Adicionalmente, para algunos controles deben imponerse límites en la cantidad total de cambios sobre el horizonte de programación. Sin embargo, estos modelos en su conjunto comprenden muchas dificultades tanto analíticas como computacionales.

Este tipo de controles no han sido considerados en este trabajo de tesis.

### El problema de la optimización simultánea P-Q

El modelo AC del flujo óptimo de potencia implica la optimización simultánea de cantidades tan dispares como: tensiones, cambiadores de tomas y potencia reactiva de bancos de capacitores, con una simple función objetivo sujeta a restricciones de flujo y tensión. En general, no puede aplicarse en la solución de problemas OPF de la vida real. Esto se debe a que puede producir soluciones sin sentido desde el punto de vista de la ingeniería. En primer lugar, una formulación que contemple simultáneamente el OPF P-Q, requeriría “monetizar” los valores de todos los controles y hacer cumplir todas las restricciones, de forma tal que puedan competir las unas con las otras en iguales términos. Esto parece ser muy poco práctico en general, y en particular, en un cálculo motivado por costos como el SCUC. En segundo lugar, un enfoque de este tipo permitiría al proceso de optimización violar los principios de operación y el diseño del sistema eléctrico. Por ejemplo, el proceso de optimización podría redespachar potencia activa para corregir violaciones de tensión, y/o podría redespachar potencia reactiva para reducir el exceso de carga activa en las líneas.

### Técnica de solución

El esquema iterativo básico para la introducción de restricciones de seguridad al problema UC se muestra en la Fig. 2.9. Es muy importante, que las restricciones que realimentan al problema maestro incluyan sensibilidades para los generadores que hasta el momento no han sido predespachados. Sólo de esta manera, el problema maestro puede decidir predespachar unidades extra para satisfacer la seguridad de la red. En el caso donde el problema maestro sea infactible, una opción es permitir el corte de carga para el período de tiempo asociado.

### Descomposición de Benders

En esta sección se presenta la metodología de descomposición de Benders implementada en esta tesis. Información adicional respecto de la descomposición de Benders puede encontrarse en [22].

Es extremadamente complejo resolver problemas SCUC de gran escala sin aplicar el método de descomposición de Benders [83, 51, 61, 29, 77], particularmente

en aquellos casos en donde se optimizan los controles de la red. Un problema de optimización bi-nivel general puede formularse como sigue [22]:

$$\min_{x_1, x_2} c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \quad (2.93)$$

$$A_1 x_1 = b_1 \quad (2.94)$$

$$B_1 x_1 + A_2 x_2 = b_2 \quad (2.95)$$

Donde:  $x_1$  es el vector de variables enteras consideradas en el primer nivel;  $x_2$  es el vector de variables continuas consideradas en el segundo nivel;  $A_1$ ,  $A_2$ , y  $B_1$  son matrices reales;  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $b_1$ , y  $b_2$  son vectores reales.

Los métodos de descomposición fueron propuestos para resolver esta clase de problemas de optimización de manera eficiente. Estos métodos toman provecho de la estructura especial del problema, resolviendo iterativamente problemas de menor escala. Aunque estos métodos son generales, la aplicación de los mismos depende principalmente del caso específico. Los diferentes métodos pueden clasificarse en dos aplicaciones: cuando el problema descompone las variables y cuando el problema descompone las restricciones. El algoritmo de Benders normalmente se aplica cuando se descomponen las restricciones. De allí que, para problemas SCUC el método de Benders es el más utilizado.

El método de Benders descompone el problema SCUC en el problema maestro y el sub-problema. El problema maestro, UC convencional, se representa en el primer nivel de optimización y las señales de la red, comúnmente denominadas cortes, se derivan de los sub-problemas en el segundo nivel de optimización.

Existen dos aplicaciones principales para el método de Benders: cuando las variables  $x_1$  convierten al problema en uno muy complejo, y/o el problema maestro y el sub-problema son de diferente naturaleza. Matemáticamente, las Ecs. (2.93)-(2.95) pueden re-formularse como sigue:

$$\min_{x_1, \theta_2(x_1)} c_1^T x_1 + \theta_2(x_1) \quad (2.96)$$

$$A_1 x_1 = b_1 \quad (2.97)$$

La función  $\theta_2(x_1)$  representa la función objetivo del siguiente sub-problema:

$$\theta_2(x_1) = \min_{x_2} c_2^T x_2 \quad (2.98)$$

$$A_2 x_2 = b_2 - B_1 x_1 \quad : \quad \pi_2 \quad (2.99)$$

Donde  $\pi_2$  son las variables duales relacionadas a las restricciones. Luego, el problema original bi-nivel representado por las Ecs. (2.93)-(2.95) puede re-formularse como sigue:

$$\min_{x_1, \theta_2} c_1^T x_1 + \theta_2 \quad (2.100)$$

$$A_1 x_1 = b_1 \quad (2.101)$$

$$\theta_2 \geq (b_2 - B_1 x_1)^T : \pi_2^1 \quad (2.102)$$

⋮

$$\theta_2 \geq (b_2 - B_1 x_1)^T : \pi_2^\nu \quad (2.103)$$

Donde:  $\nu$  es el número máximo de cortes.

Las Ecs. (2.100)-(2.103) representan el problema maestro completo ya que contiene todos los cortes posibles. La inclusión de todos los cortes posibles al mismo tiempo aumentan la complejidad del problema maestro. El algoritmo de Benders permite incluir un corte por iteración. A continuación se presenta la formulación específica para el SCUC [66].

*Problema maestro - Etapa de decisión*

El problema maestro comprende el UC uninodal, es decir, sin restricciones de red. En general, se representa por:

$$\min \sum_{t=1}^T c^T g_{uc} \quad (2.104)$$

Sujeto a:

$$g_{uc} - D_t = 0 \quad \forall t \quad (2.105)$$

Mínimos tiempos de servicio, rampas, lógicas, emisiones (2.106)

Cortes de Benders

etc.

*Sub-problema - Etapa de factibilidad*

El acoplamiento entre el problema maestro y los sub-problemas se establece a través de la variable  $g_{uc}^*$ , cuyo valor es la solución del problema representado por las Ecs. (2.104)-(2.106). El sub-problema se formula como sigue:

$$w = \min c_s s^i + c_r r^i \quad (2.107)$$

Sujeto a:

$$B^i \theta^i = g^i - D : \pi_d \quad (2.108)$$

$$-\bar{f}^i \leq f^i + s^i \leq \bar{f}^i : \pi_f \quad (2.109)$$

$$\underline{g}^i \leq g^i \leq \bar{g}^i : \pi_g \quad (2.110)$$

$$|g^i - g_{uc}^*| + r^i \leq \Delta^i : \pi_r \quad (2.111)$$

Donde:  $i$  es el escenario de contingencia;  $B$  es la matriz de susceptancia;  $\theta$  es el vector de ángulos de tensión de barra;  $g$  es el vector de generación;  $D$  es el vector de demanda del sistema;  $f$  es el vector flujos de línea;  $s$  y  $r$  son variables de penalización utilizadas para relajar el problema;  $\bar{f}$  es el vector de límites de flujo de potencia;  $\underline{g}$  y  $\bar{g}$  son los vectores de límites de generación. Los costos  $c_s$  y  $c_r$  usualmente se establecen en 1. El problema representado por las Ecs. (2.107)-(2.111) puede resolverse de dos maneras diferentes:

- Relajando las restricciones de flujo ( $s$ ).
- Relajando los despachos de generación ( $r$ ).

En cada caso, un corte de Benders puede construirse para el caso base y para cada escenario de contingencia:

$$w^* + \pi_f^*(g_{uc} - g_{uc}^*) \leq 0 \quad (2.112)$$

$$w^* + \pi_r^*(g_{uc} - g_{uc}^*) \leq 0 \quad (2.113)$$

En general, el número de cortes construidos puede ser muy grande, dependiendo de la infactibilidad de la red. Si en estas condiciones, cada uno de los cortes fueran realimentados individualmente al problema maestro, este podría sobrecargarse



computacionalmente. El algoritmo de Benders permite superar este problema combinando las numerosas restricciones lineales en un solo corte de Benders por cada período de tiempo. En consecuencia, las restricciones de red nunca sobrecargan al problema maestro UC.

### Técnicas de iteración

La Fig. 2.10 ilustra el método de Benders, donde  $(U_1, P_1)$  representan los estados y despachos de los generadores para la primer hora del horizonte de programación, y así sucesivamente. La implementación teórica, permite realizar el análisis de seguridad para todos los períodos de tiempo, en donde los cortes de Benders se transmiten al problema maestro y luego es resuelto. En la práctica, el proceso iterativo ofrece una gama de variantes para reducir el esfuerzo computacional global:

- El problema maestro puede arrancarse desde una solución previa, comúnmente denominado arranque en caliente del algoritmo MILP. Algunos paquetes comerciales como **CPLEX** y **GUROBI** [23, 42] ofrecen la opción de arrancar desde una solución previa. No obstante, no puede garantizarse que en todos los casos esto disminuya el tiempo computacional.
- El esquema exacto de iteración a implementar depende de los tiempos computacionales relativos entre el problema maestro y el análisis de seguridad. El cálculo convencional del problema maestro comprende el UC más el agregado de al menos un corte de Benders por período de tiempo. El análisis de seguridad es:
  - Un análisis de contingencias.
  - Un análisis SCOPF, mucho más complejo, que involucra un análisis de contingencias repetitivo.
- En el proceso de análisis de seguridad (flujo de potencia o SCOPF) se aplican estrategias de selección y construcción del conjunto de contingencias críticas, particularmente para el OPF, de forma tal de no monitorear todas las restricciones cada vez.



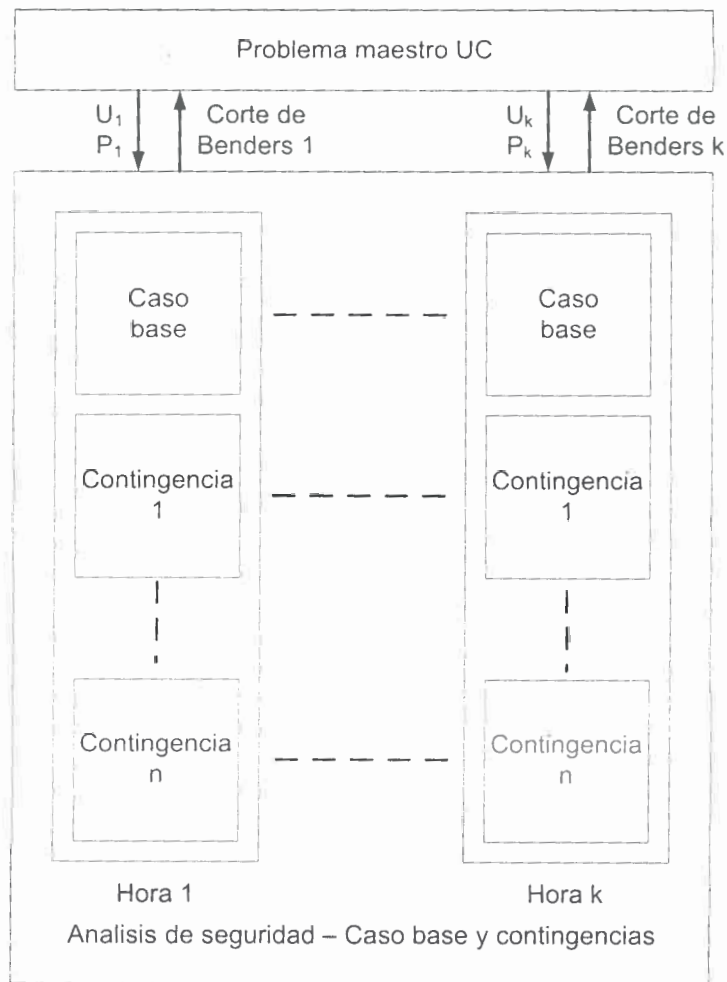


Figura 2.10: Restricciones de red como cortes de Benders.

### Esfuerzo computacional

Generalizar sobre los tiempos computacionales del problema SCUC no es una tarea sencilla. Esto se debe a que los mismos son extremadamente dependientes del caso de estudio y la correspondiente implementación computacional. Normalmente, el problema maestro y el análisis de seguridad son los componentes que consumen la mayor parte de la resolución del SCUC. En este sentido, es muy valorada cualquier estrategia que ayude a reducir los tiempos computacionales tanto del problema maestro como del subproblema de análisis de seguridad.

En relación con el problema maestro, pueden utilizarse las siguientes estrategias:

- Resolución heurística del UC.
- Utilización de los modelos más eficientes del UC.
- Utilización de soluciones anteriores, para el cálculo de una nueva solución UC.

No obstante, por un lado, una solución heurística del UC no puede garantizar una solución global; por otro lado, un comienzo desde una solución anterior no puede garantizar menores tiempos de cómputo. Consecuentemente, la posibilidad de reducir el esfuerzo computacional del UC es problema dependiente.

En relación con el análisis de seguridad, pueden utilizarse las siguientes estrategias:

- Pre-procesar el conjunto de restricciones de red.
- Considerar solo un pequeño número de casos de contingencias.
- Considerar solo las restricciones más violadas en cada caso.
- Monitorear solo un subconjunto limitado de restricciones.

Sin embargo, en un sistema de gran escala puede ser difícil especificar de antemano donde ocurrirán las contingencias. Consecuentemente, un análisis de seguridad más riguroso es preferible en ciertos casos. Con lo cual, la posibilidad de reducir el esfuerzo computacional del SCUC también es problema dependiente.

Para ilustrar cuan grande puede ser el esfuerzo computacional del problema maestro UC, sin considerar el aumento de escala iterativo debido al agregado de restricciones desde los sub-problemas, consideremos el siguiente ejemplo. Supongamos que el horizonte de programación es de 8 horas, para un parque generador de 8 unidades. El cálculo UC en el peor de los casos involucra  $(2^g - 1)^t$  opciones, dando como resultado,  $1.7e^{19}$  combinaciones. Supongamos que solo un 0.1% de ellas necesitan ser exploradas. Con un procesador de 2GHz se tardaría alrededor de 100 días.

Adicionalmente, para ilustrar cuan grande puede ser el esfuerzo computacional del análisis de seguridad, consideremos el siguiente ejemplo. Supongamos que el horizonte de programación es de 24 horas, y que el ciclo total de Benders para

resolver todas las restricciones violadas es de 10 iteraciones. Para una red de 5000 barras y una lista de 500 contingencias, el cálculo SCUC involucra la solución de 120000 casos de contingencia. Supongamos que se utiliza un modelo de red DC, donde cada flujo de post-contingencia requiere 0.1 segundo. Luego, el análisis de seguridad requiere un total de 3 horas en un simple CPU.

Estos resultados indican la importancia de aplicar diferentes métodos relacionados con la simplificación de modelos, estrategias de aceleración y pre-procesamiento del problema. Siempre teniendo en cuenta que debe existir un análisis costo-beneficio previo, entre la utilización de aproximaciones y la realidad del sistema.

## Modelos y restricciones

En esta sección se detallan los dos modelos de red implementados en esta tesis. Ambos modelos de red son lineales, flujo de potencia DC, sin compensación por pérdidas de potencia activa. El primer modelo corresponde al flujo lineal que se utiliza dentro del bucle de iteración principal del algoritmo de Benders. El segundo modelo corresponde al flujo lineal con redespacho que se utiliza en la etapa de inicialización del algoritmo.

### Modelo lineal

El modelo representado por las Ecs. (2.114)-(2.115), constituye el bloque fundamental desde el cual es posible resolver el problema del flujo de cargas.

$$P_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.114)$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.115)$$

A continuación, mediante la aplicación de algunos criterios prácticos comunes en los sistemas de transmisión de alta tensión, se logrará obtener el modelo lineal de flujo de potencia.

**Primer criterio:** *“La resistencia de los circuitos de transmisión es significativamente menor que la reactancia”.*

En general, la relación  $x/r$  se encuentra entre un valor de 2 y 10. Con lo cual, cualquier circuito de transmisión con una impedancia dada por  $z = r - jx$  tendrá una admitancia de,

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1}{r + jx} = \frac{1}{r + jx} \cdot \frac{r - jx}{r - jx} = \frac{r - jx}{r^2 + x^2} = \frac{r}{r^2 + x^2} - \frac{jx}{r^2 + x^2} = g + jb$$

Si  $r$  es muy pequeña comparada con  $x$ , luego puede observarse que  $g$  será muy pequeña comparada con  $b$ , con lo cual es razonable aproximar  $g = 0$  y  $b = -\frac{1}{x}$ . Ahora, si  $g = 0$ , entonces la parte real de todos los elementos de la matriz  $Y$  serán cero, es decir,  $g = 0 \Rightarrow G = 0$ .

Aplicando esta conclusión a las Ecs. (2.114)-(2.115) del flujo de potencia, se obtiene:

$$P_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.116)$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (-B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.117)$$

**Segundo criterio:** Para las condiciones típicas de operación, la diferencia angular de los fasores de tensión entre dos barras  $k$  y  $j$ , es menor a un rango de 10-15 grados.

En general, es muy raro encontrar una separación angular excedente de 30 grados. Por lo tanto, puede asumirse que la diferencia angular a través de un circuito de transmisión es pequeña.

Es importante notar que, en la Ecs. (2.116)-(2.117), la diferencia angular a través de un circuito de transmisión,  $\theta_k - \theta_j$ , es el argumento de una función trigonométrica, seno-coseno. El comportamiento de estas funciones trigonométricas para pequeños ángulos puede simplificarse, recordando que las funciones seno-coseno representan las componentes vertical-horizontal de un vector de magnitud unitaria en el plano cartesiano. Esto se ilustra en la Fig. 2.11.

En la Fig. 2.11, es claro que cuando la diferencia angular  $\delta = \theta_k - \theta_j$  disminuye, la función coseno se aproxima a 1.0. Por otro lado, se podría asumir que la función seno se aproxima a cero cuando disminuye la diferencia angular. Una mejor aproximación es considerar que el seno de un ángulo pequeño es el ángulo en sí mismo, cuando el

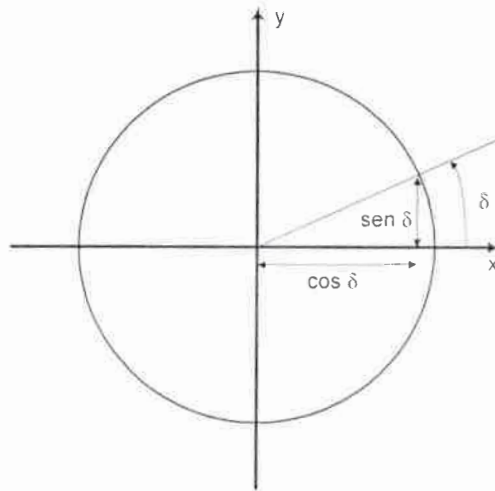


Figura 2.11: Funciones trigonométricas con ángulos pequeños.

ángulo se mide en radianes. Esto puede observarse en la Fig. 2.11, dado que la línea vertical que representa al seno, es casi de la misma longitud que la porción de arco del círculo que representa al ángulo cuando se mide en radianes.

Aplicando estas conclusiones a las Ecs. (2.116)-(2.117), se obtiene:

$$P_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (B_{kj}(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.118)$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (-B_{kj}) \quad (2.119)$$

Hasta aquí se han eliminado los términos trigonométricos. Sin embargo, todavía existen productos entre las variables de tensión, que aún evitan la conformación de un modelo lineal. La próxima y última observación simplificará los productos entre variables.

Antes de aplicar el tercer criterio, es importante analizar ambas expresiones de las Ecs. (2.118)-(2.119). La ecuación correspondiente al flujo de reactiva puede reescribirse como:

$$Q_k = -|V_k|^2 b_k + \sum_{j=1, j \neq k}^N |V_k| |b_{kj}| (|V_k| - |V_j|) \quad (2.120)$$

Hay dos términos en esta ecuación:

- El primer término corresponde a la potencia reactiva suministrada (de ser un condensador) o consumida (de ser un inductor) por la susceptancia shunt modelada en la barra  $k$ .
- El segundo término corresponde a la potencia reactiva que fluye por los circuitos conectados con la barra  $k$ . Solo los circuitos que poseen elementos  $b_{kj}$  no cero. Puede observarse que cada uno de estos circuitos tendrá un flujo de reactiva por unidad en proporción a,
  - La magnitud de la tensión en la barra  $k$ .
  - La diferencia en por unidad de las tensiones entre barras que conforman el circuito.
  - La dirección del flujo se establecerá desde la mayor tensión de barra hacia la menor tensión de barra.

Adicionalmente, la ecuación correspondiente al flujo de activa puede reescribirse como:

$$P_k = \sum_{j=1, j \neq k}^N |V_k| |V_j| (B_{kj}(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.121)$$

- En la ecuación de potencia activa, contrario a la de potencia reactiva, no existe término correspondiente a elementos shunt de la barra  $k$ . La razón principal radica en que se asume  $r = 0$  para toda la red de transmisión. Esto se ajusta a la realidad bastante bien, ya que nunca se conecta un shunt resistivo en el sistema de transmisión. El único lugar donde realmente se observa un efecto que debe ser modelado como una resistencia a tierra es en los transformadores, cuando se pretende modelar las pérdidas de núcleo. No obstante, el valor de esta resistencia tiende a ser muy grande, implicando que la conductancia correspondiente es muy pequeña, siendo razonable suponer que es cero.
- El único término de esta ecuación representa el flujo de potencia activa entre los circuitos conectados con la barra  $k$ . Puede observarse que cada uno de estos circuitos tendrá un flujo de activa por unidad en proporción a,

- Las magnitudes de las tensiones de barras  $k$  y  $j$ .
- La diferencia angular a través del circuito.
- Considerando que  $B_{kj} = -b_{kj}$  y que todos los circuitos de transmisión son elementos inductivos, el valor numérico de  $b_{kj}$  es negativo, implicando que el valor numérico de  $B_{kj}$  es positivo. Por lo tanto, la dirección del flujo se establecerá desde la barra con el mayor ángulo hacia la barra con el menor ángulo.

**Tercer criterio:** *En el sistema por unidad, el valor numérico de las magnitudes de tensión  $|V_k|$  y  $|V_j|$  son cercanas a 1.0.*

El rango típico de operación se establece entre 0.95 y 1.05. Consideremos las implicaciones de este rango en términos de las expresiones dadas por las Ecs. (2.121)-(2.120), correspondientes a los flujos de potencia activa y reactiva. Dado que  $0.95 < |V| < 1.05$ , se incurre en un error despreciable al asumir  $|V_k| = |V_j| = 1.0$ , donde sea que existan tensiones multiplicadas. No obstante, no puede afirmarse lo mismo donde las tensiones se sustraen, por ejemplo en la ecuación de potencia reactiva. Esto se debe a que la diferencia de dos números cercanos a 1.0 puede variar significativamente. Por ejemplo,  $1.05 - 0.95 = 0.1$ , pero  $1.01 - 1.0 = 0.01$ , una diferencia en un orden de magnitud. En conclusión, el producto de dos números cercanos tiende a permanecer cercano a dichos números, en cambio la diferencia de dos números cercanos tiende a anularse.

Considerando esta última aproximación respecto de las magnitudes de tensión de barra, las nuevas ecuaciones resultan en:

$$P_k = \sum_{j=1, j \neq k}^N (B_{kj}(\theta_k - \theta_j)) \quad (2.122)$$

$$Q_k = -b_k + \sum_{j=1, j \neq k}^N |b_{kj}| (|V_k| - |V_j|) \quad (2.123)$$

Este par de ecuaciones representan el flujo de potencia lineal, del cual se pueden sintetizar los siguientes conceptos:

- El flujo de potencia reactivo a través de los circuitos esta determinado por la diferencia de magnitudes de tensión entre las barras terminales.



- El flujo de potencia activo a través de los circuitos esta determinado por la diferencia angular de las tensiones entre las barras terminales.

Es interesante observar la disparidad entre el flujo máximo de potencia reactiva y el flujo máximo de potencia activa a través de un circuito.

- La ecuación de flujo de potencia reactiva es proporcional a la susceptancia del circuito y la diferencia en las magnitudes de tensión. La máxima diferencia en magnitudes de tensión será del orden de  $1.05 - 0.95 = 0.1$ .
- La ecuación de flujo de potencia activa es proporcional a la susceptancia del circuito y la diferencia en los ángulos de tensión. La diferencia máxima en ángulos de tensión será aproximadamente 0.52 radianes, que corresponde a 30 grados.

Por lo tanto, dependiendo de las condiciones y el lugar del sistema puede decirse que el flujo lineal es mucho más sensible a las diferencias angulares que a las diferencias de magnitudes de tensión. Esta es la razón principal por la cual los flujos en los circuitos se controlan primariamente con el redespacho activo (MW-ángulo), más que con el redespacho reactivo (MVAR-tensión).

En el sistema por unidad, la expresión de potencia compleja se representa por:

$$S_{kj} = P_{kj} + jQ_{kj} = V_k I_{kj}^*$$

Donde  $V_k$  es el fasor de tensión en la barra  $k$  e  $I_{kj}$  es el fasor de corriente que fluye desde la barra  $k$  a la barra  $j$ . Luego, se tiene que:

$$I_{kj} = \left( \frac{P_{kj} + jQ_{kj}}{V_k} \right)^*$$

Tomando la magnitud, ya que esto es lo que determina la sobrecarga de un circuito, tenemos:

$$|I_{kj}| = \frac{\sqrt{P_{kj}^2 + Q_{kj}^2}}{|V_k|}$$

Considerando que un circuito es mucho más sensible al redespacho activo que reactivo,  $\Delta P_{kj} \gg \Delta Q_{kj}$ , se puede aproximar la expresión anterior como sigue:

$$|I_{kj}| \approx \frac{\sqrt{P_{kj}^2}}{|V_k|} = \frac{|P_{kj}|}{|V_k|}$$



y si  $|V_k| \approx 1,0$ , finalmente se tiene que:

$$|I_{kj}| \approx |P_{kj}|$$

Por lo tanto, al evaluar la sobrecarga de un circuito es razonable monitorear principalmente los flujos de potencia activa. En esta tesis sólo se utilizarán las ecuaciones de flujo de potencia activa.

### Flujo lineal

En el desarrollo de las secciones anteriores se detallaron los conceptos bajo los cuales se justifica utilizar un modelo lineal de flujo de potencia en el problema SCUC de gran escala. A continuación, se detalla el modelo de flujo lineal que se utiliza en este trabajo de tesis. Específicamente, el primer modelo corresponde al flujo lineal que se utiliza dentro del bucle de iteración principal del algoritmo de Benders. Este modelo esta representado por la siguiente formulación:

$$\text{mín } w = \sum^N s \quad (2.124)$$

$$Tf - s \leq g_{uc}^* - D \quad \pi_d^1 \quad (2.125)$$

$$-Tf - s \leq -g_{uc}^* + D \quad \pi_d^2 \quad (2.126)$$

$$f - \gamma T' \theta = 0 \quad (2.127)$$

$$f \leq \bar{f} \quad \pi_f^1 \quad (2.128)$$

$$-f \leq -\underline{f} \quad \pi_f^2 \quad (2.129)$$

$$0 \leq s \leq D \quad \pi_s \quad (2.130)$$

Donde:  $s$  es un vector de variables slack que mide la carga no suministrada;  $N$  es el número de barras del sistema;  $L$  es el número de circuitos;  $T$  es la matriz de incidencia de tamaño  $N \times L$  ( ' indica transpuesta);  $f$  es el vector de flujos de tamaño  $L$ ;  $g_{uc}^*$  es el vector de niveles de generación de predespacho de tamaño  $N$ ;  $D$  es el vector de cargas de tamaño  $N$ ;  $\gamma$  es la matriz diagonal de susceptancias de tamaño  $L \times L$ ;  $\theta$  es el vector de ángulos de tensión de barra de tamaño  $N$ ;  $\bar{f}$  y  $\underline{f}$  es el vector de flujos máximos  $L$ .

### Flujo lineal con redespacho

Este segundo modelo corresponde al flujo lineal con redespacho que se utiliza en la etapa de inicialización del algoritmo. El objetivo del flujo lineal con redespacho (Linear Load Flow, LLF, with rescheduling) es considerar el acoplamiento que existe entre el patrón de UC,  $g_{uc}^*$ , y el despacho con restricciones de red  $g$ . El LLF con redespacho se formula como sigue:

$$\min w = \sum^N s_1 + s_2 \quad (2.131)$$

$$Tf + g = D \quad \pi_d \quad (2.132)$$

$$f - \gamma T'\theta = 0 \quad (2.133)$$

$$f \leq \bar{f} \quad \pi_f^1 \quad (2.134)$$

$$-f \leq -\underline{f} \quad \pi_f^2 \quad (2.135)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad \pi_g \quad (2.136)$$

$$g - s_1 \leq g_{uc}^* + \Delta \quad \pi_r^1 \quad (2.137)$$

$$-g - s_2 \leq -g_{uc}^* + \Delta \quad \pi_r^2 \quad (2.138)$$

Donde:  $s_1$  y  $s_2$  son vectores de variables slack que permiten relajar la diferencia de generación entre el UC y el LLF;  $g$  es el vector de variables de despacho;  $\Delta$  es el vector de desviaciones de despacho permitidas.

La resolución del LLF con redespacho devuelve como resultado las sensibilidades  $\pi_d$ ,  $\pi_g$ ,  $\pi_f$ , y  $\pi_r$ . Estas sensibilidades también suelen denominarse *Multiplicadores Simplex* y están asociados a las restricciones (2.131)-(2.138), corresponden a las derivadas parciales de la variable función objetivo respecto de los lados derechos de las restricciones del problema de optimización. Estas sensibilidades son necesarias para formar los cortes de Benders en el capítulo (5), relacionado a la inicialización del algoritmo.

## Síntesis de modelos y técnicas considerados

En esta sección se sintetizan los modelos y técnicas utilizados para resolver los problemas UC y SCUC. El modelo correspondiente a centrales de ciclo combinado

se detalla en el capítulo (3).

En relación al modelo general de UC se tiene en cuenta la programación determinista de generación térmica. En relación a la función objetivo del UC se considera el punto de vista del operador del sistema. Por lo tanto, la formulación de los costos de producción corresponde a Ecs. (2.3)-(2.11). La formulación de los costos de arranque corresponde a Ec. (2.24). En relación al predespacho y las restricciones globales, el balance de energía corresponde a Ec. (2.26). Los requerimientos de reserva operativa y rotante no han sido consideradas en este trabajo. Los requerimientos de combustible no han sido consideradas en este trabajo de tesis. En relación al predespacho y las restricciones locales, los tiempos mínimos de operación y fuera de servicio se formulan con las Ecs. (2.46)-(2.49). Los límites de capacidad de potencia activa se formulan con las Ecs. (2.50)-(2.52). Las rampas de transición se formulan con las Ecs. (2.59)-(2.60). Las relaciones lógicas se formulan con las Ecs. (2.90)-(2.92).

En relación al UC y el modelo de seguridad, se consideran el modelo lineal y el modelo lineal con redespacho. Ninguno de los dos considera pérdidas activas. La formulación del modelo de flujo lineal corresponde a las Ecs. (2.124)-(2.130). La formulación del modelo de flujo lineal con redespacho corresponde a las Ecs. (2.131)-(2.138).

En relación a la técnica de resolución del UC se utiliza el algoritmo MILP. En relación al esquema iterativo de resolución del UC con el modelo de seguridad, la formulación corresponde a las Ecs. (2.104)-(2.113), correspondiente a la descomposición de Benders. En el capítulo (5) se dan mayores detalles al respecto. Por último, en relación a la resolución del flujo de potencia se utiliza programación lineal.

## Conclusión

En el presente capítulo se discutieron los desafíos más relevantes de los algorítmicos, métodos y modelados utilizados para resolver problemas de UC y SCUC. Se presentó la formulación matemática utilizada para modelar los problemas deterministas de UC y SCUC para generación térmica. Se presentaron las técnicas de solución utilizadas para resolver los problemas UC y SCUC. Y se definieron las

consideraciones de modelado que se utilizarán como base para las contribuciones de esta tesis.



# Modelo de centrales de ciclo combinado basado en MILP

Como se pudo ver en el capítulo 1, el primer objetivo específico de esta tesis estaba relacionado al análisis, evaluación y desarrollo de modelos mezcla-entero (MILP) eficientes para el predespacho (UC) de escala real. En este sentido, se ha visualizado el problema que representa el modelado de centrales de ciclo combinado (CC) en el UC utilizando MILP. Por este motivo, el objetivo de este capítulo es presentar el desarrollo de un nuevo modelo preciso y de aplicación general para centrales CC. La formulación del modelo esta específicamente diseñada con el objetivo de poder facilitar su anexión a cualquier problema UC basado en MILP. La formulación propuesta permite modelar los CC en sus diferentes modos de operación, tomando en cuenta los costos operativos no convexos para las diferentes configuraciones, y manteniendo el número de restricciones al mínimo posible.

El capítulo esta organizado de la siguiente manera: primero se presenta el modelo CC basado en los diferentes modos de operación, luego se describe la formulación del UC basado en MILP incluyendo las centrales CC, posteriormente se presentan los resultados obtenidos con el modelo propuesto y finalmente se sintetizan las conclusiones más destacadas de este capítulo.

## Generalidades

Las centrales CC son ampliamente utilizadas alrededor de todo el mundo. La inclusión de los CC en la programación óptima de los recursos de generación causa dificultades de modelado y algorítmicas, debido a su forma particular de funcionamiento. Los CC pueden operar en diferentes modos operativos. La configuración de los modos esta directamente relacionada al número de turbinas de gas (TG) y de vapor (TV).

Este tipo de centrales representan en la actualidad la mayor parte de las instalaciones de nueva generación térmica alrededor del planeta. La tecnología de CC se encuentra en una etapa madura de desarrollo. Dentro de las opciones térmicas, se ha convertido en la tecnología de conversión energética más eficiente en la actualidad [74], [10]. El progreso tecnológico aplicado a centrales de generación CC ha permitido elevar la eficiencia térmica de las mismas hasta un 50% aproximadamente. Adicionalmente, los CC presentan otras ventajas destacables como ser: menor impacto ambiental, tiempos de construcción reducidos y bajos costos de capital por unidad de potencia. Más aún, el precio del combustible primario que utilizan estas centrales, gas natural, muestra una tendencia de crecimiento relativamente baja comparada con otros combustibles, hecho que puede observarse en Figura 3.1, [24]. Como ejemplo, la Figura 3.2 muestra el crecimiento de la generación en Argentina desde 1992 [16], donde puede observarse el fuerte incremento en la instalación y utilización de centrales CC.

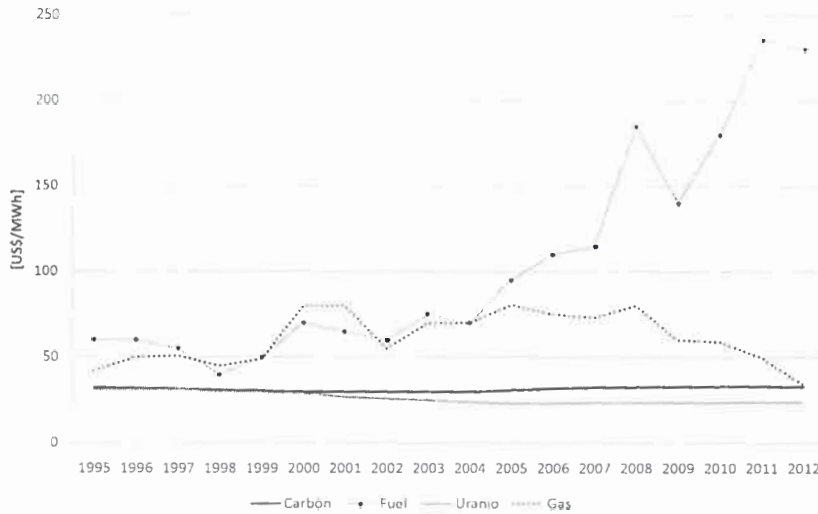


Figura 3.1: Precios de combustibles.

Más allá de sus incuestionables beneficios, la utilización de los CC crea nuevos desafíos. Uno de estos desafíos es la inclusión de las centrales CC en el problema UC. El modelado de los CC para los estudios de predespacho es bastante dificultoso debido a la dependencia operativa entre las turbinas de gas y las de vapor.

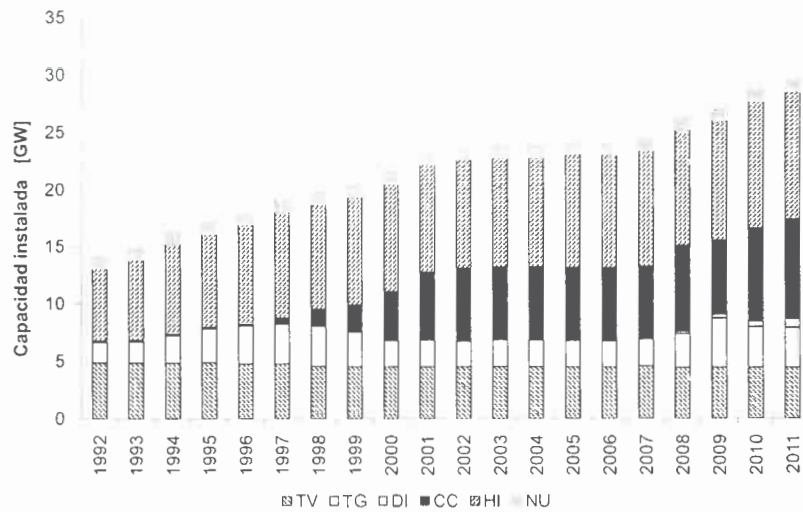


Figura 3.2: Evolución de la generación argentina.

Estas unidades poseen diferentes modos operativos, cada uno de los cuales, poseen parámetros propios como ser límites técnicos o tasas de consumos incrementales. Estos parámetros pueden diferir considerablemente, dependiendo en que modo este operando la central en determinado momento. Por lo tanto, es necesario expandir el problema UC para determinar que modo operativo del CC tiene que estar en operación en cada escalón de tiempo.

Existen varios estudios en relación al desarrollo de modelos detallados que incluyen CC en el problema UC. Un modelo flexible que toma en cuenta las múltiples posibles configuraciones del CC se describe en [20]. El modelo se basa en programación dinámica unitaria -simple generador- para el UC basado en Relajación de Lagrange (Lagrange Relaxation, LR).

La referencia [14] considera la inclusión de centrales CC en la programación de la operación de corto plazo. La programación de corto plazo se realiza por medio de la técnica LR aumentada. El patrón óptimo de operación de las centrales CC se obtiene aplicando un algoritmo de programación dinámica para el espacio de estado previamente definido para la central.

En [50] se presenta un método para establecer el diagrama de espacio de estado de las centrales CC aplicando programación dinámica y LR a la programación de la



operación con restricciones de seguridad. En este trabajo se llevan a cabo diversos casos de estudio que verifican las ventajas de los CC en mercados competitivos de electricidad.

En [33] se incluye el modelo CC en el despacho económico basado en algoritmos genéticos (Genetic Algorithms, GA), programación evolutiva (Evolutionary Programming, EP), y enjambre de partículas (Particle Swarm, PS). La curva de costo incremental CC se aproxima con un polinomio de cuarto orden para considerar los efectos de los diferentes modos operativos. La naturaleza no convexa de las curvas de costo incremental de los CC se destaca en este trabajo.

El primer modelo MILP para los CC se presenta en [47] donde se desarrolla una formulación detallada para el UC descentralizado (Price Based Unit Commitment). En este trabajo se compara la solución del UC descentralizado basado en MILP con el método LR. Alternativamente, en [19] se presenta un modelo simplificado de central CC para resolver el UC basado en MILP. Aunque el modelo es simple, presenta la desventaja de perder precisión en la solución.

En [49] se presenta otro enfoque alternativo que modela las turbinas de gas y vapor individualmente. En este trabajo se aplica el método MILP para resolver el UC, donde la salida de despacho de las centrales CC se ajusta individualmente para las turbinas.

Acorde a la revisión anterior, resulta evidente que los CC han adquirido gran relevancia, particularmente, el desarrollo de modelos utilizados para el problema del UC.

A continuación se describen las centrales CC y su funcionamiento característico, para luego presentar el modelo UC basado en MILP desarrollado en este capítulo.

### Centrales de ciclo combinado

Típicamente, una central CC esta conformada por una combinación de varias turbinas de gas y de vapor, el calor residual de las turbinas de gas se utiliza para producir vapor para generar energía adicional utilizando la turbina de vapor, este proceso de recuperación mejora la eficiencia en la generación de electricidad. Dependiendo del número de turbinas de gas y vapor, las centrales CC pueden operar

en diferentes configuraciones, también conocidas como modos. Cada configuración se determina basada en la combinación posible de turbinas de gas y vapor, teniendo cada combinación una determinada región de generación y una curva de costo incremental. Los modos con turbinas de vapor son más eficientes. Sin embargo, esto no es una regla general. Debido a que los modos están restringidos a una región de generación, para algunas situaciones particulares de carga y periodo de simulación, el modo activo podría no ser el más eficiente. Como ilustración, considere una central CC con dos turbinas de gas y una de vapor, las configuraciones posibles se muestran en Tabla 3.1, el espacio de estado relacionado se muestra en Figura 3.3. Este ejemplo de cuatro modos se utiliza para ilustrar el problema sin pérdida de generalidad y puede extenderse para cualquier configuración de turbinas de gas y vapor.

Tabla 3.1: Ejemplo de modos del CC.

Modo	Configuración
0	Central fuera de servicio
1	TG
2	TG+TG
3	TG+TV
4	TG+TG+TV

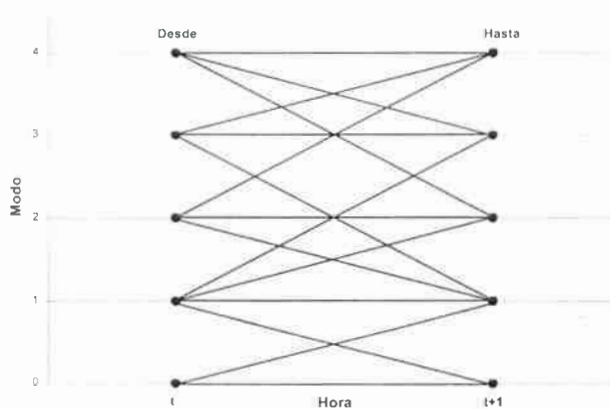


Figura 3.3: Diagrama de transiciones de estado del CC.

La Figura 3.4 basada en los datos de Tabla 3.2, muestra las curvas de costo opera-

cional y los rangos de generación para esta central CC particular. Puede observarse que algunas de las curvas de costo operacional son no-convexas. Por lo tanto, si estas condiciones particulares de los CC no se consideran durante la optimización, el algoritmo puede fallar en la búsqueda de una solución mínima.

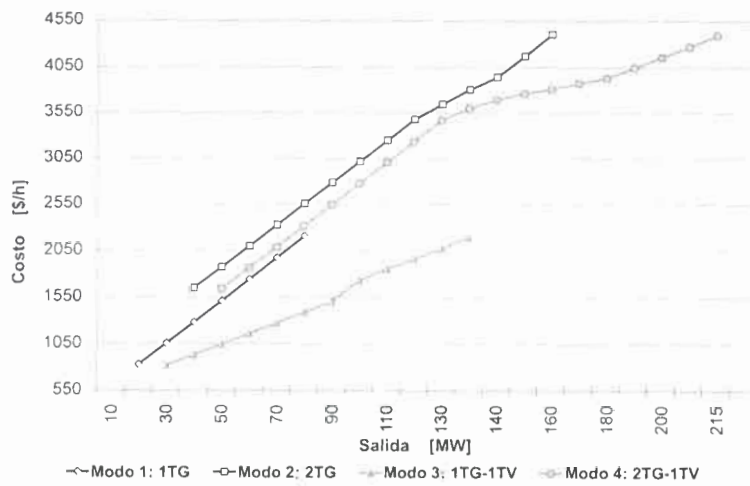


Figura 3.4: Curvas de costo operacional de los modos del CC.

Tabla 3.2: Costo operacional de los modos del CC.

Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4	
MW	\$/h	MW	\$/h	MW	\$/h	MW	\$/h
20	818	40	1636	30	818	50	1636
30	1044	60	2088	50	1044	70	2088
40	1272	80	2544	70	1272	90	2544
50	1501	100	3002	90	1501	110	3002
60	1731	120	3462	100	1731	130	3462
70	1963	140	3926	120	1963	180	3926
80	2196	160	4393	135	2196	215	4393

Adicionalmente, las centrales CC poseen otras restricciones tales como las transiciones entre modos y los tiempos mínimos de servicio para cada modo. Por lo tanto, algunos modos en periodos particulares no pueden ser activados. Por ejemplo, una

turbina de gas puede necesitar estar en servicio por varias horas antes de ponerse en servicio la turbina de vapor asociada.

Considerando todas estas cuestiones, una formulación MILP para las centrales CC compatible con el modelo MILP de UC se describe a continuación.

## Modelo mixto entero-lineal del ciclo combinado

Como se ha visto anteriormente, el UC puede formularse como un problema de minimización cuyo principal objetivo es determinar el despacho de generación para suplir la demanda a mínimo costo en un período de tiempo pre-determinado. En forma general puede representarse como sigue:

$$C_T = \min_{u,p} \sum^T \sum^G (Cp_{gt} + Ca_{gt}) \quad (3.1)$$

sujeto a:

$$D_t - \sum^G p_{gt} = 0 \quad \forall t \quad (3.2)$$

$$A(u, p) \leq b \quad \forall gt \quad (3.3)$$

Donde:  $C_T$  es el costo total de producción;  $T$  el horizonte de programación;  $G$  el número total de unidades térmicas;  $Cp_{gt}$  el costo de producción de la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $Ca_{gt}$  el costo de arranque para la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $D_t$  la demanda horaria;  $p_{gt}$  la generación activa para la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $A(u, p)$  y  $b$  representan el conjunto de restricciones del UC.

En este capítulo solo nos concentraremos en la formulación correspondiente al modelo de central CC basado en MILP. Las centrales CC pueden incluirse en la formulación MILP de UC convencional, anexando nuevos términos a la función objetivo y nuevas restricciones en el conjunto de Ecs. (3.1)-(3.3). Los nuevos términos a ser incluidos se describen a continuación.

### Costo de producción

Considerando la función de costo representada por la función lineal de a tramos de la Figura 3.5, el costo de producción para cada modo  $m$  en el periodo  $t$ , puede

formularse como sigue:

$$C_{p_{mt}} = c_m u_{mt} + \sum_{b=1}^B F_{bm} \delta_{bmt} \quad \forall mt \quad (3.4)$$

Donde:  $c_m$  es el costo fijo para el modo  $m$ ;  $u_{mt}$  la variable de estado binaria para el modo  $m$  en la hora  $t$ ;  $B$  el número total de segmentos para la curva de costos de producción;  $F_{bm}$  la pendiente del segmento  $b$  para el modo  $m$ ;  $\delta_{bmt}$  la generación activa para el segmento  $b$  del modo  $m$  en la hora  $t$ .

El valor de  $\delta_{bmt}$  esta definido por:

$$p_{mt} = \underline{P}_m u_{mt} + \sum_{b=1}^B \delta_{bmt} \quad \forall mt \quad (3.5)$$

Donde:  $p_{mt}$  es la generación activa para el modo  $m$  en la hora  $t$ ;  $\underline{P}_m$  la capacidad mínima para el modo  $m$ .

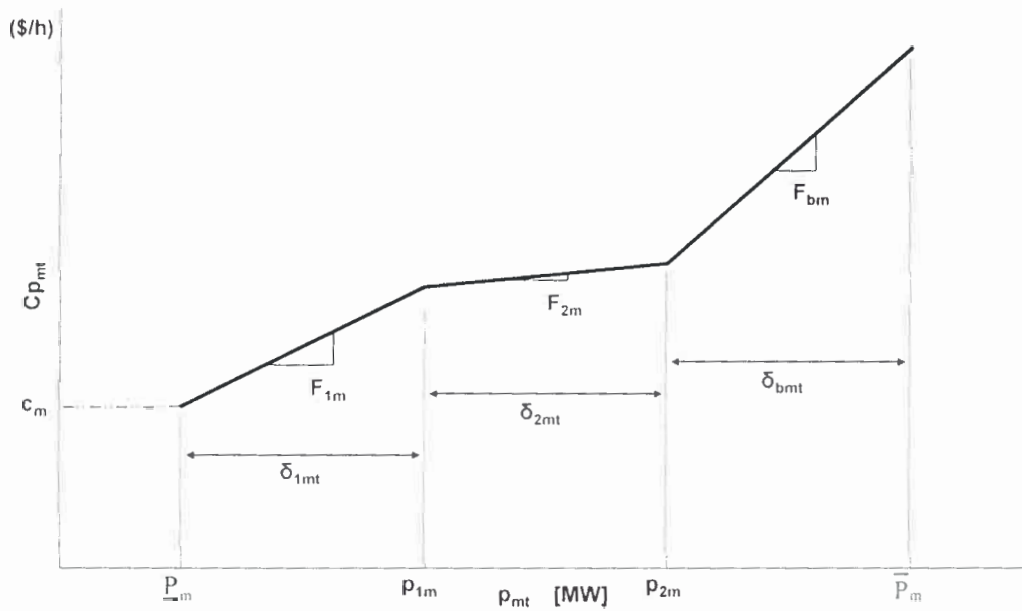


Figura 3.5: Costo de producción lineal por tramos.

Cada segmento dentro de la curva se define con:

$$(p_{bm} - p_{b-1,m}) \delta_{bmt} \leq \delta_{bmt} \quad \forall bmt \quad (3.6)$$

$$\delta_{bmt} \leq (p_{bm} - p_{b-1,m}) \delta_{b-1,mt} \quad \forall bmt \quad (3.7)$$

Donde:  $p_{bm}$  es la cota de potencia para el segmento  $b$  en el modo  $m$ ;  $j_{bmt}$  la variable de activación para el segmento  $b$  del modo  $m$  en la hora  $t$ .

Para cada modo, las restricciones de capacidad se aplican con:

$$\underline{P}_m u_{mt} \leq p_{mt} \quad \forall mt \quad (3.8)$$

$$\bar{P}_m u_{mt} \geq p_{mt} \quad \forall mt \quad (3.9)$$

Donde:  $\bar{P}_m$  es la capacidad máxima para el modo  $m$ .

Finalmente, se incluyen las siguientes restricciones relacionadas a la naturaleza de las variables:

$$\delta_{bmt} \geq 0 \quad \forall bmt \quad (3.10)$$

$$j_{bmt} \in \{0, 1\} \quad \forall bmt \quad (3.11)$$

### Costo de arranque

Para la formulación del costo de arranque, es necesario considerar los costos de transición entre modos. La Figura 3.6 muestra una típica función de costo exponencial y su representación discreta. Primero, es necesario considerar un contador  $h_{mt}^{off}$  que tiene en cuenta las horas que el modo  $m$  ha estado fuera de servicio en el periodo  $t$ , y se formula como sigue:

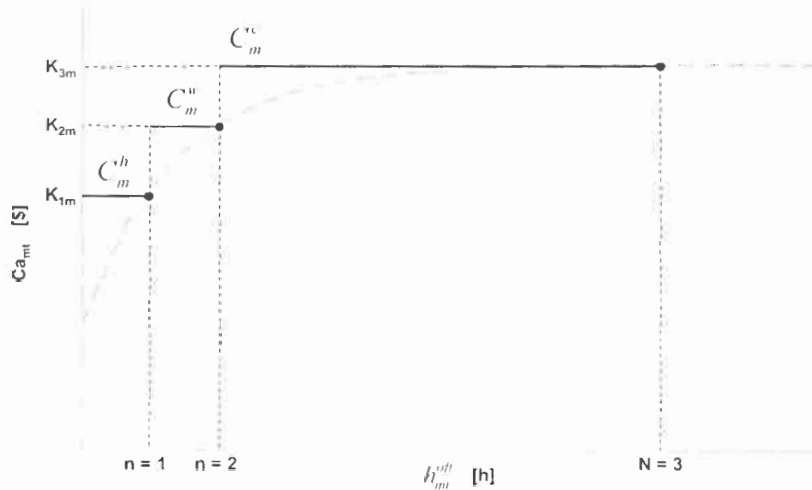


Figura 3.6: Costo de arranque exponencial escalonado.

$$h_{mt}^{off} \leq h_{m,t-1}^{off} + 1 \quad \forall mt \quad (3.12)$$

$$h_{mt}^{off} + (STH_m + 1)u_{mt} \geq h_{m,t-1}^{off} + 1 \quad \forall mt \quad (3.13)$$

$$h_{mt}^{off} - STH_m(1 - u_{mt}) \leq 0 \quad \forall mt \quad (3.14)$$

$$STH_m \geq T_m^{off} + T \quad \forall m \quad (3.15)$$

$$h_{mt}^{off} \geq 0 \quad \forall mt \quad (3.16)$$

Donde:  $STH_m$  es el número máximo de horas que el modo  $m$  puede estar fuera de servicio;  $T_m^{off}$  el número de horas que el modo  $m$  ha estado fuera de servicio en la hora  $t = 0$ .

Luego, basado en la aproximación escalonada, se incluye una formulación para el costo de arranque del modo  $m$  en el periodo  $t$  como sigue:

$$Ca_{mt} = \sum_{n=1}^N K_{nm} w_{nmt} \quad \forall mt \quad (3.17)$$

Donde:  $Ca_{mt}$  es el costo de arranque para el modo  $m$  en la hora  $t$ ;  $N$  el número total de escalones de la curva de costo de arranque;  $K_{nm}$  el costo de arranque para el escalón  $n$  y el modo  $m$ ;  $w_{nmt}$  la variable binaria para escalón  $n$  del arranque de modo  $m$  en hora  $t$ .

Donde  $w_{nmt}$  se define con:

$$\sum_{n=1}^N w_{nmt} = y_{mt} \quad \forall mt \quad (3.18)$$

$$w_{nmt} \in \{0, 1\} \quad \forall nmt \quad (3.19)$$

Donde:  $y_{mt}$  es la variable de arranque para la transición al modo  $m$  en la hora  $t$ .

Las restricciones que relacionan la variable slack  $dv_{mt}$  con la variable binaria de transición ascendente  $y_{mt}$  y la activación del segmento de arranque correspondiente  $w_{nmt}$  se representan como sigue:

$$dv_{mt} + \sum_{n=1}^{N-1} n w_{nmt} = h_{m,t-1}^{off} \quad \forall mt \quad (3.20)$$

$$dv_{mt} \leq STH_m(w_{Nmt} - y_{mt} + 1) \quad \forall mt \quad (3.21)$$

$$dv_{mt} \geq N w_{Nmt} \quad \forall mt \quad (3.22)$$

Las restricciones que modelan la lógica de las variables binarias son las siguientes:

$$y_{m_t,t} + \sum_{m_f \in FR} z_{m_f,t} \leq \sum_{m_t \in TO} s_{m_t,t} \quad \forall m_t t \quad (3.23)$$

$$y_{m_t,t} + \sum_{m_f \in FR} z_{m_f,t} \geq s_{m_t,t} \quad \forall m_t t \quad (3.24)$$

$$u_{m_t,t} - u_{m_t,t-1} = s_{m_t,t} - z_{m_t,t} \quad \forall m_t t \quad (3.25)$$

$$s_{m_t,t} + z_{m_t,t} \leq 1 \quad \forall m_t t \quad (3.26)$$

$$\{u_{m_t,t}, s_{m_t,t}, z_{m_t,t}, y_{m_t,t}\} \in \{0, 1\} \quad \forall m_t t \quad (3.27)$$

Donde:  $m_f$  es el modo origen;  $m_t$  el modo destino;  $FR$  es el conjunto de modos origen;  $TO$  el conjunto de modos destino;  $z_{m_t,t}$  es la variable de parada para el modo  $m$  en la hora  $t$ ;  $s_{m_t,t}$  la variable de arranque para el modo  $m$  en la hora  $t$ .

Luego, la formulación dada por las Ecs. (3.1)-(3.3), puede re-formularse para incluir centrales CC:

$$\min_{u,p} \sum_{t=1}^T \left( \sum_{g=1}^G (Cp_{gt} + Ca_{gt}) + \sum_{cc=1}^{CC} \sum_{m=1}^M Cp_{mt}^{cc} + Ca_{mt}^{cc} \right) \quad (3.28)$$

Sujeto a:

$$D_t - \sum_{g=1}^G p_{gt} - \sum_{cc=1}^{CC} \sum_{m=1}^M p_{mt}^{cc} = 0 \quad \forall t \quad (3.29)$$

$$A(u, p) \leq b \quad \forall gcct \quad (3.30)$$

Donde:  $CC$  es el número total de centrales CC;  $M$  el número total de modos de CC.

Adicionalmente, son necesarias algunas restricciones características del modelo CC. Estas restricciones representan las relaciones entre la configuración activa y las condiciones de servicio de la central.

### Configuración del ciclo combinado

Para cada periodo  $t$ , solamente un modo de operación CC puede ser seleccionado. Esta restricción de exclusividad de modos se representa como sigue:

$$\sum_{m=1}^M u_{m_t,t} \leq 1 \quad \forall t \quad (3.31)$$



### Transición entre modos

Las restricciones de transición entre el modo *origen*  $m_f$  al modo *destino*  $m_t$ , puede representarse como sigue:

$$\sum_{m_f \in \text{NFS}_{m_t}} u_{m_f, t-1} \geq u_{m_t, t} \quad \forall m_t t \quad (3.32)$$

$$u_{m_f, t-1} \leq \sum_{m_t \in \text{NFS}_{m_f}} u_{m_t, t} \quad \forall m_f t \quad (3.33)$$

Donde:  $\text{NFS}_{m_t}$  es el conjunto de transiciones factibles.

La Tabla 3.3 ilustra un ejemplo para la definición del conjunto  $\text{NFS}_m$  para el caso 2TG-1TV. Este conjunto se define basado en el diagrama de transiciones de estado de la Figura 3.3.

Tabla 3.3: Conjunto factible de transiciones para el caso 2TG-1TV.

	$m_t$	$\text{NFS}_{m_t}$	$m_f$	$\text{NFS}_{m_f}$
Modos	1	0,1,2,3	1	0,1,2,3
	2	1,2,4	2	1,2,4
	3	1,3,4	3	1,3,4
	4	2,3,4	4	2,3,4

### Tiempos mínimos de servicio

Los modos también poseen restricciones debido a los tiempos de servicio que una unidad generadora necesita antes de realizar una transición hacia otro modo. Estas restricciones pueden formularse como sigue:

$$\sum_{l=t-\text{MU}_m+1}^t s_{ml} \leq u_{m_t} \quad \forall m_t \quad (3.34)$$

$$\sum_{l=t-\text{MD}_m+1}^t z_{ml} \leq 1 - u_{m_t} \quad \forall m_t \quad (3.35)$$

Donde:  $\text{MU}_m$  es el mínimo tiempo de servicio para el modo  $m$ ;  $\text{MD}_m$  el mínimo tiempo fuera de servicio para el modo  $m$ .

Para el periodo inicial  $t = 0$ , también se consideran las condiciones iniciales de los modos:

$$\sum_{l=0}^{T_m^{ol}} u_{ml} = 0 \quad \forall m \quad (3.36)$$

$$\sum_{l=0}^{T_m^{on}} 1 - u_{ml} = 0 \quad \forall m \quad (3.37)$$

Donde:  $T_m^{on}$  es el número de horas que el modo  $m$  ha estado en servicio en la hora  $t = 0$ .

En resumen, basados en la formulación general del UC basado en MILP, se modificó la misma para incluir el modelo de centrales CC. La próxima sección discute los resultados considerando un sistema típico de potencia y el efecto de la inclusión de centrales CC en el mismo. Las centrales CC se modelan de la forma explicada en esta sección.

## Resultados computacionales

En esta sección se presentan los resultados numéricos obtenidos con el modelo propuesto. El problema UC con inclusión de centrales CC basado en MILP se resuelve utilizando GAMS y el motor de cálculo es CPLEX 12 [23]. La Tabla 3.4 y la Tabla 3.5 ilustran las opciones dispuestas para CPLEX.

El parque generador descrito en la referencia [5] se utiliza como sistema de prueba. Este parque está conformado por 10 unidades térmicas de generación las cuales son todas diferentes en términos de costos de producción y de arranque. La capacidad total de generación es 1662 MW. además el sistema posee un pico de carga de 1500 MW. Luego, para llevar a cabo las simulaciones se construyeron dos sistemas diferentes. El parque original [5] se modificó para incluir una central de CC. Las unidades térmicas 6, 7, y 8 se seleccionaron para conformar un CC de configuración 2TG-1TV. Las unidades 6 y 7 son las TG respectivamente, y la unidad 8 es la TV. Las características originales de las unidades se modificaron apropiadamente para modelar las características propias de una central CC. Estas modificaciones permiten estudiar las diferencias entre un CC modelado como una central térmica equivalente

Tabla 3.4: Opciones CPLEX.

Opción	Valor	Comentario
Relative tolerance	0	Este valor establece la búsqueda de una solución óptima.
Backtracking tolerance	0	Este valor influencia la búsqueda hacia la mejor cota.
MIP tactic emphasize	1	Este valor enfatiza la factibilidad por sobre la optimalidad.
Objective upper bound	641924	Este valor se calcula con el despacho del parque completo.
Setting priorities	1	Este valor activa el uso de prioridades para elección de rama.
Branching rule	1	Este valor selecciona la rama para la variable con máxima infactibilidad.

Tabla 3.5: Prioridades de las variables binarias.

Nivel 1	$u_{mt}$			
Nivel 2	$s_{mt}$	$y_{mt}$	$z_{mt}$	
Nivel 3	$j_{bmt}$	$w_{nmt}$	$dv_{mt}$	$h_{mt}^{off}$

y modelado considerando los diferentes modos de operación. Es oportuno aclarar que la central CC en el escenario correspondiente, reemplaza a la unidad térmica 7 del parque generador original.

La Tabla 3.6 muestra los resultados de predespacho para un horizonte de simulación de 24 horas. La tabla ilustra el patrón de predespacho para las horas del horizonte donde se presentan diferencias entre el escenario sin central CC y el escenario con central CC.

La Tabla 3.7 ilustra la diferencia de costos entre el escenario base de 10 unidades, que no incluye la central de CC y el escenario que incluye el modelo de CC propuesto en este capítulo. Las simulaciones se realizan para dos horizontes de tiempo diferentes

Tabla 3.6: Patrón de predespacho incluyendo central CC.

Hora	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t20	t21
Generador	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW
g1	455	455	455	455	455	455	455	455
g2	455	455	455	455	455	455	455	455
g3	130	130	130	130	130	130	130	130
g4	130	130	130	130	130	130	130	130
g5	90	162	162	162	162	90	162	90
g6	20	38	78	80	38	20	20	20
g7	0	0	0	0	0	0	0	0
g8	0	0	10	10	0	0	10	0
g9	0	0	10	10	0	0	0	0
g10	0	0	0	0	0	0	0	0
Modo CC	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW
m1	20	0	20	0	0	20	38	20
m2	0	0	0	0	0	0	0	0
m3	0	30	0	68	30	0	0	0
m4	0	0	0	0	0	0	0	0
Demanda	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW
	1300	1400	1450	1500	1400	1300	1400	1300

-24 y 74 hs-. Además, la tabla muestra el tiempo total de simulación para ambos modelos. Puede observarse que con la utilización del modelo CC, en ambos casos -24 y 74 hs-, los costos operativos disminuyen en el orden de un 0.5% y los tiempos computacionales se incrementan en el orden del 50%.

Luego, un parque generador de 20 unidades se construye duplicando el sistema original de 10 unidades. Los resultados para este sistema se muestran en la Tabla 3.8. Nuevamente, Las simulaciones se realizan para dos horizontes de tiempo diferentes -24 y 74 hs-. Puede observarse que con la utilización del modelo CC, en ambos casos -24 y 74 hs-, los costos operativos disminuyen en el orden de un 0.3% y los tiempos

Tabla 3.7: Comparación de costos para el parque de 10 generadores.

		Modelo con CC	Modelo convencional	Modelo con CC	Modelo convencional
		24 hs	24 hs	74 hs	74 hs
Estadística del modelo	Variables	5395	5395	16195	16195
	Ecuaciones	9306	9306	28206	28206
	Variables binarias	3594	3498	10794	10498
	Elementos no cero	34313	34313	104613	104613
Costo óptimo	Objetivo [\$]	561411	564527	1680808	1688410
	Tiempo [seg.]	2.147	1.352	8.261	5.488

computacionales se incrementan en el orden del 20% para el primer caso y un 80% para el segundo.

Tabla 3.8: Comparación de costos para el parque de 20 generadores.

		Modelo con CC	Modelo convencional	Modelo con CC	Modelo convencional
		24 hs	24 hs	74 hs	74 hs
Estadística del modelo	Variables	10739	10739	32239	2239
	Ecuaciones	18494	18494	56044	56044
	Variables binarias	7188	6996	21588	20996
	Elementos no cero	68633	68633	209233	209233
Costo óptimo	Objetivo [\$]	1097756	1100278	3240969	3253183
	Tiempo [seg.]	10.257	8.574	100.858	55.145

Comparando los resultados de Tablas 3.7-3.8, puede observarse el comportamiento exponencial de los tiempos computacionales respecto del aumento de escala del problema. Por ejemplo, los tiempos de cómputo para el modelo CC en el caso de 24 hs se quintuplica cuando el parque se duplica, y los tiempos de cómputo se multiplican por 10 en el caso de 74 hs. Este efecto exponencial también se observa entre los resultados de los modelos convencionales sin CC. El fenómeno exponencial del

modelo MILP se estudia en detalle en [2].

Adicionalmente, los cálculos y comparaciones se repiten para diferentes perfiles de carga, cambiando el perfil de carga base en  $\pm 10\%$ . La Tabla 3.9 muestra los resultados para un horizonte de 24 hs para ambos escenarios, modelo convencional y modelo que incluye CC. La Figura 3.7 ilustra el perfil de carga usado durante las simulaciones.

Tabla 3.9: Comparación de costos con la variación de carga.

10 Generadores		Base	-10	+10
Modelo con CC	Objetivo [\$]	561411	496678	632571
	Tiempo [seg.]	2.147	2.183	1.961
Modelo convencional	Objetivo [\$]	564527	498158	621863
	Tiempo [seg.]	1.352	1.896	1.803
20 Generadores				
Modelo con CC	Objetivo [\$]	1097756	855676	1231515
	Tiempo [seg.]	10.257	16.247	7.921
Modelo convencional	Objetivo [\$]	1100278	856572	1239888
	Tiempo [seg.]	8.574	12.376	2.645

La Figura 3.8 muestra la estructura de la matriz relacionada a la formulación aplicada al parque de 10 generadores, de donde puede observarse la estructura rala de la matriz. Para este sistema, luego de la etapa de pre-proceso que realiza el motor de cálculo, el tamaño de la matriz es de 144 columnas y 292 filas, teniendo un 2% de elementos no cero.

El enfoque desarrollado permite considerar las configuraciones mutuamente exclusivas de las centrales CC en el UC. Los resultados ilustran el impacto benéfico del modelado explícito de las centrales CC en la minimización del costo de suplir la carga del sistema. Los costos operativos del sistema se reducen al aprovechar la generación extra de la TV sin la necesidad de utilizar combustible para su funcionamiento, a pesar de que matemáticamente el modelo con central CC es mucho más restringido que el problema base. El costo a pagar por este beneficio es el aumen-

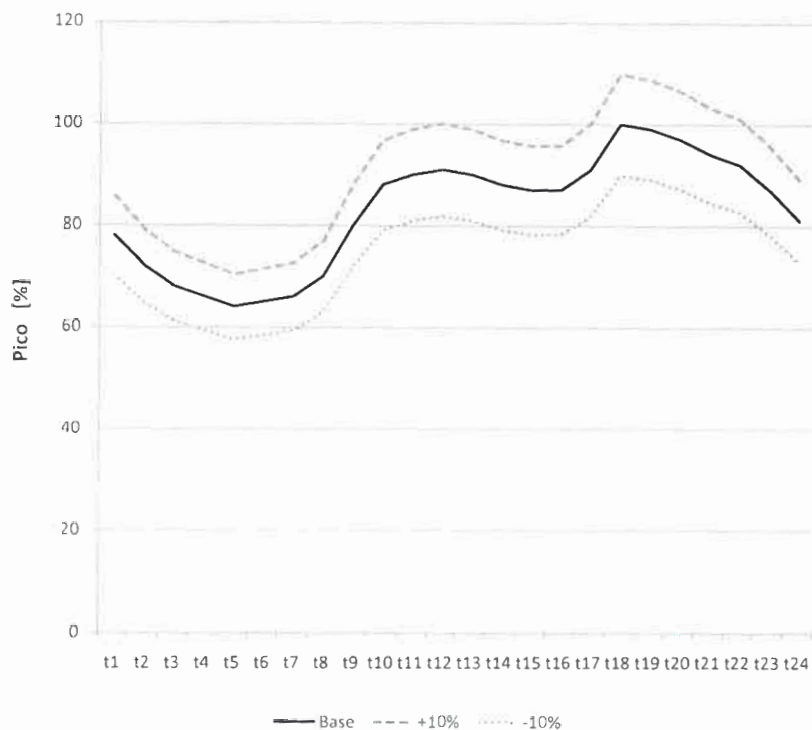


Figura 3.7: Perfil de carga para caso base y variación del  $\pm 10\%$ .

to exponencial de los tiempos de cómputo con la escala del problema. El tiempo computacional para programar la operación de centrales CC con múltiples modos operativos depende del número de configuraciones, el número de transiciones, los tiempos mínimos de servicio, los tiempos de transición y del perfil de carga.

## Conclusión

En la actualidad, la utilización de centrales CC se ha tornado popular debido a sus ventajas. Por lo tanto, es muy importante tener un modelo preciso para incluir este tipo de centrales en el problema UC. Este capítulo presentó un modelo de central CC para el UC de corto plazo basado en MILP. Basado en modelos previos desarrollados para generación térmica, el principal objetivo de este capítulo fue desarrollar un modelo general de central CC que pudiera ser fácilmente incluido en el modelo UC basado en MILP. Los resultados computacionales evidenciaron que: el modelado explícito de las centrales CC basado en MILP puede disminuir los costos

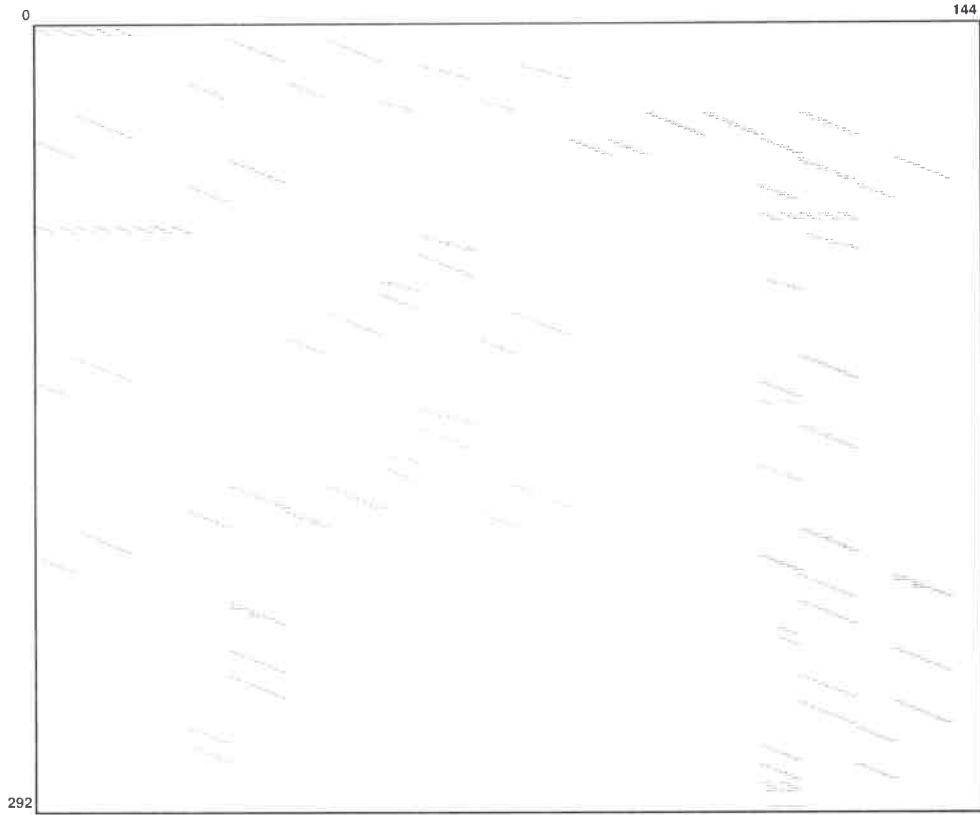


Figura 3.8: Estructura rala de la matriz MILP

operativos del sistema de potencia; además, los tiempos computacionales aumentan exponencialmente con el incremento de escala del problema de predespacho. Por último, el capítulo ilustró de que manera el modelo propuesto puede incluirse en la formulación UC basado en MILP, teniendo como principales ventajas el modelado general de curvas de costos no convexos por cada modo de operación y la facilidad de incorporación de restricciones operativas que están presentes en este tipo de centrales y que son muy difíciles de resolver.





# Problemas de simetría del UC basado en MILP

Como se pudo ver en el capítulo 1, el segundo objetivo específico de esta tesis estaba relacionado al análisis, evaluación y desarrollo de una estrategia para el problema de simetría del predespacho (UC) basado en programación mezcla-entera (MILP). En este sentido, se ha visualizado el problema que representa el modelado de generadores idénticos para el desempeño de los algoritmos que se aplican a la resolución del UC. Por este motivo, el objetivo de este capítulo es presentar el desarrollo de una estrategia de remoción estática de simetría. El propósito de la estrategia es el de reducir el efecto negativo que la simetría produce, mediante el establecimiento de un conjunto de prioridades en las variables de estado de los generadores. Estas prioridades mejoran la eficiencia computacional del UC basado en MILP ante la presencia de unidades generadoras idénticas.

La organización conceptual de este capítulo es la siguiente: primero, se identifican los elementos que generan simetría en el predespacho convencional, luego, se evalúa el algoritmo B&C bajo la presencia de simetría, y finalmente, utilizando una estrategia estática de remoción de simetría se demuestra la utilidad de la solución propuesta.

## Generalidades

En la práctica actual, la Relajación de Lagrange (Lagrange Relaxation, LR) y la Programación Mixta Entera-Lineal (Mixed-Integer Linear Programming, MILP, Branch-and-Cut based algorithms, B&C) son las principales herramientas de solución aplicadas al UC, dependiendo del problema específico a resolver.

Usualmente, el desempeño de los algoritmos mencionados puede ser afectado cuando el parque generador posee unidades generadoras idénticas. Desafortunadamente, esta situación ocurre con frecuencia. Unidades generadoras idénticas son muy

comunes en centrales de ciclo combinado, hidráulicas y térmicas. El modelado de generadores idénticos origina un inconveniente algorítmico conocido como problema de simetría. En el caso de algoritmos LR produce oscilaciones durante el proceso iterativo [11, 95, 63]. Mientras que en algoritmos B&C produce un esfuerzo computacional redundante, debiéndose explorar innecesariamente regiones equivalentes de búsqueda [54].

Técnicas especializadas en diferentes áreas se han aplicado para mitigar el problema de simetría de los algoritmos B&C. En una clasificación general, pueden identificarse dos concepciones metodológicas: el método de reformulación y el método de remoción.

En esencia, en el método de reformulación se reescribe el problema de optimización de manera tal de remover la simetría inherente al modelo [54]. Aplicaciones de este método pueden encontrarse en problemas como: corte industrial de patrones [37], planificación de tránsito urbano [25], planificación de aerolíneas [6, 89], ruteo vehicular [27], coloración de grafos [56], y por último, corte industrial de patrones binarios [89]. En términos generales, los resultados obtenidos con este método prueban su efectividad. Sin embargo, identificar de manera apropiada como reformular un determinado problema no es tarea sencilla y es problema-dependiente. Con lo cual, una generalización metodológica no es posible, limitando su aplicabilidad. Adicionalmente, este método puede incrementar la dimensión de los problemas a resolver.

Por otro lado, el método de remoción intenta reducir la simetría del problema de optimización, esencialmente, mediante la adición de restricciones. La adición de restricciones puede realizarse de manera dinámica o estática. La primera explota la presencia de simetría durante el proceso completo de enumeración, mientras que la segunda intenta remover la simetría utilizando prioridades de decisión en el proceso de selección de variables.

Para la reducción de simetría basada en remoción dinámica se han propuesto diferentes alternativas, entre las cuales se pueden mencionar: la poda por isomorfismo aplicada a problemas binarios [55], a programación por factibilidad [9] y la detección de dominancia aplicada a programación por factibilidad [30], [31], [68], [35]. Estas

aplicaciones explotan la simetría durante el proceso de búsqueda enumerativa, por lo tanto, tienden a sufrir de las desventajas del software de aplicación general. La reducción de simetría basada en remoción estática evade la búsqueda de soluciones redundantes, pre-asignando prioridades de decisión al proceso de selección de variables. Con este método el usuario puede incorporar su conocimiento del problema a la asignación de dichas prioridades. Diversos autores han propuesto diferentes formas de remoción estática de simetría en diferentes áreas [72, 57, 58, 80]. Los resultados reportados con esta metodología también sugieren que la remoción estática puede ser muy efectiva. La ventaja destacable de este método reside en que sólo se requiere la adición de restricciones de prioridad a la formulación original del problema, no siendo necesario ningún desarrollo de software especial.

En la siguiente sección se describe el problema de simetría en programación mixta entera-lineal, para el cual, en próximas secciones se desarrollará una estrategia de mitigación.

## Simetría en programación mixta entera-lineal

Un problema MILP se formula de la siguiente forma:

$$\min\{cx + hy : Ax + Gy \geq b, x \in Z^n, y \in \mathbb{R}^p\} \quad (4.1)$$

Donde  $A$  y  $G$  son matrices de dimensión  $m \times n$ ,  $b$  es un vector de dimensión  $m$ ,  $c$  y  $h$  son vectores de dimensión  $n$ ,  $x$  y  $y$  son vectores-variables de dimensión  $n$ , donde las variables  $x$  son enteras y las variables  $y$  son continuas.

Del conjunto de soluciones factibles  $Q$ , el problema MILP representado por la Ec. (4.1) puede contener múltiples soluciones equivalentes, cada una de ellas representando un grupo simétrico  $G$ . Información más detallada puede encontrarse en [54]. Matemáticamente, el grupo simétrico  $G$  del problema MILP (4.1) puede definirse como el conjunto de todas las permutaciones  $\pi$  de las  $n$  variables, que mapean  $Q$  en si mismo y que mapean cada solución factible en otra solución factible con el mismo valor de función objetivo:

$$G = \{\pi \in \Pi^n | \forall x \in Q : \pi(x) \in Q \wedge c^T x = c^T \pi(x)\} \quad (4.2)$$

Cuando la equivalencia de los sub-problemas no se reconoce debidamente se puede incurrir en la exploración innecesaria de nodos en un árbol de búsqueda, convirtiendo un problema de relativa complejidad computacional, en uno de muy difícil resolución. Por lo tanto, el principal desafío en la disminución de simetría es identificar un subconjunto de un grupo simétrico de forma tal de reducir la carga computacional redundante.

El método estático consiste en adicionar restricciones a la formulación inicial que permitan quitar algunas de las posibles soluciones simétricas, mientras se mantiene al menos una solución óptima. Es práctica común computar un subgrupo  $G_{LP}$  de  $G$  [54, 72], siendo  $G_{LP}$  la relajación lineal del MILP (4.1). Sin embargo, otra opción práctica es aprovechar el conocimiento que se posea del modelo. Por ejemplo, este método basado en conocimiento se propone en [80]. Trabajo en el cual los autores identifican los elementos idénticos que poseen los modelos bajo estudio y en los cuales se imponen decisiones jerárquicas para mitigar el efecto adverso de la simetría.

Siguiendo la línea del trabajo [80] y basados en el conocimiento sobre el predespacho convencional, los elementos que generan simetría en este problema son las variables binarias que modelan el estado de las unidades generadoras. En general, considerando un patrón de predespacho de generadores con idénticos costos de producción y conectados a la misma barra del sistema, pueden hallarse diferentes patrones de predespacho con idéntico valor de función objetivo sólo permutando las variables de estado entre los generadores idénticos. Con lo cual en este capítulo, se impondrán decisiones de prioridad basadas en el conocimiento del sistema eléctrico de generación, y en las ideas sugeridas en [80]. Estas restricciones de prioridad se definen en el **Corolario 1** de [54], ver Apéndice A.

## Simetría en el predespacho basado en programación mixta entera-lineal

El predespacho puede formularse como un problema de optimización cuyo principal objetivo es determinar el patrón de generación que satisfaga los requerimientos de demanda previstos, sujeto a diversas restricciones operacionales, a mínimo costo,

para un periodo de tiempo dado. Matemáticamente puede representarse como sigue:

$$\min_{u, p} z = \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^{\text{Gen}} C(p_{gt}, u_{gt}) \quad (4.3)$$

Sujeto a:

$$D_t - \sum_{g=1}^{\text{Gen}} p_{gt} = 0 \quad \forall t \quad (4.4)$$

$$A(p_{gt}, u_{gt}) \leq b \quad \forall (g, t) \quad (4.5)$$

Donde:

$$C(p_{gt}, u_{gt}) = Cp_{gt} + Cs_{gt} \quad (4.6)$$

$$Cp_{gt} = fc_g u_{gt} + vc_g p_{gt} \quad (4.7)$$

$$Cs_{gt} \geq K_g^\tau [u_{gt} - \sum_{n=1}^{\tau} u_{g,t-n}] \quad \forall gt \forall \tau = 1 \dots E_g \quad (4.8)$$

$$Cs_{gt} \geq 0 \quad \forall gt \quad (4.9)$$

Donde: T es el horizonte de programación; Gen el número de plantas de generación; C(.) el costo total;  $p_{gt}$  la variable de potencia activa;  $u_{gt}$  la variable de estado binaria, siendo 1 en servicio y 0 fuera de servicio;  $D_t$  la demanda horaria del sistema; A(.) y b, el conjunto de restricciones operacionales;  $Cp_{gt}$  el costo de producción para el generador  $g$  en la hora  $t$ ;  $Cs_{gt}$  el costo de arranque;  $fc_g$  el costo fijo;  $vc_g$  el costo variable;  $K_g^\tau$  el costo de arranque para el escalón  $\tau$ ;  $E_g$  el número de escalones de arranque.

Los factores principales que generan la existencia de simetría en el predespacho es la presencia de idénticos costos de producción ( $fc_g$ ,  $vc_g$ ) y arranque ( $K_g^\tau$ ) entre los generadores.

Por otro lado, algunas de las restricciones operacionales de las unidades generadoras potencialmente pueden ayudar a mitigar la simetría del modelo. Estas restricciones son los tiempos mínimos de servicio, las limitaciones de rampa y los límites de potencia. No obstante, estas restricciones operacionales no pueden asegurar la completa eliminación de simetría, principalmente cuando unidades con costos idénticos

se enfrentan a las mismas condiciones de despacho. Además, cuando se resuelven problemas de predespacho con restricciones de red para horizontes de tiempo real o diario, es muy común en la práctica considerar modelos simplificados. Es decir, en general los datos y las restricciones son aproximadas, o incluso peor, no consideradas. En la actualidad, para mitigar los efectos de la simetría en aplicaciones SCUC, es práctica común modificar sutilmente los datos de costos idénticos.

En resumen, contrarrestar los efectos de la simetría es una tarea muy importante cuando se resuelven problemas prácticos de predespacho con restricciones de red.

### Ejemplo ilustrativo

Un pequeño sistema con dos generadores idénticos se usa para ilustrar el efecto adverso de la simetría y la aplicación del método estático de remoción. En Tabla 4.1 se muestran los datos usados para las simulaciones. Por simplicidad, del conjunto convencional de restricciones operacionales sólo los límites de potencia se incluyen en la formulación.

Tabla 4.1: Sistema de dos generadores.

Ítem	Símbolo	Valor
Costo fijo	$fc$	8
Costo variable	$vc$	2
Costo de arranque	$K_g$	10
Escalones de arranque	$E_g$	1
Horizonte de programación	$T$	2
Demanda	$D_t$	30, 50
Máxima potencia	$\bar{P}_g$	60
Mínima potencia	$\underline{P}_g$	6

Utilizando el modelo general definido por las Ecs. (4.3)-(4.9), puede formularse como sigue:

$$\min_{u,p} z = \sum_{t=1}^{T=2} \sum_{g=1}^{Gen=2} [(8 u_{gt} + 2 p_{gt}) + C s_{gt}]$$



$$\begin{aligned}
 & \text{s.t.} \\
 & C s_{g1} \geq 10 u_{g1} \quad \forall g \\
 & C s_{g2} \geq 10 u_{g2} - 10 u_{g1} \quad \forall g \\
 & C s_{gt} \geq 0 \quad \forall gt \\
 & 6 u_{gt} \leq p_{gt} \leq 60 u_{gt} \quad \forall gt \\
 & 30 - \sum_{g=1}^{\text{Gen}} p_{g1} = 0 \quad \forall g \\
 & 50 - \sum_{g=1}^{\text{Gen}} p_{g2} = 0 \quad \forall g
 \end{aligned}$$

De la resolución de este problema se obtiene un conjunto  $Q$  que contiene 9 soluciones factibles. Los valores de las variables  $u_{gt}$ , representada como vector  $[u_{11}, u_{21}, u_{12}, u_{22}]$ , y el valor correspondiente de función objetivo  $z_t$  son:

$$Q = \left\{ \begin{array}{l} \{[0, 1, 0, 1]\} \mapsto z_1 = 186 \\ \{[1, 0, 1, 0]\} \mapsto z_2 = 186 \\ \{[0, 1, 1, 0]\} \mapsto z_3 = 196 \\ \{[1, 0, 0, 1]\} \mapsto z_4 = 196 \\ \{[0, 1, 1, 1]\} \mapsto z_5 = 204 \\ \{[1, 0, 1, 1]\} \mapsto z_6 = 204 \\ \{[1, 1, 0, 1]\} \mapsto z_7 = 204 \\ \{[1, 1, 1, 0]\} \mapsto z_8 = 204 \\ \{[1, 1, 1, 1]\} \mapsto z_9 = 212 \end{array} \right.$$

Todas las soluciones con el mismo valor objetivo  $z$  son equivalentes. Para observar el efecto de las restricciones de prioridad en el conjunto  $Q$ , las siguientes restricciones se incluyen en el conjunto de restricciones operacionales:

$$u_{1t} \geq u_{2t} \quad \forall t \tag{4.10}$$

La inclusión de estas restricciones modifica el conjunto  $Q$ . Ahora, el conjunto  $Q$  contiene solo 4 soluciones factibles:

$$Q = \left\{ \begin{array}{l} \{[1, 0, 1, 0]\} \mapsto z_1 = 186 \\ \{[1, 0, 1, 1]\} \mapsto z_2 = 204 \\ \{[1, 1, 1, 0]\} \mapsto z_3 = 204 \\ \{[1, 1, 1, 1]\} \mapsto z_4 = 212 \end{array} \right.$$



La prioridad (4.10) impone un orden en las variables binarias que permite evadir el re-cálculo sobre soluciones redundantes. Adicionalmente, al imponer este orden se obtiene un conjunto reducido de soluciones factibles. Para ilustrar los hechos, se llevan a cabo instancias de simulación usando CPLEX [23]. Las siguientes estrategias de búsqueda son utilizadas:

- Selección de nodo: *Down branch first*.
- Selección de variable: *Minimum infeasibility variable*.
- Selección de rama: *Depth first search*.

El problema se resuelve con y sin la adición de restricciones de prioridad del tipo Eq. (4.10). Los resultados de simulación se presentan en Tabla 4.2, la comparación esta basada en el número de programas lineales (LP) que en cada instancia se necesitan resolver.

Tabla 4.2: Resultados para el sistema de dos generadores.

	Num. LPs Para solución factible	Num. LPs Para óptimo global
Caso base	4	16
Adición de Eq. (4.10)	3	8

Puede inferirse de Tabla 4.2 que la adición de restricciones de prioridad conduce a una significativa reducción de carga computacional.

### Subconjunto simétrico del predespacho

Aunque el problema del predespacho es un modelo uninodal, no es siempre posible romper la simetría en todos los generadores idénticos del parque. Es importante enfatizar que el predespacho es una parte del problema en el SCUC, ya que la otra parte del problema esta relacionada al monitoreo y factibilidad de las restricciones de seguridad. Por lo tanto, como consecuencia de la inclusión de la red de transmisión, solo las unidades conectadas a la misma barra pueden considerarse para romper la eventual simetría.

Para obtener los grupos de unidades que generan soluciones redundantes, **Corollary 1** se utiliza para conformar un subconjunto  $B_{Gen}$  de  $G$ , restringido a  $N$ , que es el número de variables enteras que se permiten permutar. La clave reside en identificar las unidades generadoras candidatas para permutación y luego formar grupos con ellas. Estos grupos se identifican con un algoritmo específico.

*Descripción del algoritmo:*

1. Obtener un subconjunto de barras de generación del conjunto de barras del sistema.
2. Formar grupos de unidades conectadas a la misma barra, para el subconjunto del paso anterior.
3. Identificar las unidades con idénticos costos de producción de los grupos del paso anterior.
4. Formar grupos de generación con potencial de permutación.
5. Formar las restricciones de prioridad acorde a los grupos del paso anterior.
6. Establecer el conjunto activo de las restricciones de prioridad.

Una vez obtenido  $B_{Gen}$ , las siguientes restricciones pueden incluirse en el predespacho:

$$u_{gt} \geq u_{gqt} \quad \forall t \quad \wedge \quad \pi_{(g,qt)} \in B_{Gen} \quad (4.11)$$

Donde:  $B_{Ge_i}$  es el subconjunto de generadores idénticos en una barra.

Estas restricciones se activan acorde a las condiciones iniciales de las unidades.

## Resultados computacionales

El sistema de prueba descrito en [44, 73] se utiliza para ilustrar la metodología propuesta. Este sistema consta de 10 unidades generadoras que son todas diferentes en términos de costos de producción y arranque. La capacidad total de generación es 1662 MW, con un pico de carga del sistema de 1500 MW. Para llevar a cabo las

diferentes instancias de simulación, se construyeron 3 sistemas de generación diferentes: un sistema con 20 unidades duplicando el sistema original, un sistema con 50 unidades quintuplicando el sistema original, y un sistema de 100 unidades siguiendo el mismo patrón. Adicionalmente, se utilizó un sistema real con 225 unidades térmicas [16]. Este sistema posee 10 grupos de unidades idénticas, una capacidad térmica total de 17031 MW y un pico de carga de 10323 MW. Todos los sistemas se modelan con las características tomadas de las referencias [44, 73] excepto por la reserva operativa que se omite. El modelo considera: costos de producción de a tramos lineales; costos de arranque escalonados ; mínimos tiempos de servicio; límites de capacidad de potencia; lógicas de estado, arranque y parada; condiciones iniciales; y las ecuaciones de balance de energía. El modelo se implementa en GAMS usando CPLEX como motor de cálculo, con todos los parámetros opcionales establecidos en sus valores por defecto.

Cada caso se resuelve considerando el sistema original (CB, Caso Base) así como también, Con Restricciones de Prioridad (CRP). Adicionalmente, de manera tal de realizar una comparación justa entre el motor de cálculo y la metodología propuesta, todas las simulaciones BC se repitieron cambiando el parámetro *symmetry-breaking* de CPLEX, desde opción *moderate* hasta opción *aggressive*. Los resultados de simulación se exhiben en Tabla 4.3.

## Discusión de los resultados

Para validar los resultados de este capítulo se comparan los mismos con los resultados obtenidos en [44, 73]. Los resultados de [44] se usan como referencia.

En [73] se propone un algoritmo de búsqueda gravitacional (Gravitational Search Algorithm, GSA) para resolver el predespacho térmico. De la misma manera, en [44] se propone un algoritmo genético (Genetic Algorithm, GA) para resolver el mismo problema. En [73] se comparan los costos totales obtenidos con el GSA respecto de diferentes métodos meta-heurísticos y no se reporta ninguna tolerancia. En [44] los costos obtenidos con el GA se comparan con los algoritmos de LR y programación dinámica (Dynamic Programming, DP), y se reporta la tolerancia de convergencia. Además, se menciona en [44] que es factible obtener mejores soluciones, en referencia

a menores costos.

La Tabla 4.4 muestra la comparación de costos totales:

Las diferencias observables en Tabla 4.4 son menores al 3%, siendo menores nuestros costos óptimos. Las diferencias pueden justificarse por dos razones principales:

- Los algoritmos usados. Es importante mencionar que la implementación MILP permite obtener soluciones óptimas globales, excepto por el CB 100 Unidades que se detuvo con una tolerancia de 0,02%.
- La reserva operativa del sistema. Estas restricciones se omiten en este capítulo.

## Conclusión

El modelo clásico de UC basado en MILP posee inherentes desventajas cuando se confronta con unidades de generación idénticas conectadas a la misma barra del sistema. En este capítulo, se aplicó una metodología estática de remoción de simetría para resolver el UC basado en MILP con unidades de generación idénticas conectadas a la misma barra. Los resultados numéricos para las diferentes instancias demostraron que la metodología propuesta conduce a una considerable reducción de búsqueda en el árbol de enumeración del algoritmo B&C, y como consecuencia, se obtuvo una significativa reducción en el tiempo computacional.

Tabla 4.3: Comparación de ejemplos usando opciones por defecto de CPLEX.

	Caso	Unidades			
		20	50	100	225
Ecuaciones	CB	5821	14476	26401	74302
	CRP	6071	14976	28501	75452
Variables $\mathbb{B}$	CB & CRP	1500	3750	7500	16817
Variables $\mathbb{R}$	CB & CRP	4026	10026	17526	33768
No ceros	CB	22724	56735	103420	248640
	CRP	23224	57735	107620	250940
Costo óptimo	CB & CRP	1101377	2748513	5494339	424787
Nodos	CB	463	19513	11802	3627
	CRP	139	1854	1076	1738
Tol. relativa	CB	0.0	0.0	0.02 %	0.0
	CRP	0.0	0.0	0.0 %	0.0
Tiempo de sol.	CB	8.17	163.72	261.73	163.80
	CRP	3.43	66.81	115.64	120.00
	SYM 1	8.05	159.07	276.11	168.12
	SYM 2	8.04	165.96	262.65	176.30
	SYM 3	7.18	222.42	205.76	127.25
	SYM 4	6.88	228.64	206.71	error
	SYM 5	7.20	386.51	200.17	153.35

CB: Caso Base, CRP: Con Restricciones de Prioridad, SYM #: CPLEX *symmetry-breaking parameter*.

Tabla 4.4: Comparación de costos totales con respecto al sistema original [44].

	20 Unidades	100 Unidades	Diferencia rel. con [44]	
			20 Unidades	100 Unidades
[44]	1.130.660	5.627.437		
MILP enfoque propuesto	1.101.377	5.494.339	-2.59 %	-2.37 %
[73]	Con rampas	1.124.475	-0.55 %	-0.37 %
	Sin rampas	1.123.216	-0.66 %	-0.47 %

# Inicialización de la descomposición de Benders aplicada al SCUC

Como se pudo ver en el capítulo 1, el tercer objetivo específico de esta tesis estaba relacionado al análisis, evaluación y desarrollo de una estrategia de inicialización del algoritmo de Benders (BD) aplicado al predespacho con restricciones de seguridad (SCUC). En este sentido, se ha visualizado que la aplicación de la BD a la resolución del SCUC suele presentar problemas de convergencia lenta. Se ha identificado también que la inicialización de la BD es un factor importante, con el potencial de disminuir este problema de convergencia. Por este motivo, el objetivo de este capítulo es presentar el desarrollo de una nueva metodología de inicialización del algoritmo BD aplicado al problema SCUC. La metodología de inicialización se basa principalmente en la combinación de tres conceptos: resolución rápida del predespacho, eliminación de restricciones redundantes y formación de cortes actualizados dentro de un rango de cargas. Con este objetivo se pretende contribuir a la mejora de la convergencia de la BD aplicada al UC térmico de corto plazo con restricciones de seguridad lineales en el escenario base.

La organización de este capítulo es la siguiente. Primero, se brinda información general sobre el algoritmo BD. Segundo, se describe detalladamente la estrategia de inicialización propuesta. Incluyendo en detalle el modelo y los conceptos en los que se basa la inicialización del algoritmo BD. A posterior, se presentan y discuten los resultados numéricos a partir de la aplicación de la metodología de inicialización desarrollada. Por último, se extraen las conclusiones más relevantes del capítulo.

## Generalidades

Como se describió en el capítulo 1, el SCUC es una extensión del UC convencional que incluye las restricciones de red del sistema en estado operativo normal y en con-



tingencia, y cuyo objetivo es propiciar la operación económica y segura del sistema de potencia [66, 76]. La BD es el algoritmo que se utiliza en la práctica para este tipo de problemas de optimización de dos etapas [22, 39]. Esto es debido principalmente a tres ventajas del algoritmo BD: modularidad, flexibilidad y robustez.

No obstante, debido a que el algoritmo BD es un método de planos cortantes [15], puede presentar inestabilidades que eventualmente se traducen en retardos en la convergencia del algoritmo [82]. Adicionalmente, debido a que el problema maestro UC se formula como un problema mixto entero-líneal (Mixed Integer linear Problem, MILP) el tiempo de convergencia total es fuertemente dependiente del tiempo computacional requerido para resolver el problema maestro.

Debido a estos problemas, pueden encontrarse diferentes trabajos de investigación que desarrollan metodologías para mejorar la convergencia del algoritmo BD [53]. Una de las metodologías sugeridas es la relacionada a la inicialización del algoritmo BD. Diversos autores reconocen en sus trabajos que la inicialización del algoritmo BD es una de las mejoras más importantes a desarrollar, y concluyen que esta metodología puede tener un efecto significativo en el rendimiento general del algoritmo BD.

Diversas metodologías de inicialización se han desarrollado. En [70] se forma un conjunto inicial de cortes relacionados con las rutas de un modelo de planificación de tráfico aéreo. Como conclusión del trabajo, el autor recomienda la utilización de cortes iniciales en cualquier problema de optimización que comprenda redes, debido a que en todos los casos existe la posibilidad de reducir el tiempo computacional total. Adicionalmente, en [75] se desarrolla una estrategia para inicializar el algoritmo BD, la cual se basa en la adición de una serie de ecuaciones de desigualdad formadas a partir del problema de optimización en particular. El procedimiento de inicialización de ese trabajo se aplica al problema de transporte con costos fijos y a diferentes variantes de sistemas de refinería.

En la siguiente sección se describe el esquema iterativo de resolución del SCUC basado en BD, para el cual, en secciones posteriores se desarrollará la estrategia de inicialización.

## Descomposición de Benders aplicada al SCUC

El SCUC es básicamente un problema de optimización de dos niveles [22]. El cual, es un problema MILP de gran escala que debe proporcionar decisiones óptimas, sujeto a restricciones de unidad, sistema y red.

El algoritmo BD descompone el problema SCUC, en un problema maestro y tantos sub-problemas como períodos de programación. En el primer nivel de optimización, problema maestro, se representa el UC uninodal. En el segundo nivel de optimización, sub-problemas de flujos de potencia, se consideran las restricciones de red para cada hora del horizonte de programación. La resolución de los sub-problemas proporciona señales de estado de la red que permiten formar cortes que luego son iterativamente adicionados al problema maestro.

En la próxima sección se presenta la formulación específica para el problema SCUC [66].

### Problema maestro - Etapa de decisión

El problema maestro es el UC uninodal sin restricciones de red. El modelo UC térmico puede formularse como sigue:

$$\text{mín } z = \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G (Cp_{gt} + Ca_{gt}) \quad (5.1)$$

$$Cp_{gt} = u_{gt} c_g + \sum_{b=1}^B F_{bg} \delta_{bgt} \quad \forall gt \quad (5.2)$$

$$p_{gt} = u_{gt} \underline{P}_g + \sum_{b=1}^B \delta_{bgt} \quad \forall gt \quad (5.3)$$

$$(\text{Tr}_{1g} - \underline{P}_g)j_{1gt} \leq \delta_{1gt} \leq (\text{Tr}_{1g} - \underline{P}_g)u_{gt} \quad \forall gt \quad (5.4)$$

$$(\text{Tr}_{bg} - \text{Tr}_{b-1,g})j_{bgt} \leq \delta_{bgt} \quad \forall bgt \quad (5.5)$$

$$\delta_{bgt} \leq (\text{Tr}_{bg} - \text{Tr}_{b-1,g})j_{b-1,gt} \quad \forall bgt \quad (5.6)$$

$$\delta_{Bgt} \geq 0 \quad \forall gt \quad (5.7)$$

$$\delta_{Bgt} \leq (\overline{P}_g - \text{Tr}_{B-1,g})j_{B-1,gt} \quad \forall gt \quad (5.8)$$

$$Ca_{gt} \geq K_{g\tau} \left( u_{gt} - \sum_{n=1}^{\tau} u_{g,t-n} \right) \quad \forall gt \quad (5.9)$$



Sujeto a:

$$\sum_{g=1}^G p_{gt} = D_t \quad \forall t \quad (5.10)$$

$$\sum_{i=t-MUT_g+1}^t s_{gi} \leq u_{gt} \quad \forall g \forall t \in [MUT_g + 1, T] \quad (5.11)$$

$$\sum_{i=t-MDT_g+1}^t h_{gi} \leq 1 - u_{gt} \quad \forall g \forall t \in [MDT_g + 1, T] \quad (5.12)$$

$$\sum_{i=0}^{i \leq T_g^{on}} 1 - u_{gi} = 0 \quad \forall g \forall t = 0 \quad (5.13)$$

$$\sum_{i=0}^{i \leq T_g^{off}} u_{gi} = 0 \quad \forall g \forall t = 0 \quad (5.14)$$

$$u_{gt} \underline{P}_g \leq p_{gt} \leq u_{gt} \bar{P}_g \quad \forall gt \quad (5.15)$$

$$p_{gt} \geq 0 \quad \forall gt \quad (5.16)$$

$$p_{gt} - p_{g,t-1} \leq RUL_g \quad \forall g \forall t \geq 0 \quad (5.17)$$

$$p_{g,t-1} - p_{gt} \leq RDL_g \quad \forall g \forall t \geq 0 \quad (5.18)$$

$$s_{gt} - h_{gt} = u_{gt} - u_{g,t-1} \quad \forall gt \quad (5.19)$$

$$s_{gt} + h_{gt} \leq 1 \quad \forall gt \quad (5.20)$$

$$j_{bgt}, u_{gt}, s_{gt}, h_{gt} \in \{0, 1\} \quad \forall bgt \quad (5.21)$$

$$\text{Benders cuts} \quad (5.22)$$

Donde: T es el horizonte de programación; G es el número de generadores;  $C_{p_{gt}}$  es el costo de producción de la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $C_{a_{gt}}$  es el costo de arranque;  $u_{gt}$  es la variable de estado binaria;  $c_g$  es el costo fijo de la unidad  $g$ ; B es el número de bloques de la aproximación lineal por tramos;  $F_{bg}$  es la pendiente del bloque  $b$  para la unidad  $g$ ;  $\delta_{bgt}$  es la potencia de la unidad  $g$  en la hora  $t$  en el bloque  $b$ ;  $p_{gt}$  es la variable de potencia activa;  $\bar{P}_g$  y  $\underline{P}_g$  son los límites de potencia max-min respectivamente;  $Tr_{bg}$  son los límites min-max de potencia en el bloque  $b$ ;  $j_{bgt}$  es una variable binaria para el bloque de potencia  $b$  la unidad  $g$  en la hora  $t$ ;  $K_{g\tau}$  es el costo de arranque para el escalón  $\tau$ ;  $\tau$  es la hora inicial del lapso fuera de servicio, entre  $\tau$  y  $t$  se define la ventana temporal para el costo de arranque;  $D_t$  es

la demanda horaria;  $MUT_g$  y  $MDT_g$  son los tiempos mínimos de servicio;  $s_{gk}$  es la variable binaria de arranque;  $h_{gk}$  es la variable binaria de parada;  $T_g^{on}$  y  $T_g^{off}$  son la horas iniciales En/Fuera de servicio en  $t = 0$ ;  $RUL_g$  y  $RDL_g$  son los límites de rampa de incremento-decremento de potencia respectivamente. El último término, (5.22), representa los eventuales cortes de Benders.

### Sub-problema - Etapa de factibilidad

El acoplamiento entre el problema maestro y los sub-problemas se establece a través de la variable  $p_{uc}^*$ , obtenida de la solución del problema representado por Ecs. (5.1)-(5.22). El sub-problema puede formularse como:

$$\min w = \sum^N c_s \text{ slack} \quad (5.23)$$

Sujeto a:

$$Sf - \text{slack} \leq p_{uc}^* - D \quad \pi_{d1} \quad (5.24)$$

$$-Sf - \text{slack} \leq -p_{uc}^* + D \quad \pi_{d2} \quad (5.25)$$

$$f - \gamma S' \theta = 0 \quad (5.26)$$

$$f \leq \bar{f} \quad \pi_{f1} \quad (5.27)$$

$$-f \leq -\underline{f} \quad \pi_{f2} \quad (5.28)$$

$$0 \leq \text{slack} \leq D \quad \pi_s \quad (5.29)$$

Donde:  $N$  es el número de barras;  $c_s$  es el costo asociado a las variables  $\text{slack}$ ;  $\text{slack}$  son las variables que representan el corte de carga;  $S$  es la matriz de incidencia ( $'$  es la transpuesta);  $f$  son los flujos de potencia activa;  $\gamma$  es la matriz de susceptancias;  $\theta$  son los ángulos de tensión de barra;  $\bar{f}$  y  $\underline{f}$  son los límites máximos de flujo. Los costos asociados  $c_s$  normalmente se establecen en uno.

Luego de la resolución del problema representado por las Ecs. (5.23)-(5.29), relajando las restricciones de balance por medio de la variable ( $\text{slack}$ ), puede construirse un corte de Benders por cada hora y por cada escenario de red. Su formulación es la siguiente:

$$w^* + (\pi_{d1}^* - \pi_{d2}^*)(p_{uc} - p_{uc}^*) \leq 0 \quad (5.30)$$

Donde:  $\pi_{d1}^*$  y  $\pi_{d2}^*$  son los multiplicadores simplex correspondientes a la solución óptima del problema representado por las Ecs. (5.23)-(5.29).

En la próxima sección se presenta una nueva metodología de inicialización aplicada al SCUC basado en el algoritmo BD.

## Descripción de la metodología de inicialización

La principal motivación para desarrollar una metodología de inicialización aplicada al SCUC basado en el algoritmo BD es mejorar la tasa de convergencia del mismo. El objetivo de la metodología de inicialización propuesta en este capítulo es proveer de un conjunto de cortes, económicos computacionalmente, que puedan agregarse al problema maestro inicial, de manera de disponer de señales tempranas de la red en el cálculo de predespacho. La propuesta metodológica de inicialización consta de seis pasos diferentes:

1. Cálculo de la capacidad de suministro de carga (Load Supplying Capability, LSC) [65]. El LSC es una cota superior de infactibilidad de red que permite formar cortes.
2. Cálculo de la mínima carga infactible (Minimal Infeasible Load, MIL). El MIL es una cota inferior de infactibilidad de red que permite formar cortes.
3. Cálculo de predespacho de horizonte relajado (UCHR) [46] para el pico de carga LSC. El cálculo se lleva a cabo para obtener los niveles de despacho (MW).
4. Pre-procesamiento de las restricciones de red [85]. Las restricciones de red redundantes se eliminan con un método de pre-procesamiento de la red.
5. Cálculo de flujo de potencia lineal con redespacho (Línea Load Flow with Redispatch, LLFR)[61] para los niveles de despacho (MW) calculados previamente y el pico de carga LSC. El cálculo se lleva a cabo para detectar infactibilidad de red de manera de habilitar la formación del corte correspondiente al nivel de demanda LSC.

6. Actualización de los cortes de Benders [39]. El corte del Paso 5 se actualiza por cada escalón de demanda dentro del rango delimitado por las cotas LSC y MIL.

En las siguientes secciones, se describe en detalle cada uno de los pasos enumerados anteriormente.

## Cálculo de la capacidad de suministro de carga

El LSC de un sistema se define como la máxima carga que se puede suministrar con todas las líneas y generadores operando, considerando los factores de participación en cada barra de carga con relación a la carga total. El concepto del LSC esencialmente consiste en forzar la red al máximo permisible, para calcular la máxima carga que es posible suministrar sin sobrecargas en la red. El LSC es la cota superior del rango dentro del cual es posible formar un conjunto inicial de cortes. El cálculo del LSC puede formularse como el siguiente problema lineal:

$$\text{máx LSC} = \delta \quad (5.31)$$

$$\gamma S' \theta + p = \lambda \delta \quad (5.32)$$

$$|S \theta| \leq \bar{f} / \gamma \quad (5.33)$$

$$0 \leq p \leq \bar{P} \quad (5.34)$$

Donde:  $\delta$  es un escalar que representa la demanda total;  $\lambda$  es el vector de factores de participación de carga por cada barra.

En este trabajo de tesis, los factores de participación de carga  $\lambda$ , se consideran constantes en el caso base. Debido a que un patrón diferente de carga podría alterar el nivel LSC.

## Cálculo de la mínima carga infactible

El MIL representa la mínima carga que puede suministrarse económicamente sin sobrecargas en la red. El MIL es la cota inferior del rango dentro del cual puede formarse un conjunto de cortes iniciales. Matemáticamente puede formularse como la solución del siguiente problema lineal:

$$\min x = c^T p \quad (5.35)$$

$$\sum^G p - \text{peak}^i \geq 0 \quad (5.36)$$

$$0 \leq p \leq \bar{P} \quad (5.37)$$

$$\min y = \text{slack} \quad (5.38)$$

$$\gamma S'\theta + \sum^G p^* + \text{slack} = \lambda \text{peak}^i \quad (5.39)$$

$$|S\theta| \leq \bar{f}/\gamma \quad (5.40)$$

Donde:  $\text{peak}^i$  representa la demanda en la iteración  $i$ .

Los problemas representados por las Ecs. (5.35)-(5.40) deben resolverse iterativamente. El algoritmo de resolución se describe a continuación:

**Entrada:** LSC

Inicialización:  $\text{ub}=\text{LSC}$ ,  $\text{lb}=0$ ,  $\text{peak}^i=\text{ub}$ ,  $i=0$

**loop**  $i$

Resolver (5.35)-(5.37) luego (5.38)-(5.40)

**if**  $y^* > 0$  **then**

$\text{ub}=\text{peak}^i$

$\text{peak}^i = \text{ub} - (\frac{\text{ub}-\text{lb}}{2})$

**else if**  $y^* \leq 0$  **then**

$\text{lb}=\text{peak}^i$

$\text{peak}^i = \text{ub} - (\frac{\text{ub}-\text{lb}}{2})$

**end if**

$i = i + 1$

**if**  $\text{ub}-\text{lb} \leq \epsilon$  **then**

Parar

$\text{MIL}=\text{ub}$

**end if**

**end loop**

**Salida:** MIL

La Figura 5.1 esquematiza el algoritmo propuesto para obtener el MIL. El mismo está basado en el método de búsqueda de bisección [15].

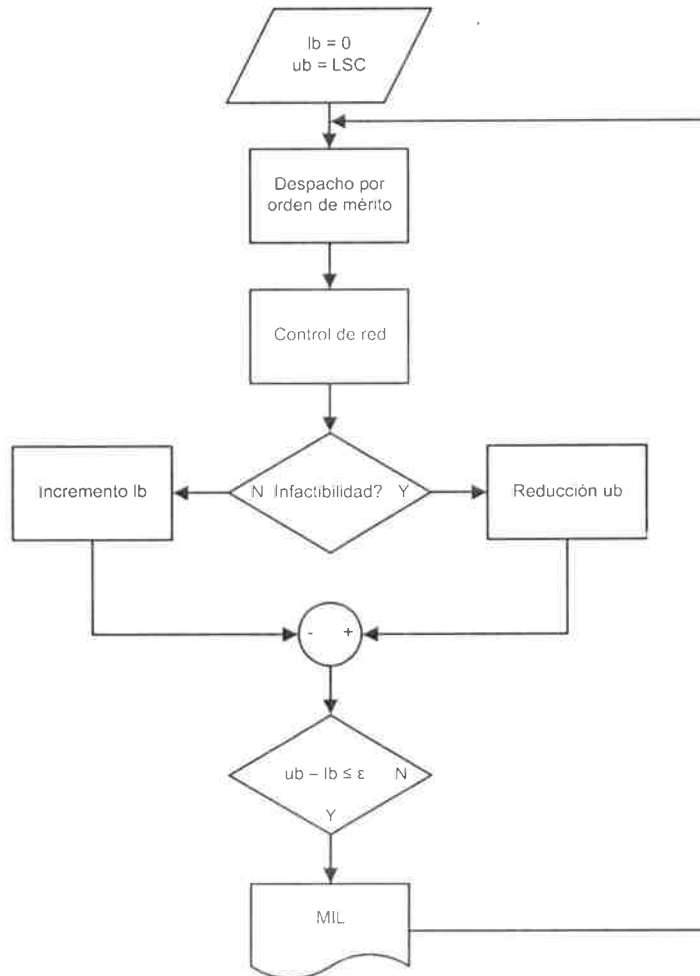


Figura 5.1: Algoritmo MIL.

### Cálculo de predespacho de horizonte relajado

El cálculo del UCHR es una solución factible que en general es sub-óptima. La idea esencial es disponer de una solución rápida y factible para el nivel de demanda LSC que pueda ser utilizada como entrada en el cálculo del LLFR.

Esta estrategia se basa en una secuencia de fijación, relajación y activación de diferentes subconjuntos de variables binarias. En cada iteración solo una porción

del horizonte de simulación se considera como MILP, mientras la parte remanente puede estar: fija, utilizando valores de iteraciones previas, o relajada en la iteración actual. La Figura 5.2 ilustra un esquema relacionado a esta metodología.

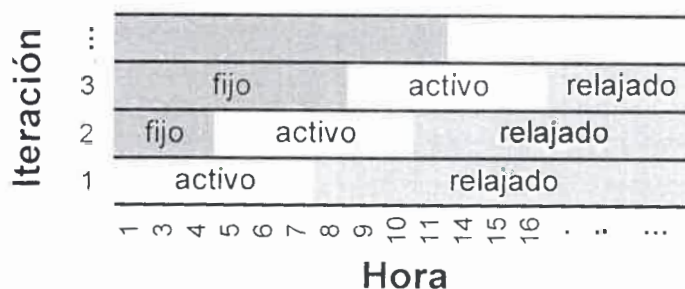


Figura 5.2: Esquema de horizonte relajado.

En cada iteración, el horizonte de programación se divide en tres sub-horizontes:

- Sub-horizonte con variables fijas (Gris oscuro)
- Sub-horizonte con variables activas (Blanco)
- Sub-horizonte con variables relajadas (Gris claro)

Las variables binarias dentro del sub-horizonte de variables fijas, se establecen utilizando los valores de iteraciones previas. Las variables binarias dentro del sub-horizonte de variables activas continúan siendo consideradas como variables binarias. Finalmente, las variables binarias dentro del sub-horizonte de variables relajadas son consideradas como variables continuas. Por consiguiente, con el progreso de las iteraciones, el sub-horizonte de variables fijas se incrementa mientras que el sub-horizonte de variables relajadas se reduce. En las iteraciones de la etapa final, todo el horizonte de programación se considera como un problema MILP completo. En esta etapa final, luego de dos rondas sin obtener una mejora significativa del valor objetivo el algoritmo se detiene.

Un ejemplo simple ayudará a ilustrar esta estrategia. Considerar un pequeño sistema con dos generadores idénticos. La Tabla 5.1 muestra los datos utilizados para las simulaciones. Por simplicidad, del conjunto total de restricciones operacionales

sólo se incluirán las restricciones de balance energético, la lógica binaria y los límites de potencia en la formulación UC. El UCHR se formula de la siguiente manera:

Tabla 5.1: Sistema de dos generadores.

Item	Valor
Costo variable	1
Costo de arranque	1
Horizonte de programación	3
Demanda	10, 15, 12
Max. capacidad	20
Min. capacidad	0
$\mathbb{B}$ var.	$u_{gt}, s_{gt}$
$\mathbb{R}$ var.	$p_{gt}$

$$\min z = \sum^T \sum^G (p_{gt} + s_{gt}) \quad (5.41)$$

$$\sum^G p_{gt} = D_t \quad (5.42)$$

$$0 \leq p_{gt} \leq u_{gt} * 20 \quad (5.43)$$

$$u_{gt} - u_{g,t-1} \leq s_{gt} \quad (5.44)$$

La Tabla 5.2 muestra el patrón de variables para el horizonte relajado utilizado en las simulaciones. La Tabla 5.3 muestra los resultados de las simulaciones. Notar la repetición del valor de  $z$ , valor objetivo, forzando la parada del algoritmo.

Esta estrategia no afecta al espacio de soluciones porque en las iteraciones de la última etapa se resuelven problemas MILP completos. A diferencia del UC-MILP original, los UC-MILP de la última etapa no arrancan el cálculo desde cero, lo que en la práctica suele denominarse arranque en frío del algoritmo UC (Cold start). Por el contrario, la estrategia de horizonte relajado aprovecha la información de las iteraciones previas para realizar un arranque en caliente del algoritmo UC (Hot start). En esencia, el objetivo de esta estrategia es el de encontrar rápidamente una solución factible que pueda ser utilizada para comprobar la infactibilidad de red.



Tabla 5.2: Patrón de variables.

Iteración		Hora		
		1	2	3
0	$u_{gt}$	c	c	c
	$s_{gt}$	c	c	c
1	$u_{gt}$	b	c	c
	$s_{gt}$	b	c	c
2	$u_{gt}$	f	b	c
	$s_{gt}$	f	b	c
3	$u_{gt}$	f	f	b
	$s_{gt}$	f	f	b
4, 5	$u_{gt}$	b	b	b
	$s_{gt}$	b	b	b

c: variables continuas. b: variables binarias. f: variables fijas.

No obstante, algunos parámetros del algoritmo necesitan sintonizarse antes de que puedan obtenerse buenos rendimientos computacionales, al menos en sistemas de pequeña escala. Para aplicaciones de propósito general, los parámetros por defecto solo se recomiendan para problemas UC complejos y de gran escala.

### Pre-procesamiento de las restricciones de red

Afortunadamente, debido a que los sistemas de potencia están diseñados para operar dentro de los límites operativos de los elementos que los componen [85], en general solo es necesario considerar un subconjunto de restricciones de seguridad en cualquier escenario de análisis. Basado en esta observación, es práctica común que varias restricciones de red sean redundantes y puedan eliminarse antes de aplicar el cálculo de flujo de potencia lineal. El propósito de esta estrategia es el de reducir el tamaño del problema del flujo de potencia lineal para el escenario base de análisis.

Un ejemplo sencillo ayudará a ilustrar el propósito de la estrategia. Considerar el sistema de tres barras mostrado en la Figura 5.3 el cual consta de dos generadores

Tabla 5.3: Resultados del UC de horizonte relajado.

Iteración	Modelo		$z$
Problema	Item	Estadísticas	Valor
0			
RMILP	Filas	22	37,75
	Cols.	19	
	No 0	53	
	$\mathbb{Z}$ cols.	0	
	Cols. relajadas	12	
	Cols. fijas	0	
1			
MILP	$\mathbb{Z}$ cols.	4	43
	Cols. relajadas	8	
2			
MILP	$\mathbb{Z}$ cols.	4	41
	Cols. relajadas	4	
	Cols. fijas	4	
3			
MILP	$\mathbb{Z}$ cols.	4	41
	Cols. fijas	8	
4			
MILP	$\mathbb{Z}$ cols.	12	38
5			
MILP	$\mathbb{Z}$ cols.	12	38

que sirven a una carga. La Figura 5.4 representa la región factible correspondiente al sistema de la Figura 5.3. La zona gris representa la región factible que se encuentra delimitada por las restricciones  $P2 \leq 2.4$ ,  $P2 \geq 1$ , la ecuación de balance  $P1 + P2$ , y el límite de potencia mínimo  $P1 \geq 0$ . Puede observarse en la Figura 5.4 que solo dos de seis restricciones de seguridad son no-redundantes. Las restricciones de seguridad redundantes no tienen ninguna influencia en la región factible del problema, por ende, pueden quitarse del cálculo del problema SCUC, al menos para el escenario base.

Las técnicas de relajación son muy valorables cuando solo un subconjunto de un

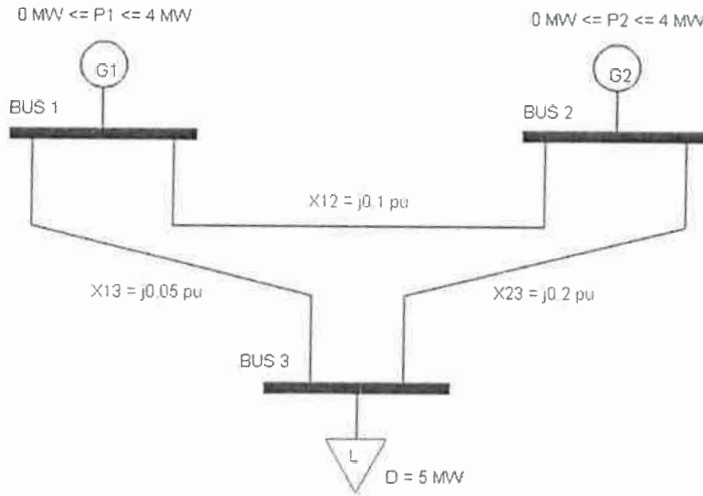


Figura 5.3: Sistema de 3 barras.

gran número de restricciones se encuentran activas [86]. Las restricciones redundantes pueden obtenerse considerando el siguiente problema lineal:

$$z_{lt} = \max_{p_{bt}} \sum_{b=1}^N a_{lb} p_{bt} \quad (5.45)$$

$$\sum_{b=1}^N a_{lb} p_{bt} - slack \leq \bar{f}_l + \sum_{b=1}^N a_{lb} D_{bt} \quad (5.46)$$

$$\sum_{b=1}^N p_{bt} = D_t \quad (5.47)$$

$$0 \leq p_{bt} \leq \bar{P}_b \quad (5.48)$$

$$0 \leq slack \quad (5.49)$$

Donde:  $z_{lt}$  representa el flujo de potencia de la línea o transformador  $l$  para la hora  $t$ ,  $N$  es el conjunto de barras,  $a_{lb}$  es el factor de sensibilidad líneal de la línea  $l$  con respecto a la barra  $b$ ,  $p_{bt}$  representa la inyección de MW en la barra  $b$  en la hora  $t$ ,  $D_t$  es el nivel de demanda en la hora  $t$ , y  $\bar{P}_b$  es el límite superior de generación.

La Ec. (5.45) denota el flujo de potencia máximo posible en una línea respetándose el balance energético dado por Ec. (5.47), y las restricciones en las unidades generadoras dadas por Ec. (5.48). La Ec. (5.46) monitorea que líneas son redundantes o no. En el momento que una línea se sobrecarga, la variable *slack* asume

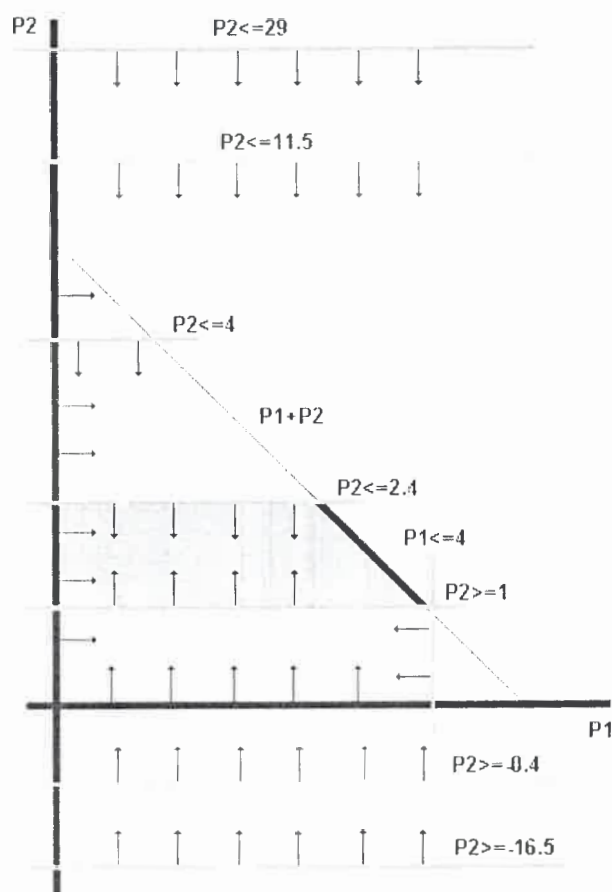


Figura 5.4: Conjunto de restricciones redundantes.

un valor positivo y la restricción de seguridad se rotula como no-redundante. Resumiendo lo anterior, la idea esencial es despachar los generadores para suplir la carga del sistema, considerando que mientras más sensible es una línea respecto de un generador, más peso tiene en la función objetivo. Este proceso, por lo tanto, permite el monitoreo de las líneas durante un período dado. Para este paso, una serie de problemas lineales ( $l \times t$ ) necesitan ser resueltos para detectar que restricciones de red son redundantes en la región factible. No obstante, este paso es una etapa de pre-procesamiento y mientras las condiciones del sistema no cambien, el conjunto de restricciones no-redundantes se mantiene fijo.

## Cálculo de flujo de potencia lineal con redespacho

Dado el patrón de predespacho,  $p_{uc}^*$ , calculado en el Paso 3, se calcula un LLFR. El objetivo del mismo, considerando que existe infactibilidad en la red, es obtener el corte correspondiente al nivel de demanda LSC. Para formar este corte, es necesario minimizar la infactibilidad del sistema,  $w$ , tomando en cuenta el acoplamiento entre el patrón de predespacho,  $p_{uc}^*$ , y el despacho con restricciones de red  $n$ . Matemáticamente, el LLFR se formula de la siguiente manera:

$$\min w = \sum_{b=1}^N slack \quad (5.50)$$

$$\gamma S'\theta + p = D \quad \pi_d \quad (5.51)$$

$$|S\theta| \leq \bar{f}/\gamma \quad \pi_f \quad (5.52)$$

$$0 \leq p \leq \bar{P} \quad \pi_g \quad (5.53)$$

$$|p_{uc}^* - p| + slack \leq \Delta \quad \pi_r \quad (5.54)$$

Donde: *slack* son variables slack que corresponden a la diferencia entre los niveles de generación del predespacho y el flujo con redespacho; y  $\Delta$  es el vector de desviaciones de despacho admitidas.

La resolución del LLFR provee de las sensibilidades  $\pi_d$ ,  $\pi_g$ ,  $\pi_f$ , y  $\pi_r$  (Multiplicadores Simplex asociados a las Ecs. (5.51)-(5.54)). Estas sensibilidades son necesarias no solo para formar el corte LSC sino que también para actualizar los cortes subsiguientes dentro del rango LSC-MIL. Este paso se explica en detalle en la próxima sección.

## Actualización de los cortes de Benders

El corte de factibilidad que resulta del paso anterior -Ecs. (5.50)-(5.54)-, se formula de la siguiente forma:

$$w^* + \pi_r^* (p_{uc} - p_{uc}^*) \leq 0 \quad (5.55)$$

Este corte puede actualizarse para acomodar desviaciones entre la demanda actual y la prevista, como se menciona en [39]. Como consecuencia, el corte puede ser válido para otros períodos de tiempo. En contraste a [39], el corte de factibilidad

debe también acomodar los cambios de configuración del sistema debido a cambios del predespacho. Adicionalmente, el corte puede fortalecerse tomando ventaja de las sensibilidades de flujo por las líneas. Finalmente, los cortes actualizados dentro del rango LSC-MIL se formulan de la siguiente forma:

$$w^* + \pi_r^* (p_{uc} - p_{uc}^*) + \pi_g^* (p^* - p_{uc}^*) + \pi_d^* (D_t - D_{lsc}) + a_{lb} \pi_f^* (p_{uc} - p_{uc}^*) \leq 0 \quad (5.56)$$

Donde:  $w^*$  es la solución óptima del problema representado por Ecs. (5.50)-(5.54) para el nivel de demanda LSC;  $D_{lsc}$  es el nivel de demanda LSC; y  $D_t$  son los niveles de demanda dentro del rango LSC-MIL.

La Figura 5.5 esquematiza una curva de demanda genérica junto al rango de demanda LSC-MIL. El tercer término de la Ec. (5.56) representa los cambios de predespacho, el cuarto término representa los cambios de demanda, y el último término representa las sensibilidades para los flujos en las líneas.

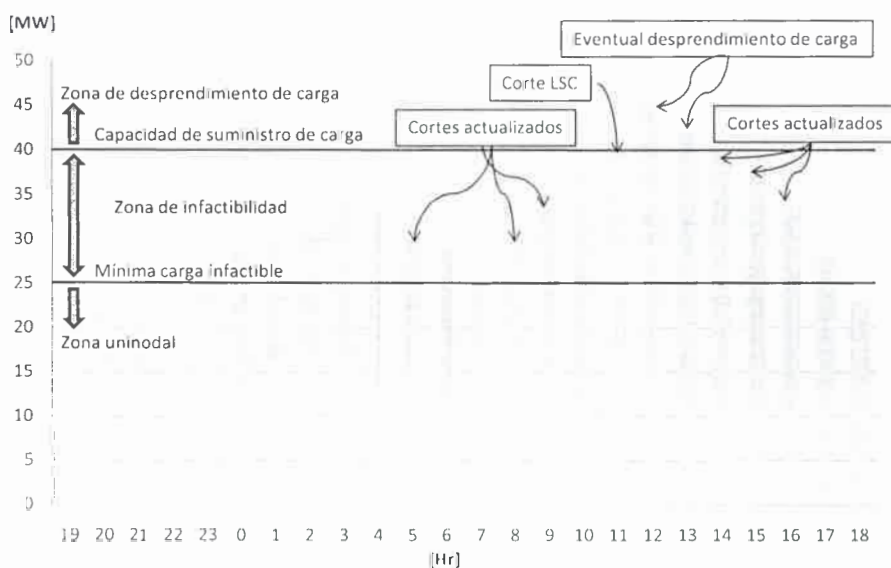


Figura 5.5: Rango LSC-MIL.

Los cortes actualizados representados por la Ec. (5.56) y el corte LSC dado por la Ec. (5.55) se adicionan al problema maestro inicial de predespacho de manera de inicializar el algoritmo BD. En la próxima sección se presentan los resultados numéricos que sustentan la metodología propuesta.

## Resultados computacionales

En esta sección se presentan los ejemplos numéricos que sustentan los beneficios que se obtienen al inicializar el algoritmo BD en el cálculo del problema SCUC. Las simulaciones numéricas se llevan a cabo con dos sistemas de prueba. Por un lado se utiliza una porción de 67 barras de un sistema real, cuyo detalle se presenta en el Apéndice B. Por otro lado se utiliza el sistema IEEE 118 barras, cuyo detalle se presenta en [64].

En todas las simulaciones se utilizan dos patrones de carga horarios, uno correspondiente a verano y otro a invierno. Estos patrones de carga diaria se extraen de [5]. La tolerancia de infactibilidad horaria de red se establece en 1 MW. El modelo de inicialización se implementa en GAMS usando CPLEX [23] como motor de cálculo, todos los parámetros opcionales son los valores por defecto.

La porción del sistema real esta conformado por 18 unidades generadoras y 88 líneas. Se utilizan dos valores de pico de carga diario, el primero es de 4606 MW (80 % del LSC) y el segundo es de 3455 MW (60 % del LSC).

El sistema IEEE 118 barras esta conformado por 54 unidades generadoras y 186 líneas. Se utilizan dos valores de pico de carga diario, el primero es de 4333 MW (80 % del LSC) y el segundo es de 3250 MW (60 % del LSC).

Las tolerancias de UC para el problema maestro inicial y para los subsiguientes problemas maestros se establecen en 5 % y 1 %, respectivamente. Las tolerancias del algoritmo BD ilustradas en las Figuras 5.10-5.13 se definen de la siguiente manera:

$$\textit{Tolerancia Benders} = \textit{Cota superior} - \textit{Cota inferior}$$

$$\textit{Cota superior} = \textit{Solución de predespacho} +$$

$$\mathbf{1}^T \cdot \sum^T \textit{Solución del flujo líneal}$$

$$\textit{Cota inferior} = \textit{Solución de predespacho}$$

Es importante notar que ambas cotas son costos, esta es la razón por la cual es necesario un vector unitario ( $\mathbf{1}^T$ ) para la compatibilidad de unidades. También vale mencionar que la palabra *Solución* se refiere siempre a los valores óptimos de la función objetivo para cada problema en particular, en el caso del problema maestro



representa el *costo total* del UC y en el caso de los sub-problemas representa las *infectibilidades horarias de la red* para los flujos lineales por cada hora del horizonte de programación.

## Resultados del cálculo de cotas LSC-MIL

La Tabla 5.4 presenta los tiempos consumidos para el cálculo de las cotas LSC-MIL para ambos sistemas.

Tabla 5.4: Cálculo de cotas LSC-MIL.

Sistema		Tiempo [seg.]
67 barras	LSC	0.423
	MIL	7.424
118 barras	LSC	0.562
	MIL	3.790

Para el sistema de 67 barras en el caso base, sin contingencias, el LSC del sistema es 5758 MW y el MIL es 500 MW. En la Figura 5.6 se muestra el rango LSC-MIL relacionado a los patrones de carga diaria de verano. En la Figura 5.7 se muestra el rango LSC-MIL relacionado a los patrones de carga diaria de invierno.

Para el sistema de 118 barras en el caso base, el LSC del sistema es 5416 MW y el MIL es 1458 MW. En la Figura 5.8 se muestra el rango LSC-MIL relacionado a los patrones de carga diaria de verano. En la Figura 5.9 se muestra el rango LSC-MIL relacionado a los patrones de carga diaria de invierno.

## Resultados del cálculo UCHR

La Tabla 5.5 compara los resultados entre la solución del UCHR y la solución del UC convencional en el parque generador de 54 unidades térmicas del sistema de 118 barras. Este problema UC conforma el problema maestro inicial. Es importante notar que el rendimiento computacional del UCHR no es tan efectivo cuando se utiliza en sistemas generadores de pequeña escala. Por esta razón, el UCHR no se aplica al parque generador de 18 unidades que pertenecen al sistema de 67 barras.



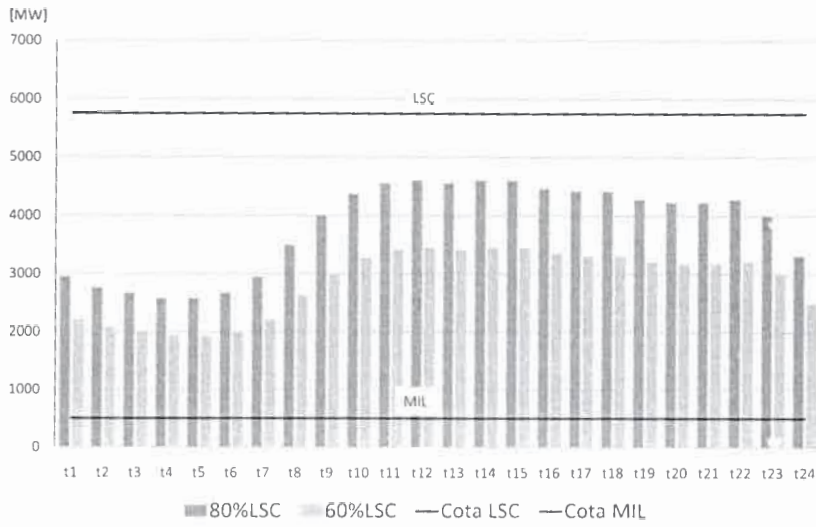


Figura 5.6: 67 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de verano.

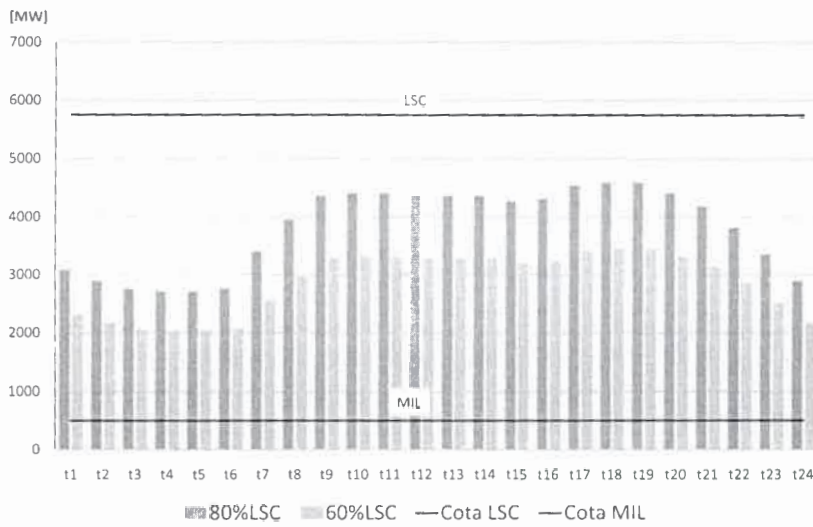


Figura 5.7: 67 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de invierno.

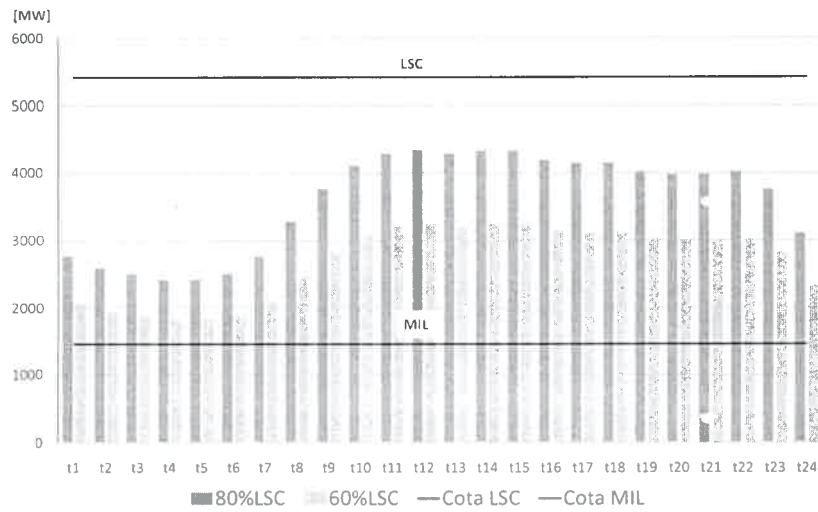


Figura 5.8: 118 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de verano.

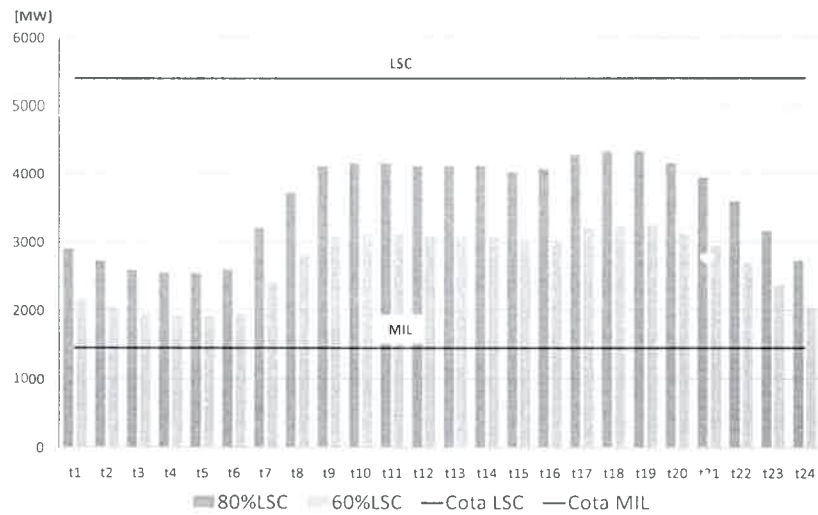


Figura 5.9: 118 barras: Rango LSC-MIL, patrón de carga de invierno.

La experiencia práctica con esta estrategia conduce a concluir que su mayor impacto computacional se obtiene cuando se aplica en sistemas complejos de gran escala.

Tabla 5.5: Comparación maestro inicial: UCHR y convencional - Sistema 118-barras.

Invierno		Tiempo	Tolerancia
		[seg.]	%
60 % LSC	UC	1.20	0.01
	UCHR	1.60	0.0
80 % LSC	UC	2.34	0.43
	UCHR	1.87	1.28
Verano			
60 % LSC	UC	1.18	0.0
	UCHR	1.72	0.0
80 % LSC	UC	1.90	0.0
	UCHR	1.75	0.01

Para demostrar que la aplicación del UCHR es más conveniente en parque generadores de mayor complejidad computacional, La Tabla 5.6 presenta los resultados de simulación con el parque generador del sistema IEEE RTS-96 [5]. Se construyeron aleatoriamente siete escenarios diferentes de picos de carga. La Tabla 5.7 muestra los picos de carga para estos escenarios.

Los resultados presentados en Tabla 5.6 confirman que la estrategia de horizonte relajado aplicada al UC es más conveniente para sistemas de generación complejos.

### Resultados pre-procesamiento del sistema 67 barras

La Tabla 5.8 resume los resultados luego del pre-proceso de red en el sistema de 67 barras. Esta tabla ilustra el patrón de líneas no-redundantes en relación al conjunto total de líneas. El número total de restricciones de red es 2112 (88 líneas  $\times$  24 horas), solo 357 del total son elementos no-cero, lo que representa el 16.9% del número total de restricciones de red.

La Tabla 5.9 ilustra el porcentaje de horas que una línea dada no es redundante respecto del horizonte de programación (24 horas). En esta tabla puede observarse que solo 11 de 88 líneas son no-redundantes en el 100% del total de horas, 2 líneas

Tabla 5.6: Resultados UCHR y convencional - Sistema RTS-96.

Pico		Solución	Tiempo
A	Cold	6019944.0	02:24
		Tol.: 0.27 %	
	Hot	6019944.0	00:19
	B	Cold	1803481.6
		Tol.: 0.63 %	
	Hot	1803481.6	00:12
	C	Cold	4750207.3
		Tol.: 0.25 %	
	Hot	4750207.3	00:28
	D	Cold	7791932.2
		Tol.: 0.06 %	
	Hot	7791932.2	00:25
	E	Cold	10614263.8
		Tol.: 0.08 %	
	Hot	10614263.8	00:47
	G*	Cold	3067844.2
		Tol.: 1.47 %	
	Hot	3067844.2	00:29

Cold, Hot: arranque del algoritmo MILP, convencional y de HR respectivamente.

son no-redundantes por sobre el 80 % del total de horas y 2 líneas son no-redundantes por sobre el 30 % del total de horas.

La Tabla 5.10 ilustra el porcentaje de líneas no-redundantes en cada hora, en relación al conjunto total de 88 líneas. El subconjunto de líneas no-redundantes varia desde 13 a 18 líneas, representando a lo sumo el 20.5 % del conjunto total de líneas.

## Resultados pre-procesamiento del sistema IEEE 118 barras

La Tabla 5.11 resume los resultados luego del pre-proceso de red en el sistema IEEE 118 barras. Esta tabla ilustra el patrón de líneas no-redundantes en relación al conjunto total de líneas. El número total de restricciones de red es 4464 (186 líneas  $\times$  24 horas), solo 383 del total son elementos no-cero, lo que representa el 8.6 % del

Tabla 5.7: Escenarios de demanda - Sistema RTS-96.

Escenarios	A	B	C	D	E	F	G
Pico de demanda							
MW	3155	4475	5915	7560	8550	9350	10150

número total de restricciones de red.

La Tabla 5.12 ilustra el porcentaje de horas que una línea dada no es redundante respecto del horizonte de programación (24 horas). En esta tabla puede observarse que solo 11 de 186 líneas son no-redundantes en el 100 % del total de horas, 2 líneas son no-redundantes por sobre el 80 % del total de horas, 3 líneas son no-redundantes por sobre el 50 % del total de horas y 4 líneas son no-redundantes por sobre el 29 % del total de horas.

La Tabla 5.13 ilustra el porcentaje de líneas no-redundantes en cada hora, en relación al conjunto total de 186 líneas. El subconjunto de líneas no-redundantes varía desde 14 a 17 líneas, representando a lo sumo el 9.1 % del conjunto total de líneas.

## Resultados del cálculo LLFR y actualización de cortes

En la Tabla 5.14 se presentan los tiempos consumidos para el cálculo del LLFR para el nivel de demanda LSC, para ambos sistemas.

La actualización de cortes de Benders consiste en la construcción de los cortes según la Ec. 5.56. Este proceso no posee un impacto computacional detectable en relación con los demás pasos de la inicialización del algoritmo BD. Por lo tanto, estos tiempos computacionales no se presentan.

## Resultados globales de los sistemas

En la Tabla 5.15 se presentan los resultados para los patrones de carga verano-invierno del sistema 67 barras. Las Figuras 5.10-5.11 ilustran la convergencia global del algoritmo de Benders para el sistema 67 barras. Los tiempos de cómputo correspondientes a la fila BD inicializado, presentados en Tabla 5.15, incluyen el tiempo

Tabla 5.8: Sistema de 67 barras luego del pre-procesamiento.

Hora	línea								
	3, 32, 41, 72	5	8, 11, 12, 16, 17, 26, 44, 51, 54, 57, 63	27	47	53			
1	1	0	1				1	1	1
2	1	0	1				1	1	1
3	1	0	1				1	1	0
4	1	0	1				1	1	0
5	1	0	1				1	1	0
6	1	0	1				1	1	0
7	1	0	1				1	1	1
8	1	0	1				1	0	1
9	0	0	1				1	0	1
10	0	0	1				1	0	1
11	0	1	1				1	0	1
12	0	1	1				0	0	1
13	0	1	1				1	0	1
14	0	1	1				0	0	1
15	0	1	1				0	0	1
16	0	1	1				1	0	1
17	0	1	1				1	0	1
18	0	1	1				1	0	1
19	0	0	1				1	0	1
20	0	0	1				1	0	1
21	0	0	1				1	0	1
22	0	0	1				1	0	1
23	0	0	1				1	0	1
24	1	0	1				1	1	1

Tabla 5.9: [%] de horas del horizonte.

línea					
	3, 32, 41, 72	5, 47	8, 11, 12, 16, 17, 26	27	53
Horas activas	9	8	24	21	20
de la línea					
{%} del horizonte	37.5	33.3	100	87.5	83.3

Tabla 5.10: [%] del total de líneas.

Hora	líneas activas por hora	[%] del total de líneas
1	18	20.5
2	18	20.5
3	17	19.3
4	17	19.3
5	17	19.3
6	17	19.3
7	18	20.5
8	17	19.3
9	13	14.8
10	13	14.8
11	14	15.9
12	13	14.8
13	14	15.9
14	13	14.8
15	13	14.8
16	14	15.9
17	14	15.9
18	14	15.9
19	13	14.8
20	13	14.8
21	13	14.8
22	13	14.8
23	13	14.8
24	18	20.5

Tabla 5.11: Sistema de 118 barras luego del pre-procesamiento.

Hora	línea									
	14	39	44, 50, 112, 115, 119, 129	63, 106	120	123	127	133	166	136, 162, 163, 165, 168
1	1	0	1		1	0	0	0	1	1
2	1	0	1		1	0	0	0	1	1
3	1	0	1		1	0	0	0	0	1
4	1	0	1		1	0	0	0	0	1
5	1	0	1		1	0	0	0	0	1
6	1	0	1		1	0	0	0	0	1
7	1	0	1		0	0	0	0	1	1
8	1	1	1		0	0	0	1	1	1
9	0	1	1		0	1	1	1	1	1
10	0	1	1		0	1	1	1	1	1
11	0	1	1		0	1	1	1	1	1
12	0	1	1		0	1	1	1	1	1
13	0	1	1		0	1	1	1	1	1
14	0	1	1		0	1	1	1	1	1
15	0	1	1		0	0	1	1	1	1
16	0	1	1		0	1	1	1	1	1
17	0	1	1		0	1	1	1	1	0
18	0	1	1		0	1	1	1	1	0
19	0	1	1		0	1	1	1	1	0
20	0	1	1		0	1	1	1	1	1
21	0	1	1		0	0	1	1	1	1
22	1	1	1		0	0	0	0	1	1
23	1	0	1		0	0	0	0	1	1
24	1	0	1		1	0	0	0	1	1



Tabla 5.12: [%] de horas del horizonte.

línea	14	39	44, 50, 112, 115, 119, 129	63	123	127	133	166
	120		136, 162, 163, 165, 168	106				
Horas activas de la línea	11	15	24	7	13	14	20	21
[%] del horizonte	46	63	100	29	54	58	83	88

Tabla 5.13: [%] del total de líneas.

Hora	líneas activas por hora	[%] del total de líneas
1	16	8.6
2	16	8.6
3	15	8.1
4	15	8.1
5	15	8.1
6	15	8.1
7	14	7.5
8	16	8.6
9	17	9.1
10	17	9.1
11	17	9.1
12	17	9.1
13	17	9.1
14	17	9.1
15	16	8.6
16	17	9.1
17	16	8.6
18	16	8.6
19	16	8.6
20	17	9.1
21	16	8.6
22	15	8.1
23	14	7.5
24	16	8.6

Tabla 5.14: Cálculo LLFR para demanda LSC.

Sistema	Patrón de carga	% LSC	Hora	Infactibilidad [MW]	Tiempo [seg.]
67 barras	Invierno	60	18	3.8	0.44
		80		30	0.52
	Verano	60	12	3.7	0.45
		80		30	0.47
118 barras	Invierno	60	18	112	0.49
		80		365	0.54
	Verano	60	12	112	0.51
		80		363	0.50

consumido por el procedimiento de inicialización. Los tiempos de cómputo, para ambas filas BD clásico e inicializado, no incluyen el tiempo consumido por el pre-procesamiento de restricciones de red redundantes. Debido a que es un paso externo al proceso de inicialización. Además, el pre-procesamiento de red se aplica para ambos algoritmos, clásico e inicializado. Los tiempos de cómputo, para ambas filas BD clásico e inicializado, tampoco incluyen el tiempo consumido para la obtención de las cotas LSC-MIL. Debido a que las cotas se aplican para ambos algoritmos, clásico e inicializado.

En la Tabla 5.16 se presentan los resultados para los patrones de carga verano-invierno del sistema IEEE 118 barras. Las Figuras 5.12-5.13 ilustran la convergencia global del algoritmo de Benders para el sistema IEEE 118 barras.

Los resultados obtenidos con el algoritmo de Benders aplicado al SCUC fueron validados con la herramienta de simulación PSS/E. Las Tablas C.1-C.4 en el apéndice C, muestran dicha validación.

Los resultados sugieren que la metodología de inicialización en la BD aplicada al problema SCUC tiene la posibilidad de mejorar la convergencia global del algoritmo. Los porcentajes de mejora que se muestran en las Tablas 5.15-5.16 revelan el impacto de la inicialización en el rendimiento computacional del algoritmo BD. Adicionalmente, los tiempos computacionales que se muestran en las Tablas 5.15-5.16 revelan la reducción en el tiempo computacional total para la obtención de solu-

Tabla 5.15: Sistema 67 barras - Patrones de carga verano-invierno.

Verano	80 % LSC			60 % LSC		
	Iter.	Tiempo	Master ini.	Iter.	Tiempo	Master ini.
	Seg.	Seg.	Costo	Seg.	Seg.	Costo
BD clásico	8	43.42	352060679	11	64.56	254895284
BD inicializado	6	31.62	352667678	9	49.58	255530124
[%] de mejora	33 %	38 %		22 %	30 %	
Invierno	80 % LSC			60 % LSC		
	Iter.	Tiempo	Master ini.	Iter.	Tiempo	Master ini.
	Seg.	Seg.	Costo	Seg.	Seg.	Costo
BD clásico	8	43.11	352060679	11	65.15	254895284
BD inicializado	6	31.82	352870693	7	35.60	255437384
[%] de Mejora	33 %	34 %		57 %	80 %	

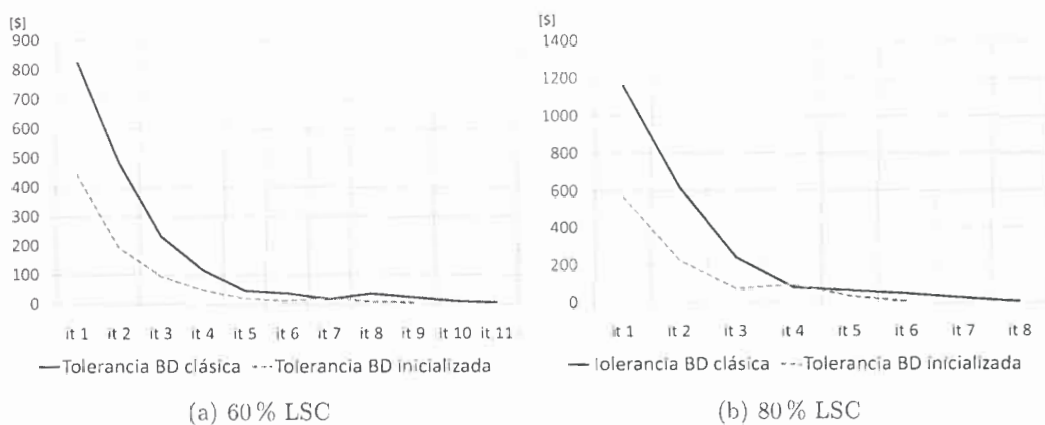


Figura 5.10: 67 barras - Verano: (a) 60 % LSC y (b) 80 % LSC.

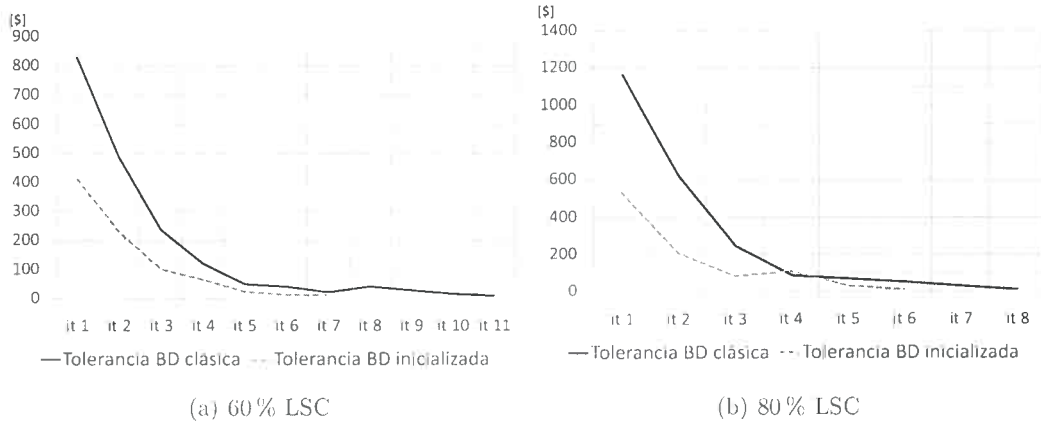


Figura 5.11: 67 barras - Invierno: (a) 60 % LSC y (b) 80 % LSC.

Tabla 5.16: Sistema IEEE 118 barras - Patrones de carga verano-invierno.

Verano	80 % LSC			60 % LSC		
	Iter.	Tiempo Seg.	Master ini. Costo	Iter.	Tiempo Seg.	Master ini. Costo
BD clásico	8	73.95	1172407	6	48.02	837328
BD inicializado	6	48.39	1175594	5	37.85	837909
[ % ] de mejora	33 %	54 %		20 %	30 %	
Invierno	80 % LSC			60 % LSC		
	Iter.	Tiempo Seg.	Master ini. Costo	Iter.	Tiempo Seg.	Master ini. Costo
BD clásico	8	70.73	1172289	6	49.87	838272
BD inicializado	6	51.20	1184209	5	39.34	840665
[ % ] de mejora	33 %	37 %		20 %	28 %	

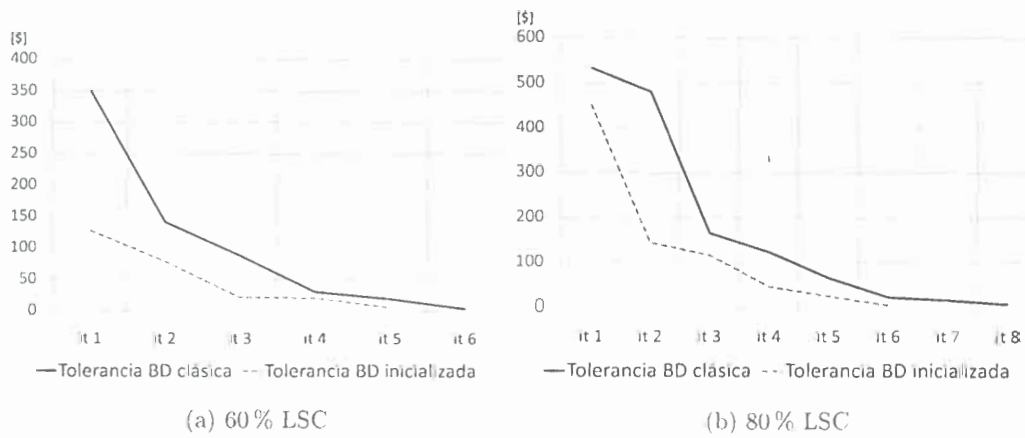


Figura 5.12: IEEE 118 barras - Verano: (a) 60% LSC y (b) 80% LSC.

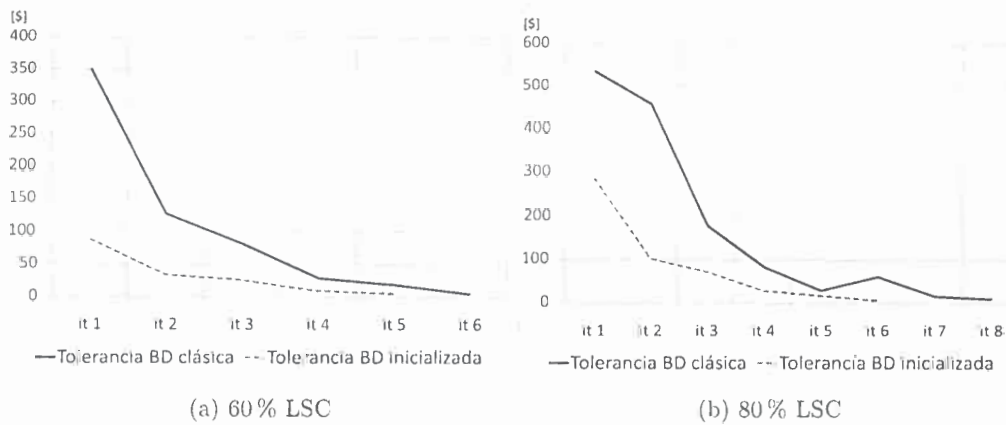


Figura 5.13: IEEE 118 barras - Invierno: (a) 60% LSC y (b) 80% LSC.

ciones razonables. Aún más, las iteraciones que se muestran en las Tablas 5.15-5.16 revelan la reducción del número de iteraciones totales del algoritmo BD. Finalmente, los patrones de convergencia global que se ilustran en las Figuras 5.10-5.13 revelan en todas las instancias que las pendientes de convergencia al umbral de tolerancia pre-especificada son mayores.

Los resultados presentados aquí son consistentes con trabajos previos llevados a cabo en otras áreas de estudio. Por ejemplo [53, 59] reportaron un rendimiento general mejorado del algoritmo BD en problemas de redes. Adicionalmente, en [36] se reportó una experiencia similar en problemas de locación. Aún más, en [70] se reportó la reducción del tiempo total de cómputo en problemas de aerolíneas. Finalmente, en [75] se reportó la reducción en el número de iteraciones en problemas de redes con cargos fijos.

La Tabla 5.17 ilustra como cada paso de inicialización impacta al rendimiento global del cálculo SCUC basado en BD, esceptuando el pre-procesamiento de red.

En resumen, es importante remarcar que en todas las instancias de simulación se mejora la convergencia del algoritmo BD. Aunque los resultados son preliminares, los mismos son muy promisorios y sustentan el desarrollo de estrategias de inicialización más sofisticadas, aplicadas al problema SCUC basado en el algoritmo BD.

## Conclusión

En este capítulo, se desarrolló una nueva metodología de inicialización para el algoritmo BD aplicada al problema SCUC. La metodología de inicialización esta basada en la adición de cortes de bajo costo computacional al problema maestro inicial de UC. Los cortes iniciales se obtuvieron luego de la aplicación de los siguientes pasos: cálculo del LSC, cálculo del MIL, cálculo del UCHR, pre-procesamiento de las restricciones de red, cálculo del LLFR y actualización de los cortes de Benders. Se presentaron los resultados obtenidos aplicando la metodología de inicialización en los sistemas de 67 barras y el IEEE 118 barras. Basado en estos resultados, se demostró la posibilidad de mejora de la convergencia global del algoritmo de Benders. Desde un punto de vista computacional, se concluyó que el procedimiento posee el potencial

para reducir el número final de iteraciones, así como también, el tiempo de cómputo requerido para alcanzar una solución SCUC razonable.

Tabla 5.17: Impacto de cada paso de inicialización en el rendimiento global.

Paso	Sistema	Patrón de carga	% LSC	Tiempo [seg.]	Respecto al tiempo de BD inicializado %
Cálculo LSC	67 barras	Invierno	60	0.423	1.19
			80		1.33
		Verano	60		0.85
			80		1.34
	118 barras	Invierno	60	0.562	1.43
			80		1.10
		Verano	60		1.48
			80		1.16
Cálculo MIL	67 barras	Invierno	60	7.424	19.4
			80		21.8
		Verano	60		14.0
			80		21.9
	118 barras	Invierno	60	3.790	9.25
			80		7.12
		Verano	60		9.73
			80		7.55
Cálculo UCHR	118 barras	Invierno	60	1.60	4.07
			80		1.87
		Verano	60		1.72
			80		1.75
Cálculo LLFR	67 barras	Invierno	60	0.44	1.24
			80		0.52
		Verano	60		0.45
			80		0.47
	118 barras	Invierno	60	0.49	1.25
			80		0.54
		Verano	60		0.51
			80		0.50





# Conclusión

El aumento en la complejidad de los sistemas eléctricos hace necesario una metodología eficiente para la programación de la operación que permita garantizar el abastecimiento de energía de forma segura y económica. En este sentido, los cálculos de predespacho (UC) y predespacho con restricciones de seguridad (SCUC) son de central importancia para los operadores del sistema.

Con este trabajo de tesis se ha contribuido en diferentes áreas de aplicación y desarrollo en relación a la mejora de los modelos y la eficiencia computacional de los problemas UC y SCUC. Por un lado, se realizó una revisión y evaluación computacional de los distintos modelos basados en programación mixta entera-lineal (MILP) para el UC térmico de corto plazo. Además en este sentido, se desarrolló un modelo MILP para incluir centrales de ciclo combinado (CC) al problema UC térmico de corto plazo. Por otro lado, se identificó un problema computacional relacionado con unidades generadoras idénticas, denominado problema de simetría en el UC basado en MILP. Consecuentemente, se evaluó el algoritmo MILP bajo la presencia de simetría y se propuso una estrategia para mitigar el mencionado problema. Adicionalmente, se realizó una revisión de diferentes alternativas para mejorar la eficiencia computacional del algoritmo de descomposición de Benders (BD) aplicado al SCUC. Se detectó que las estrategias de inicialización del algoritmo poseen un impacto potencial en la convergencia global del mismo. En consecuencia, se desarrolló y evaluó una estrategia de inicialización para el algoritmo de Benders aplicado al SCUC térmico de corto plazo con restricciones de seguridad lineales en el escenario base. A continuación se detallan las contribuciones específicas de cada capítulo.

## Contribuciones por capítulo

Debido a que en la actualidad la utilización de centrales CC se ha tornado popular debido a sus ventajas, en el capítulo 3 se presentó un modelo de central CC

para el UC de corto plazo basado en MILP. El principal objetivo fue desarrollar un modelo general de central CC que pudiera ser fácilmente incluido en el modelo de UC térmico. Los resultados computacionales evidenciaron que el modelado explícito de las centrales de CC puede disminuir los costos operativos del sistema de potencia. Además, en el capítulo se ilustró de que manera el modelo propuesto puede incluirse en la formulación UC basada en MILP, teniendo como principales ventajas el modelado general de curvas de costos no convexos por cada modo de operación y la facilidad de incorporación de restricciones operativas que están presentes en este tipo de centrales y que son muy difíciles de resolver.

En el capítulo 4, se demostró que el modelo clásico de UC basado en MILP posee inherentes desventajas cuando se confronta con unidades de generación idénticas conectadas a la misma barra del sistema. Consecuentemente, se aplicó una metodología estática de remoción de simetría para resolver el UC basado en MILP con unidades de generación idénticas conectadas a la misma barra. Los resultados numéricos para las diferentes instancias demostraron que la metodología propuesta conduce a una considerable reducción de búsqueda en el árbol de enumeración del algoritmo de ramificación y corte (B&C), y como consecuencia, se obtuvo una significativa reducción en el tiempo computacional.

En el capítulo 5, se desarrolló una nueva metodología de inicialización para el algoritmo de Benders aplicado al problema SCUC. La metodología de inicialización se basó en la adición de cortes de bajo costo computacional al problema maestro inicial de UC. Los cortes iniciales se obtuvieron luego de la aplicación de los siguientes pasos: cálculo de la capacidad de suministro de carga, cálculo de la mínima carga infactible, cálculo UC de horizonte relajado, pre-procesamiento de las restricciones de red, cálculo del flujo de potencia lineal con redespacho y actualización de los cortes de Benders. Se presentaron los resultados obtenidos aplicando la metodología de inicialización en los sistemas de 67 barras y el IEEE 118 barras. Basado en estos resultados, se confirmó la posibilidad de mejora de la convergencia global del algoritmo de Benders. Desde un punto de vista computacional, se concluyó que el procedimiento posee el potencial para reducir el número final de iteraciones, así como también el tiempo de computo requerido para alcanzar una solución SCUC

razonable.

## Resumen de contribuciones

A partir de las contribuciones de esta tesis, en esta sección se detallan los trabajos publicados.

### Publicaciones en revista

- “Short-term Scheduling of Combined Cycle Units Using Mixed Integer Linear Programming Solution”. *Energy and Power Engineering*, Vol. 5, No. 23, pp. 161-170, March 2013.
- “Benders Decomposition Applied to Direct Current Network Constrained Unit Commitment”. *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 11, No. 1, pp. 421- 425, Febrero 2013.
- “Symmetry Issues in Mixed Integer Programming Based Unit Commitment”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 54, No. , pp. 86-90, Jan. 2014.
- “Benders Decomposition Applied to Security Constrained Unit Commitment: Initialization of the Algorithm”. Submitted to *IEEE Transactions on Power Systems*, Aug. 26th, 2013.

### Publicaciones en congreso

- “Una solución mezcla entera para el predespacho multinodal dominicano”. XV ERIAC. Brasil 2013.
- “Mixed Integer Linear Programming Models for Thermal Unit Commitment”. III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial. Bahía Blanca 2011.
- “Analysis of Branch and Cut Based Unit Commitment Models”. XIV ERIAC. Paraguay 2011.

## Publicaciones pendientes

- “Benders Decomposition Applied to Security Constrained Unit Commitment: Master Models Comparison”. En preparación.

## Trabajos futuros

Diversas son las líneas de investigación promisorias que surgen del presente trabajo de tesis. A continuación se detallan algunas de las tareas pendientes y propuestas de trabajos futuros:

- Publicación de los resultados de simulación de la comparación de modelos aplicados al UC basado en MILP.
- Utilización del método de modos utilizado para modelar los ciclos combinados, como metodología para romper simetría en el UC.
- Utilización de la heurística *polishing* del motor de cálculo CPLEX para evaluar su comportamiento en parques de generación con simetría.
- Consideración del efecto de las pérdidas activas de la red de transmisión en el SCUC.
- Utilización de modelo de red AC lineal en el problema SCUC.
- Desarrollo de modelos específicos para considerar restricciones del tipo: Mezcla de combustibles; co-optimización energía-reserva; recursos energéticos renovables; entre otras.
- Evaluación de diferentes técnicas de: selección de cortes, generación de cortes múltiples y heurísticas específicas, aplicadas a la aceleración del algoritmo de Benders.
- Utilización del *pool* de soluciones del motor de cálculo CPLEX para la generación de cortes múltiples de Benders.

- Evaluación del impacto en la convergencia del algoritmo de Benders debido a la optimalidad de los problemas maestro y sub-problemas respectivamente.
- Evaluación del impacto en el problema SCUC debido a la utilización de sensibilidades relacionadas al despacho activo-tensión.
- Desarrollo de metodología que actualice las sensibilidades lineales de red para considerar contingencias sin necesidad de re-cálculos por cambios topológicos.
- Evaluación de la aplicación de la técnica “Surrogate constraints” para empaquetar en un solo corte múltiples contingencias.
- Análisis de la adición iterativa más eficiente de cortes al master: Establecimiento de la secuencia de adición respecto de la curva de carga; necesidad de resolución de los 24 flujos de carga lineales o retorno al maestro con la detección de la primer infactibilidad.
- Desarrollar un método de cálculo del MIL que sea más eficiente que el algoritmo de búsqueda de bisección.





# Bibliografía

- [1] International Energy Agency. Energy efficiency market report 2013 - market trends and medium-term prospects. 2013.
- [2] J. Alemany. Programación Óptima de la operación de unidades de generación térmica de electricidad en el corto plazo. Magíster en ciencias de la ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto. Facultad de Ingeniería. Departamento de Electricidad y Electrónica, 2010.
- [3] J. Alemany, F. Magnago, and D. Moitre. Análisis de modelos de predespacho basados en métodos de bifurcación y corte. *XIV ERIAC - Encuentro Regional Iberoamericano de Cigre. Ciudad del Este, Paraguay*. 2011.
- [4] J. Alemany, F. Magnago, D. Moitre, and H. Pinto. Symmetry issues in mixed integer programming based unit commitment. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 54(0):86 – 90, 2014.
- [5] R. Allan and R. Billinton. The IEEE reliability test system-1996. a report by the reliability test system task force. *IEEE Transactions on PWRs*, 14(3):1010–1020, August 1999.
- [6] R. Anbil, R. Tanga, and E. L. Johnson. A global approach to crew-pairing optimization. *IBM Syst. J.*, 31:71–78. January 1992.
- [7] J. Arroyo and A. Conejo. Optimal response of a thermal unit to an electricity spot market. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 15(3):1098–1104, Aug. 2000.
- [8] J.M. Arroyo and A.J. Conejo. Modeling of start-up and shut-down power trajectories of thermal units. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3):1562–1568, Aug. 2004.
- [9] Rolf Backofen and Sebastian Will. Excluding symmetries in constraint-based search. *Constraints*, 7:333–349. July 2002.



- [10] Erica Battisti, Giovanni Mercurio Casolino, Federico Rossi, and Mario Russo. Economical considerations about combined cycle power plant control in deregulated markets. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 28(4):284 – 292, 2006.
- [11] Farid Benhamida and Bendaoud Abdelbar. Enhanced lagrangian relaxation solution to the generation scheduling problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 32(10):1099 – 1105, 2010.
- [12] R. Bixby. The latest advances in mip solvers. *Spring School on Combinatorial Optimization in Logistics, Université de Montreal, May 2010*.
- [13] R. Bixby, M. Fenelon, Z. Gu, E. Rothberg, and R. Wunderling. Mip: Theory and practice-closing the gap. *ILOG CPLEX, System Modelling and Optimization: Methods, Theory and Applications, 2000*.
- [14] Bjelogrić. Inclusion of combined cycle plants into optimal resource scheduling. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3):1616–1625, 2000.
- [15] J.F. Bonnans, J.C. Gilbert, C. Lemarechal, and C.A. Sagastizabal. *Numerical Optimization - Theoretical and Practical Aspects*. Springer, Pgs. 147-148, 2006.
- [16] CAMMESA. Programacion - programacion estacional, June 2007.
- [17] M. Carrion and J.M. Arroyo. A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 21(3):1371–1378, Aug. 2006.
- [18] G. Chang, Y. Tsai, C. Lai, and J. Chung. A practical milp based approach for uc. *PES General Meeting, 2004*.
- [19] G.W. Chang, G.S. Chuang, and T. K. Lu. A simplified combined-cycle unit model for mixed integer linear programming-based unit commitment. In *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*, pages 1–6, 2008.

- 
- [20] A. Cohen and G. Ostrowski. Scheduling units with multiple operating modes in unit commitment. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 11(1):497–503, Feb. 1996.
- [21] A.I. Cohen, V. Brandwahjn, and Show-Kang Chang. Security constrained unit commitment for open markets. In *Power Industry Computer Applications, 1999. PICA '99. Proceedings of the 21st 1999 IEEE International Conference*, pages 39–44, 1999.
- [22] A.J. Conejo, E. Castillo, R. Minguez, and R. Garcia-Bertrand. *Decomposition Techniques in Mathematical Programming: Engineering and Science Applications*. 2006.
- [23] CPLEX. <http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer>. 2013.
- [24] Secretaría de Energía de la Nación Argentina. Secretaría de energía homepage, 2007.
- [25] Martin Desrochers and Francois Soumis. A column generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, 23(1):1–13, 1989.
- [26] T. Dillon, K. Edwin, H. Kochs, and R. Taud. Integer programming approach to the problem of optimal uc with probabilistic reserve. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, Nov. 1978.
- [27] Yvan Dumas, Jacques Desrosiers, and Francois Soumis. The pickup and delivery problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 54(1):7–22, September 1991.
- [28] K. Edman, R. O'Neill, and S. Oren. Analyzing valid inequalities of the generation uc problem. *Power Systems Conference and Exposition, IEEE/PES, March 2009*.
-

- [29] EPRI. Mathematical decomposition techniques for power system expansion planning. *EPRI EL-5299, Project 2473-6, Vol. 4, 1988.*
- [30] Torsten Fahle, Stefan Schamberger, and Meinolf Sellmann. Symmetry breaking. In *Symmetry Breaking*, pages 93–107. Springer-Verlag, 2001.
- [31] Filippo Focacci and Michaela Milano. Global cut framework for removing symmetries. In Toby Walsh, editor, *Principles and Practice of Constraint Programming*, volume 2239 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 77–92. Springer Berlin / Heidelberg, 2001.
- [32] A. Frangioni, C. Gentile, and F. Lacalandra. Tighter approximated milp formulations for unit commitment problems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 24(1):105–113, 2009.
- [33] F. Gao and G. B. Sheble. Stochastic optimization techniques for economic dispatch with combined cycle units. *9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, 20(2):1022–1034, KTH, Stockholm, Sweden - June 11-15, 2006.
- [34] L. Garver. Power generation scheduling by integer programming-development of theory. *Power Apparatus and System, Transactions of the AIEE, April 1962.*
- [35] Ian P. Gent, Warwick Harvey, Tom Kelsey, and Steve Linton. Generic sbdd using computational group theory. In *In Proceedings of CP03*, pages 333–347. Springer, 2003.
- [36] A. M. Geoffrion and G. W. Graves. Multicommodity distribution system design by benders decomposition. volume 20 of *Management Science - Theory Series, Mathematical Programming*, pages 822–844. 1974.
- [37] P. C. Gilmore and R. E. Gomory. A linear programming approach to the cutting stock problem-part ii. *Operations Research*, 11(6), 1963.
- [38] R. Gomory. An algorithm for the mixed-integer problem. *Technical Report, The Rand Corporation, 1960.*

- 
- [39] S. Granville, Electric Power Research Institute, and Stanford University. Systems Optimization Laboratory. *Mathematical Decomposition Techniques for Power System Expansion Planning: Decomposition methods and uses*. Mathematical Decomposition Techniques for Power System Expansion Planning: Final Report. The Institute, 1988.
- [40] L.C. Grove and C.T. Benson. *Finite Reflection Groups*. Springer, New York, 2nd ed. edition, 1985.
- [41] Xiaohong Guan, Qiaozhu Zhai, and A. Papalexopoulos. Optimization based methods for unit commitment: Lagrangian relaxation versus general mixed integer programming. *Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE*, 2, July 2003.
- [42] GUROBI. <http://www.gurobi.com>, 2013.
- [43] B. Hobbs, M. Rothkopf, R. O'Neill, and H. Chao. The next generation of unit commitment models. *Springer 2001*.
- [44] A. Kazarlis, A. G. Bakirtzis, and V. Petridis. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11:83–92, feb 1996.
- [45] A. Land and A. Doig. An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, July 1960.
- [46] K.D. Le and J.T. Day. Rolling horizon method: A new optimization technique for generation expansion studies. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-101(9):3112–3116, 1982.
- [47] T. Li and M. Shahidehpour. Price-based unit commitment: A case of lagrangian relaxation versus mixed integer programming. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(4):2015–2025, Nov. 2005.

- [48] Tao Li and M. Shahidehpour. Price-based unit commitment: a case of lagrangian relaxation versus mixed integer programming. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(4):2015–2025, 2005.
- [49] Cong Liu, Shahidehpour M., Zuyi Li, and M. Firuzabad. Component and mode models for the short-term scheduling of combined-cycle units. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 24(2):976 – 990, May 2009.
- [50] Bo Lu and M. Shahidehpour. Short-term scheduling of combined cycle units. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3):1616–1625, Aug. 2004.
- [51] H. Ma and S. M. Shahidehpour. Unit commitment with transmission security and voltage constraints. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 14(2):757–764, 1999.
- [52] H. Ma and S. M. Shahidehpour. Unit commitment with transmission security and voltage constraints. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 14(2):757–764, 1999.
- [53] T.L. Magnanti and R.T. Wong. Accelerating benders decomposition: algorithmic enhancement and model selection criteria. *Oper. Res.* 29, 1981.
- [54] F. Margot. *Symmetry in Integer Linear Programming, 50 Years of Integer Programming 1958-2008*. Springer, New York, 2010.
- [55] Francois Margot. Exploiting orbits in symmetric ilp. *Mathematical Programming*, 98:3–21, 2003.
- [56] Anuj Mehrotra and Michael A. Trick. A column generation approach for graph coloring. *Inform. Journal on Computing*, 8(4):344–354, 1996.
- [57] Russell D. Meller, Venkat Narayanan, and Pamela H. Vance. Optimal facility layout design. *Operations Research Letters*, 23(3-5):117–127, 1998.
- [58] Isabel Méndez and Paula Zabala Díaz. A branch-and-cut algorithm for graph coloring. In *Discrete Applied Mathematics*, pages 826–847, 2002.

- 
- [59] P. Mevert. Fixed charge network flow problems: Applications and methods of solution. *Large Scale and Hierarchical Systems Workshop, Brussels*, May 1977.
- [60] M. Nowak and W. Rmisch. Stochastic lr applied to power scheduling in a hydro-thermal system under uncertainty. *Annals of Operations Research, Springer Netherlands*, 2000.
- [61] A. Monticelli, M. V F Pereira, and S. Granville. Security-constrained optimal power flow with post-contingency corrective rescheduling. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 2(1):175–180, 1987.
- [62] J.A. Muckstadt and R.C. Wilson. An application of mixed-integer programming duality to scheduling thermal generating systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-87(12):1968–1978, Dec. 1968.
- [63] E. Ni, P. Luh, and X. Guan. An aggregation method for improving lagrangian relaxation-based auction implementation and generation scheduling. *Power Engineering Society Winter Meeting*, 3, 2001.
- [64] Illinois Institute of Technology. [http://motor.ece.iit.edu/data/jeas\\_ieee118.doc](http://motor.ece.iit.edu/data/jeas_ieee118.doc), 2013.
- [65] M. V F Pereira and L.M.V. Pinto. Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104(2):381–389, 1985.
- [66] H. Pinto, F. Magnago, S. Brignone, O. Alsac, and B. Stott. Security constrained unit commitment: Network modeling and solution issues. In *Power Systems Conference and Exposition, 2006. PSCE '06. 2006 IEEE PES*, pages 1759 – 1766. 29 2006-nov. 1 2006.
- [67] H. Pinto, F. Magnago, and P. Worchach. Dual maximization methods for lagrangian relaxation-based scuc. In *Bulk Power System Dynamics and Control (iREP) - VIII (iREP), 2010 iREP Symposium*, pages 1 –7, aug. 2010.
- [68] J. F. Puget. Symmetry breaking revisited. *Constraints*, 10:23–46, January 2005.
-

- [69] D. Rajan and S. Takriti. Minimum up/down polytopes of the uc problem with start-up costs. *IBM Research Report*, 2005.
- [70] Robert Richardson. An optimization approach to routing aircraft. *Transportation Science*, 10(1):52–71, 1976.
- [71] R.Naidoo. A mip formulation of generator startup costs. *International Power Engineering Conference, IPEC 2007*.
- [72] E. Rothberg. Using cuts to remove symmetry. *17th International Symposium on Mathematical Programming, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA (August 7-11, 2000)*, 2000.
- [73] Provas Kumar Roy. Solution of unit commitment problem using gravitational search algorithm. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 53(0):85 – 94, 2013.
- [74] J. Rudnick, H. Zolezzi. Electric sector deregulation and restructuring in latin america: Lessons to be learn and possible waysforward. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, 148(2):180–184, March. 2001.
- [75] Georgios K.D. Saharidis, Maria Boile, and Sotiris Theofanis. Initialization of the benders master problem using valid inequalities applied to fixed-charge network problems. *Expert Systems with Applications*, 38(6):6627 – 6636, 2011.
- [76] Mahdi Samiee, Nima Amjady, and Hossein Sharifzadeh. Security constrained unit commitment of power systems by a new combinatorial solution strategy composed of enhanced harmony search algorithm and numerical optimization. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 44(1):471 – 481, 2013.
- [77] M. Shahidehpour and Y. Fu. Benders decomposition: Applying benders decomposition to power systems. *IEEE Power Energy Mag.*, Vol. 3, Issue 2, 2005.
- [78] M. Shahidehpour, William F. Tinney, and Yong Fu. Impact of security on power systems operation. *Proceedings of the IEEE*, 93(11):2013–2025, 2005.



- 
- [79] G.B. Sheble and G.N. Fahd. Unit commitment literature synopsis. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(1):128–135, Feb 1994.
- [80] Hanif D. Sherali and J. Cole Smith. Improving discrete model representations via symmetry considerations. *Manage. Sci.*, 47:1396–1407, October 2001.
- [81] Siemens. <http://www.energy.siemens.com/hq/en/services/power-transmission-distribution/power-technologies-international/software-solutions/pss-e.htm>, 2013.
- [82] W. Sifuentes. Despacho económico activo-reactivo de corto plazo multiembalse multinodal - aplicación de técnicas de descomposición. Tesis doctoral, Instituto de Energía Eléctrica - Universidad Nacional de San Juan - Argentina. 2006.
- [83] W.S. Sifuentes and A. Vargas. Hydrothermal scheduling using benders decomposition: Accelerating techniques. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 22(3):1351–1359, aug. 2007.
- [84] R. Sioshansi, R. O’Neill, and S.S. Oren. Economic consequences of alternative solution methods for centralized unit commitment in day-ahead electricity markets. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 23(2):344–352, 2008.
- [85] B. Stott and J. L. Marinho. Linear programming for power-system network security applications. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-98(3):837–848, 1979.
- [86] B. Stott, J.L. Marinho, and O. Alsac. Review of linear programming applied to power system rescheduling. In *Power Industry Computer Applications Conference, 1979. PICA-79. IEEE Conference Proceedings*, pages 142 – 154, may 1979.
- [87] D. Streiffert, R. Philbrick, and A. Ott. A mixed integer programming solution for market clearing and reliability analysis. In *Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE*, pages 2724–2731 Vol. 3, 2005.
-



- [88] L. Tao and S. Shahidehpour. Dynamic ramping in uc. *Power Systems, IEEE Transactions on*, Aug. 2007.
- [89] Pamela H. Vance, Cynthia Barnhart, Ellis L. Johnson, and George L. Nemhauser. Airline crew scheduling: A new formulation and decomposition algorithm. *Operations Research*, 45(2):188–200, 1997.
- [90] S. Vemuri and L. Lemonidis. Fuel constrained unit commitment. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 7(1):410–415, Feb 1992.
- [91] S. J. Wang, S. M. Shahidehpour, D.S. Kirschen, S. Mokhtari, and G.D. Iri-sarri. Short-term generation scheduling with transmission and environmental constraints using an augmented lagrangian relaxation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 10(3):1294–1301, 1995.
- [92] L.A. Wolsey and G.L. Nemhauser. *Integer and Combinatorial Optimization*. Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley, 1999.
- [93] A. J. Wood and B. F. Wollenberg. *Power Generation, Operation and Control*. John Wiley and Sons, Inc., New York, NY, second edition, 1996.
- [94] XPRESS. <http://www.fico.com/en/products/dmtools/pages/fico-xpress-optimization-suite.aspx>, 2013.
- [95] Q. Zhai, X. Guan, and C. Jian. Unit commitment with identical units successive subproblem solving method based on lagrangian relaxation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 17, 2002.

# Anexo A

## Restricciones de prioridad

Una región fundamental  $F$  para  $G$  se define como [54]:

- $\forall g \in G, g \neq I$
- $g(\text{int}(F)) \cap \text{int}(F) = \emptyset$
- $\cup_{g \in G} g(F) = \mathbb{R}^n$

Donde  $\text{int}(F)$  representa el interior de la región  $F$  e  $I$  la permutación identidad. La última igualdad implica que  $F$  incluye al menos una solución óptima del problema MILP.

**Teorema 1** [54]: *Siendo  $G$  el grupo simétrico del problema MILP (4.1) y siendo  $F$  una región fundamental de  $G$ . Luego, una solución óptima del problema MILP (4.1) puede obtenerse optimizando sobre la intersección del conjunto factible Eq. (4.1) con  $F$ .*

**Teorema 2** [40]: *Siendo  $G$  el grupo simétrico para el problema MILP (4.1) y siendo  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  tal que  $g(\bar{x}) \neq \bar{x}$  para todo  $g \in G, g \neq I$ . Luego,*

$$F = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall g \in G, g \neq I : (g(\bar{x}) - \bar{x}) \bullet x \leq 0\} \quad (\text{A.1})$$

es una región fundamental de  $G$ .

En la práctica, se utilizan conjuntos simples de desigualdades de remoción estática de simetría, y la mayoría de ellas pueden derivarse del siguiente corolario:

**Corolario 1** [54]: *Teorema 1 permanece válido cuando la región fundamental  $F$  se reemplaza por la región obtenida de Teorema 2 relajando su enunciado de la siguiente manera:*

- Las desigualdades (A.1) se construyen sólo para un subconjunto de permutaciones en  $G$ .

- La condición  $g(\bar{x}) \neq \bar{x} \quad \forall g \in G, g \neq I$  se remueve.

Consecuentemente, si el problema MILP posee  $n$  variables enteras  $0 \leq x_i \leq k$  for  $i = 1, \dots, n$ .  $G$  se restringe a estas variables y pueden construirse las siguientes desigualdades:

$$x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$$

Estas desigualdades se denominan *Restricciones de prioridad* y pueden aplicarse al problema del predespacho basado en MILP.

# Anexo B

## Datos sistema 67 barras

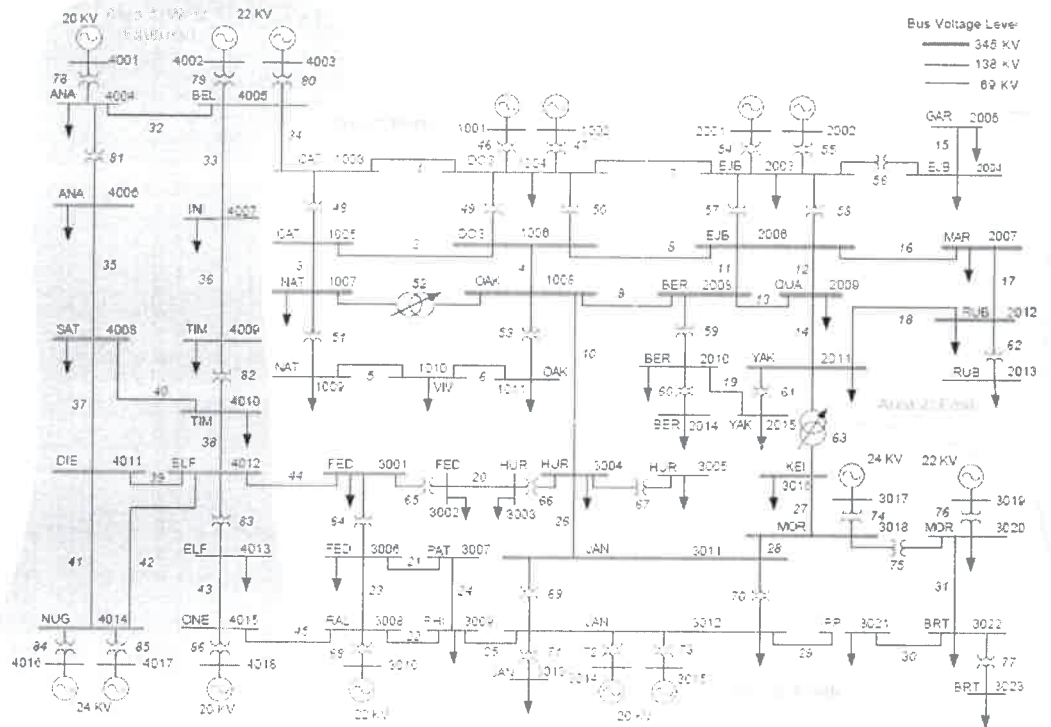


Figura B.1: Unifilar 67 barras.

Tabla B.1: Datos de generación.

Bus	Id	AvCost	Pmax	Pmin	mdt	mut	RU	RD
1001	1	4000	400	100	1	1	200	200
1002	1	4000	400	100	1	1	200	200
2001	1	3500	350	100	1	1	175	175
2002	1	3500	350	100	1	1	175	175
2016	1	180	18	0	1	1		
2016	2	180	18	0	1	1		
2016	3	180	18	0	1	1		
3010	1	6000	600	100	1	1	300	300
3014	1	4000	400	90	1	1	200	200
3015	1	4000	400	90	1	1	200	200
3017	1	4500	450	50	1	1	225	225
3019	1	5000	500	80	1	1	250	250
4001	1	4000	400	50	1	1	200	200
4002	1	3500	350	50	1	1	175	175
4003	1	3500	350	50	1	1	175	175
4016	1	4800	480	100	1	1	240	240
4017	1	4800	480	100	1	1	240	240
4018	1	4800	480	50	1	1	240	240

Tabla B.2: Datos de líneas.

From Bus	To Bus	Id	Rate A (MVA)	X (pu)
b1001	b1004	id1	490	0.05701
b1002	b1004	id1	500	0.06295
b1003	b1004	id1	460	0.0095
b1003	b1005	id2	500	0.05302
b1003	b4005	id1	620	0.00927
b1004	b1006	id1	500	0.06176
b1004	b1006	id2	500	0.05164
b1004	b2003	id1	300	0.0075
b1005	b1006	id1	350	0.0125
b1005	b1007	id1	380	0.0094
b1006	b1008	id1	290	0.0145
b1006	b2006	id1	350	0.0094
b1007	b1008	id1	590	0.04901
b1007	b1009	id1	590	0.04701
b1008	b1011	id1	320	0.06295
b1008	b2008	id1	300	0.00824
b1008	b3004	id1	380	0.0075
b1009	b1010	id1	100	0.00687
b1010	b1011	id1	100	0.0082
b2001	b2003	id1	500	0.06302
b2002	b2003	id1	600	0.06302
b2003	b2004	id1	300	0.05764
b2003	b2006	id1	500	0.08169
b2003	b2006	id2	600	0.07116
b2004	b2005	id1	150	0.0077
b2006	b2007	id1	300	0.0084
b2006	b2008	id1	350	0.00354
b2006	b2009	id1	355	0.00727
b2007	b2012	id1	600	0.0086

Tabla B.3: Datos de líneas.

From Bus	To Bus	Id	Rate A (MVA)	X (pu)
b2008	b2009	id1	320	0.00497
b2008	b2010	id1	500	0.06146
b2009	b2011	id1	310	0.0084
b2010	b2014	id1	500	0.04234
b2010	b2015	id1	220	0.0195
b2011	b2012	id1	300	0.00745
b2011	b2015	id1	600	0.04308
b2011	b3016	id1	320	0.02664
b2012	b2013	id1	500	0.02664
b2013	b2016	id1	500	0.07312
b2013	b3020	id1	200	0.0094
b3001	b3002	id1	520	0.04261
b3001	b3006	id1	520	0.04584
b3001	b4012	id1	430	0.0082
b3002	b3003	id1	220	0.002
b3003	b3004	id1	580	0.03564
b3004	b3005	id1	580	0.04232
b3004	b3011	id1	300	0.00904
b3006	b3007	id1	200	0.00445
b3006	b3008	id1	250	0.00987
b3007	b3009	id1	180	0.00587
b3008	b3009	id1	340	0.00387
b3008	b3010	id1	590	0.05601
b3008	b4015	id1	250	0.00957
b3009	b3012	id1	300	0.0052
b3011	b3012	id1	520	0.05665
b3011	b3012	id2	520	0.05702
b3011	b3018	id1	400	0.00687
b3012	b3013	id1	500	0.11464

Tabla B.4: Datos de líneas.

From Bus	To Bus	Id	Rate A (MVA)	X (pu)
b3012	b3014	id1	500	0.05701
b3012	b3015	id1	500	0.05701
b3012	b3021	id1	400	0.0082
b3016	b3018	id1	450	0.00745
b3017	b3018	id1	420	0.04215
b3018	b3020	id1	500	0.05302
b3019	b3020	id1	500	0.05215
b3020	b3122	id1	200	0.0094
b3021	b3022	id1	200	0.0075
b3023	b3122	id1	400	0.11012
b4001	b4004	id1	450	0.04182
b4002	b4005	id1	450	0.07176
b4003	b4005	id1	450	0.08156
b4004	b4005	id1	250	0.00874
b4004	b4006	id1	0	0.04144
b4005	b4007	id1	500	0.00764
b4006	b4008	id1	400	0.0084
b4007	b4009	id1	300	0.0064
b4008	b4010	id1	330	0.0086
b4008	b4011	id1	500	0.0077
b4009	b4010	id1	0	0.07201
b4010	b4012	id1	300	0.0084
b4011	b4012	id1	330	0.0086
b4011	b4014	id1	450	0.00745
b4012	b4013	id1	500	0.05664
b4012	b4014	id1	400	0.00745
b4013	b4015	id1	350	0.00687
b4014	b4016	id1	620	0.04784
b4014	b4017	id1	600	0.04661



Tabla B.5: Datos de líneas.

From Bus	To Bus	Id	Rate A (MVA)	X (pu)
b4015	b4018	id1	500	0.04664
b1004	b1001	id1	490	0.05701
b1004	b1002	id1	500	0.06295
b1004	b1003	id1	460	0.0095
b1005	b1003	id2	500	0.05302
b4005	b1003	id1	620	0.00927
b1006	b1004	id1	500	0.06176
b1006	b1004	id2	500	0.05164
b2003	b1004	id1	300	0.0075
b1006	b1005	id1	350	0.0125
b1007	b1005	id1	380	0.0094
b1008	b1006	id1	290	0.0145
b2006	b1006	id1	350	0.0094
b1008	b1007	id1	590	0.04901
b1009	b1007	id1	590	0.04701
b1011	b1008	id1	320	0.06295
b2008	b1008	id1	300	0.00824
b3004	b1008	id1	380	0.0075
b1010	b1009	id1	100	0.00687
b1011	b1010	id1	100	0.0082
b2003	b2001	id1	500	0.06302
b2003	b2002	id1	600	0.06302
b2004	b2003	id1	300	0.05764
b2006	b2003	id1	500	0.08169
b2006	b2003	id2	600	0.07116
b2005	b2004	id1	150	0.0077
b2007	b2006	id1	300	0.0084
b2008	b2006	id1	350	0.00354
b2009	b2006	id1	355	0.00727
b2012	b2007	id1	600	0.0086

Tabla B.6: Datos de líneas.

From Bus	To Bus	Id	Rate A (MVA)	X (pu)
b2009	b2008	id1	320	0.00497
b2010	b2008	id1	500	0.06146
b2011	b2009	id1	310	0.0084
b2014	b2010	id1	500	0.04234
b2015	b2010	id1	220	0.0195
b2012	b2011	id1	300	0.00745
b2015	b2011	id1	600	0.04308
b3016	b2011	id1	320	0.02664
b2013	b2012	id1	500	0.02664
b2016	b2013	id1	500	0.07312
b3020	b2013	id1	200	0.0094
b3002	b3001	id1	520	0.04261
b3006	b3001	id1	520	0.04584
b4012	b3001	id1	430	0.0082
b3003	b3002	id1	220	0.002
b3004	b3003	id1	580	0.03564
b3005	b3004	id1	580	0.04232
b3011	b3004	id1	300	0.00904
b3007	b3006	id1	200	0.00445
b3008	b3006	id1	250	0.00987
b3009	b3007	id1	180	0.00587
b3009	b3008	id1	340	0.00387
b3010	b3008	id1	590	0.05601
b4015	b3008	id1	250	0.00957
b3012	b3009	id1	300	0.0052
b3012	b3011	id1	520	0.05665
b3012	b3011	id2	520	0.05702
b3018	b3011	id1	400	0.00687
b3013	b3012	id1	500	0.11464

Tabla B.7: Datos de líneas.

From Bus	To Bus	Id	Rate A (MVA)	X (pu)
b3014	b3012	id1	500	0.05701
b3015	b3012	id1	500	0.05701
b3021	b3012	id1	400	0.0082
b3018	b3016	id1	450	0.00745
b3018	b3017	id1	420	0.04215
b3020	b3018	id1	500	0.05302
b3020	b3019	id1	500	0.05215
b3122	b3020	id1	200	0.0094
b3022	b3021	id1	200	0.0075
b3122	b3023	id1	400	0.11012
b4004	b4001	id1	450	0.04182
b4005	b4002	id1	450	0.07176
b4005	b4003	id1	450	0.08156
b4005	b4004	id1	250	0.00874
b4006	b4004	id1	0	0.04144
b4007	b4005	id1	500	0.00764
b4008	b4006	id1	400	0.0084
b4009	b4007	id1	300	0.0064
b4010	b4008	id1	330	0.0086
b4011	b4008	id1	500	0.0077
b4010	b4009	id1	0	0.07201
b4012	b4010	id1	300	0.0084
b4012	b4011	id1	330	0.0086
b4014	b4011	id1	450	0.00745
b4013	b4012	id1	500	0.05664
b4014	b4012	id1	400	0.00745
b4015	b4013	id1	350	0.00687
b4016	b4014	id1	620	0.04784
b4017	b4014	id1	600	0.04661
b4018	b4015	id1	500	0.04664

Tabla B.8: Datos de carga.

---

bus	load bus participation
b1004	0.0447
b1007	0.0298
b1009	0.0149
b1010	0.0124
b1011	0.0174
b2003	0.0422
b2004	0.0099
b2005	0.0124
b2007	0.0136
b2009	0.0546
b2010	0.0124
b2011	0.0347
b2012	0.0283
b2013	0.0248
b2014	0.0074
b2015	0.0198
b3001	0.0248
b3002	0.0149

---

Tabla B.9: Datos de carga.

bus	load bus participation
b3003	0.0149
b3004	0.0099
b3005	0.0323
b3006	0.0422
b3009	0.0223
b3012	0.0248
b3013	0.0136
b3016	0.0186
b3020	0.0447
b3021	0.0223
b3022	0.0347
b3023	0.0099
b4004	0.0397
b4006	0.0695
b4007	0.0546
b4008	0.0447
b4009	0.0471
b4010	0.0248
b4013	0.0104

# Anexo C

## Validación de los resultados de Benders con PSS/E

En este anexo se presentan los resultados validados con PSS/E [81].

Tabla C.1: Verificación de carga: Benders clásico - Master inicial.

Patrón de carga	LSC %	Barra Desde	Hasta	Loading [MW]	Rating [MW]	Porcentual %
Invierno	60	5	8	232.0	175	132.5
		17	30	197.9	175	113.1
		26	30	220.1	175	125.8
	80	5	8	271.2	175	154.9
		17	30	247.2	175	141.2
		23	25	160.4	140	114.6
		26	30	252.4	175	144.2
Verano	60	5	8	231.9	175	132.5
		17	30	198.7	175	113.5
		26	30	212.6	175	121.5
	80	5	8	271.2	175	154.9
		17	30	247.2	175	141.2
		23	25	160.4	140	114.6
		26	30	252.4	175	144.2
		37	38	230.4	175	131.7

Tabla C.2: Verificación de carga: Benders inicializado - Master inicial.

Patrón de carga	LSC %	Barra Desde	Hasta	Loading [MW]	Rating [MW]	Porcentual %
Invierno	60	5	8	221.3	175	126.4
		17	30	196.4	175	112.2
		26	30	210.6	175	120.3
	80	5	8	268.4	175	153.4
		17	30	235.7	175	134.7
		23	25	158.5	140	113.2
		26	30	239.0	175	136.6
		37	38	214.2	175	122.4
Verano	60	5	8	221.3	175	126.4
		17	30	196.4	175	112.2
		26	30	210.6	175	120.3
	80	5	8	268.4	175	153.4
		17	30	235.7	175	134.7
		23	25	158.3	140	113.1
		26	30	238.7	175	136.4
		37	38	214.2	175	122.4

Tabla C.3: Verificación de carga: Benders clásico - Master Final.

Patrón de carga	LSC %	Barra Desde	Hasta	Loading [MW]	Rating [MW]	Porcentual %
Invierno	60	17	30	175.1	175	100.1
	80	8	30	175.5	175	100.3
		17	30	179.9	175	102.8
		30	38	187.0	175	106.9
		37	38	180.2	175	103.0
Verano	60	17	30	175.4	175	100.2
		26	30	176.7	175	101.0
	80	5	8	175.2	175	100.1

Tabla C.4: Verificación de carga: Benders inicializado - Master Final.

Patrón de carga	LSC %	Barra Desde	Hasta	Loading [MW]	Rating [MW]	Porcentual %
Invierno	60	17	30	175.1	175	100.1
	80	17	30	175.6	175	100.3
		26	30	177.0	175	101.2
		37	38	178.9	175	102.3
Verano	60	5	8	175.2	175	100.1
		17	30	175.3	175	100.2
	80	5	8	176.4	175	100.8
		37	38	175.8	175	100.4