

VERSTRAETE, MARCOS L
Desarrollo de simula

2013

73193



73193



**DESARROLLO DE SIMULACIONES NUMÉRICAS
DEL COMPORTAMIENTO AERODINÁMICO Y
ESTRUCTURAL DE VEHÍCULOS AÉREOS NO
TRIPULADOS CON ALAS QUE CAMBIAN
DINÁMICAMENTE DE FORMA**

por

Marcos L. Verstraete

Tesis presentada para la obtención del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería
Mención: Ingeniería Mecánica

73193

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

Agosto 2013

73193

73193

MFN:
Clasif:
T. 855

**DESARROLLO DE SIMULACIONES NUMÉRICAS
DEL COMPORTAMIENTO AERODINÁMICO Y
ESTRUCTURAL DE VEHÍCULOS AÉREOS NO
TRIPULADOS CON ALAS QUE CAMBIAN
DINÁMICAMENTE DE FORMA**

por

Marcos L. Verstraete



Dr. Sergio Preidikman
Director



Mg. Luis R. Ceballos
Co-Director

APROBADA POR:



Dr. Sergio A. Elaskar
Jurado



Dr. Livio S. Maglione
Jurado



Dr. Fernando H. Magnago
Jurado



Dr. Sergio Preidikman
Director



Dr. Leonardo R. Molisani
Secretario de Posgrado de la Facultad de Ingeniería



M. Sc. Jorge Barral
Secretario de Posgrado y Cooperación Internacional de la UNRC

Agosto 2013

Dedicado a Daniela, Raúl y Teresa.



AGRADECIMIENTOS

En primer lugar deseo agradecer especialmente a Sergio Preídikman, por contribuir a mi formación profesional, por despertar mi interés en la investigación y por lograr que este trabajo haya sido posible, pero sobre todo por brindarme su amistad. También quiero agradecer a Julio Massa por su apoyo incondicional, paciencia, por los numerosos e importante consejos que me ha dado y por el tiempo que ha dedicado a la revisión de este trabajo. Al codirector de esta tesis y compañero de oficina, Luis Ceballos, quien me ha brindado, además de sus conocimientos y consejos, su amistad desde el primer momento. A Bruno Rocca por su amistad, por contribuir a mi formación profesional, y por sus aportes a este trabajo de tesis.

Un agradecimiento más que especial a un amigo con quien he compartido mucho tiempo dentro de esta universidad, Ronald O'Brien. Sus consejos y su incondicional apoyo han sido más que importante para la realización de este trabajo.

Quiero agradecer a Mauro Maza, a Raúl Ritta y Nicolás Ponso, personas de bien que he conocido en el ámbito universitario, por aportar a mi formación y por brindarme su apoyo en el momento que lo necesité.

A los miembros del jurado por el tiempo dedicado a la lectura de este trabajo tesis. Al CONICET por su apoyo económico para la realización de este trabajo. A las autoridades, a los docentes y a los no docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

Agradecer hoy y siempre a toda mi familia. A mis padres Raúl y Teresa, quienes me han brindado todo y apoyado en cada una de mis decisiones, gracias por haberme dado la oportunidad de estudiar y por permitirme alcanzar mis sueños. A una persona quien estuvo presente en una etapa muy importante de mi vida, Víctor Roma.

Por último quiero agradecer a Daniela, la persona que me acompaña cada día de mi vida y que me apoya en cada situación. Dany: Gracias por el cariño, por el amor, por el afecto y por todo lo que has hecho por mí.

TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS.....	xiii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xv
RESUMEN.....	xix
ABSTRACT.....	xxi
Capítulo 1: INTRODUCCIÓN Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	1
1.1. Introducción.....	1
1.2. Revisión bibliográfica.....	4
1.2.1. El concepto <i>Morphing Aircraft</i>	4
1.2.2. Modelos aerodinámicos.....	10
1.2.3. Modelos estructurales con actuadores piezoeléctricos.....	12
1.3. Objetivos.....	13
1.4. Aspectos originales de este trabajo.....	14
1.5. Organización de la tesis.....	14
Capítulo 2: MODELO CINEMÁTICO.....	17
2.1. Introducción.....	17
2.2. Sistemas de referencia.....	17
2.3. Modelo 1: Cinemática de un ala rectangular con ángulo de diedro y flecha variables.....	18
2.3.1. Geometría del ala y descripción de los ángulos asociados a la mutación.....	18
2.3.2. Disposición de los sistemas de referencia.....	20
2.3.3. Transformación de coordenadas.....	21
2.3.4. Posición y velocidad de un punto del ala.....	24
2.4. Modelo 2: Cinemática de alas plegables inspirada en el ‘Concepto Lockheed Martin’.....	28
2.5. Modelo 3: Cinemática para un ala con ángulos de diedro y de torsión variables.....	30
2.5.1. Sistemas de referencia y transformaciones de coordenadas.....	32
2.5.2. Posición y velocidad de un punto del ala.....	33

Capítulo 3: MODELO AERODINÁMICO	35
3.1. Introducción.....	35
3.2. El problema matemático.....	36
3.3. Ley de Biot-Savart.....	38
3.4. Método de red de vórtices no-lineal e inestacionario.....	39
3.4.1. Discretización de las sábanas vorticosas.....	39
3.4.2. Comienzo impulsivo.....	42
3.4. Cálculo de las cargas aerodinámicas.....	45
Capítulo 4: MODELO ESTRUCTURAL DE UN ALA FLEXIBLE CON ACTUADORES PIEZOELÉCTRICOS	47
4.1. Introducción.....	47
4.2. Conceptos generales sobre piezoelectricidad.....	48
4.3. Ecuaciones constitutivas lineales para materiales piezoeléctricos.....	50
4.4. Descripción de los actuadores piezoeléctricos.....	53
4.5. Descripción del modelo estructural del ala flexible.....	55
4.6. Formulación de las ecuaciones de movimiento mediante elementos finitos.....	56
4.6.1. Generalidades.....	56
4.6.2. Interpolación del campo de desplazamientos.....	57
4.6.3. Interpolación del campo de deformaciones.....	59
4.6.4. Ecuaciones de movimiento.....	60
4.7. Integración de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo.....	64
4.7.1. Algoritmo de integración.....	65
Capítulo 5: RESULTADOS NUMÉRICOS	69
5.1. Introducción.....	69
5.2. Simulaciones numéricas: Aspectos aerodinámicos.....	69
5.2.1. Modelo 1. Ala rectangular con ángulos de diedro y flecha variables.....	69
5.2.1.1 Caso de estudio 1: Variación simultánea de los ángulos de flecha y de diedro en el modelo 1.....	70
5.2.1.2 Caso de estudio 2: Variación del ángulo de flecha en el modelo 1.....	73
5.2.2. Modelo 2: Alas plegables inspiradas en el Concepto Lockheed Martin.....	75

5.2.2.1	Caso de estudio 3: Análisis estacionario del modelo 2 (L.M.)....	77
5.2.2.2	Caso de estudio 4: Análisis inestacionario del Modelo 2 (L.M.).....	79
5.2.3.	Modelo 3. Ala con ángulos de diedro y de torsión variables.....	82
5.2.3.1	Caso de estudio 5: Análisis estacionario del modelo 3.....	83
5.2.3.2	Caso de estudio 6: Análisis inestacionario del modelo 3.....	86
5.3.	Simulaciones numéricas: Aspectos estructurales.....	89
5.3.1.	Modelo 4: Viga 2D en voladizo sin actuadores Caso de estudio 7: Verificación de la herramienta computacional.....	89
5.3.2.	Modelo 5: Viga 2D en voladizo con actuadores PZT.....	93
5.3.2.1	Caso de estudio 8: Respuesta dinámica de una viga 2D con actuadores PZT (modelo 5) excitada en resonancia.....	94
5.3.2.2	Caso de estudio 9: Respuesta dinámica de una viga 2D con actuadores PZT (modelo 5) excitada con carga escalón....	96
5.3.2.3	Caso de estudio 10: Respuesta estática de una viga 2D con actuadores PZT (modelo 5).....	97
5.3.3.	Modelo 6: Viga 2D en voladizo con actuadores discretizada en 10 tramos. Caso de estudio 11: Respuesta estática del modelo 6.....	98
5.3.4.	Modelo 7: Estructura tridimensional con actuadores PZT.....	101
5.3.4.1	Caso de estudio 12: Respuesta dinámica de la estructura tridimensional del modelo 7, excitada con carga rampa.....	103
5.3.4.2	Caso de estudio 13: Respuesta dinámica de la estructura tridimensional del modelo 7 con carga creciente asintótica....	107
5.3.4.3	Caso de estudio 14: Respuesta estática de la estructura tridimensional del modelo 7.....	110
Capítulo 6: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....		113
6.1.	Conclusiones.....	113
6.2.	Trabajos futuros.....	118
REFERENCIAS.....		119
Anexo A: PUBLICACIONES DEL AUTOR RELACIONADAS CON EL TEMA DE LA TESIS.....		129

ÍNDICE DE TABLAS

Capítulo 5

Tabla V-1: Coordenadas de los puntos que generan la geometría del ala del modelo 1	70
Tabla V-2: Coordenadas de los puntos que generan la geometría de alas plegables del modelo 2	76
Tabla V-3: Variación temporal prescrita para β_0 y ϕ_0 en las diferentes etapas.....	86
Tabla V-4: Propiedades mecánicas y geométricas de la viga del modelo 4	89
Tabla V-5: Coeficientes para la solución analítica	90
Tabla V-6: Caso 7 - Frecuencias naturales – Diferencias respecto a la solución analítica	91
Tabla V-7: Propiedades mecánicas y geométricas de los elementos de viga del modelo 5	93
Tabla V-8: Propiedades mecánicas y geométricas de los actuadores del modelo 5	93
Tabla V-9: Caso 8 - Frecuencias y períodos naturales de las dos configuraciones del modelo 5	94
Tabla V-10: Frecuencias naturales del modelo 7	102
Tabla V-11: Coordenadas de los nodos de la estructura tridimensional del modelo 7	102
Tabla V-12: Características geométricas y propiedades de las vigas el modelo 7	103
Tabla V-13: Características geométricas y propiedades de los actuadores del modelo 7	103

ÍNDICE DE FIGURAS

Capítulo 1

Figura 1-1: Aplicaciones de UAVs – Vigilancia en ambientes urbanos.....	2
Figura 1-2: Ejemplos de alas reconfigurables	
a) Aeronave de los hermanos Wright. b) Avión Bell X-5.....	5
Figura 1-3: Concepto desarrollado por Lockheed Martin (<i>folding-wing</i>).....	6
Figura 1-4: Concepto desarrollado	
por Next-Gen Aeronautics. (<i>bat-wing o sliding wing</i>).....	7
Figura 1-5: Concepto avanzado de “Morphing UAV”.....	7
Figura 1-6: Configuraciones de un UAV	
con alas flexibles inspirado en las gaviotas.....	8
Figura 1-7: Clasificación de aviones reconfigurables.....	9

Capítulo 2

Figura 2-1: Modelo 1 – Geometría del ala y ubicación de las regiones.....	18
Figura 2-2: Modelo 1 – Cambio en la geometría del ala por rotación de las regiones	
a) Esquema de rotación de las regiones. b) Ángulos de diedros.....	19
Figura 2-3: Modelo 1 – Cambio en la geometría del ala por	
cizallamiento de las regiones. a) Ángulos de flecha.	
b) Cizallamiento de la región R_A contenida en el plano Π_1	20
Figura 2-4: Modelo 1 – Disposición de los sistemas de referencia.....	21
Figura 2-5: Modelo 1 – Orientación de los sistemas utilizados.....	22
Figura 2-6: Modelo 1 – Vector posición de un punto P ubicado en la región R_C	24
Figura 2-7: Modelo 1 – Evolución temporal	
de los vectores posición: a) R_{ab} , b) R_{bc} y c) r_P	25
Figura 2-8: Modelo 2 – Sistemas de referencia	
asociados al ‘Concepto Lockheed Martin’.....	29
Figura 2-9: Modelo 2 – Vector posición de un punto P ubicado en la región R_C	30
Figura 2-10: Modelo 3 – Mutación del ala:	
a) ángulo de diedro β y b) ángulo de torsión ϕ	31
Figura 2-11: Modelo 3 – Disposición de los sistemas de	
referencia y del vector posición de un punto del ala.....	32

Capítulo 3

Figura 3-1: Interpretación de la Ley de Biot-Savart.....	39
Figura 3-2: Panel típico y sábanas discretizadas.....	39
Figura 3-3: Relación entre circulaciones de segmentos vorticosos y circulaciones de anillos vorticosos.....	40
Figura 3-4: Circulaciones de la sábana adherida en el instante $t = 0$	42
Figura 3-5: Proceso de convección, primera generación de paneles en la estela.....	43
Figura 3-6: Proceso de convección en el instante $t = \Delta t$	44

Capítulo 4

Figura 4-1: Configuración típica de un sistema electrodo-piezoeléctrico.....	50
Figura 4-2: Descripción geométrica de un actuador piezoeléctrico.....	53
Figura 4-3: Accionamiento mecánico mediante una lámina de material piezoeléctrico del tipo PZT. a) Campo eléctrico sobre un actuador. b) Acción de actuadores sobre una viga de material elástico.....	54
Figura 4-4: Estructura tipo peine propuesta para el ala del UAV.....	56
Figura 4-5: Elemento típico de la discretización y grados de libertad de los nodos.....	57

Capítulo 5

Figura 5-1: Modelo 1 – Geometría del ala y ubicación de las regiones R_A , R_B y R_C	70
Figura 5-2: Caso 1 – Evolución de los coeficientes de sustentación, C_L , y de resistencia inducida, C_D	72
Figura 5-3: Caso 1 – Distribución de presión para $\alpha = 10^\circ$: a) final de la etapa 1 y b) final de la etapa 3.....	72
Figura 5-4: Caso 1 – Evolución de la estela para $\alpha = 10^\circ$: a) final de la etapa 1 y b) final de la etapa 3.....	73
Figura 5-5: Caso 2 – Evolución de los coeficientes de sustentación, C_L , y de resistencia inducida, C_D	74

Figura 5-6: Caso 2 – Estado final de la etapa 3: a) Sábanas vorticosas y b) Distribución de presión.....	75
Figura 5-7: Modelo 2 – Geometría y discretización del ala plegable (concepto de Lockheed Martin).....	76
Figura 5-8: Caso 3 – Coeficiente de sustentación en función del ángulo de configuración β	77
Figura 5-9: Caso 3 – Distribución de presión, C_L y C_D para $\beta = 0^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ y 130°	78
Figura 5-10: Caso 3 – Evolución de la estela después de 200 pasos de simulación: a) $\beta = 0^\circ$, b) $\beta = 90^\circ$	79
Figura 5-11: Caso 4 – Evolución temporal del ángulo que describe la mutación β	80
Figura 5-12: Caso 4 – Coeficiente de sustentación en función de β : Análisis estacionario e inestacionario.....	81
Figura 5-13: Modelo 3 – Sistema de coordenadas y datos geométricos del ala.....	82
Figura 5-14: Caso 5 – Ala con ángulos de diedro y de torsión variables a) Coeficiente de sustentación, b) eficiencia aerodinámica (C_L/C_D).....	83
Figura 5-15: Caso 5 – Distribución de presión, C_L y C_D para distintas configuraciones....	84
Figura 5-16: Caso 5 – Evolución de la estela para tres configuraciones del modelo 3.....	85
Figura 5-17: Caso 6 – Variación temporal prescripta para β_0 y ϕ_0 en las diferentes etapas - modelo 3.....	86
Figura 5-18: Caso 6 – Comportamiento inestacionario de los coeficientes aerodinámicos C_L y C_D - modelo 3.....	87
Figura 5-19: Caso 6 – Evolución temporal de la forma del ala y distribución de la presión – modelo 3.....	88
Figura 5-20: Caso 7 – Diferencia porcentual entre las frecuencias: Resultados numéricos y analíticos.....	91
Figura 5-21: Caso 7 – Comparación entre modos: Resultados numéricos y analíticos.....	92
Figura 5-22: Dos configuraciones estructurales para el modelo 5.....	93

Figura 5-23: Caso 8 – Respuesta en resonancia del extremo libre para la configuración 1 del modelo 5.....	95
Figura 5-24: Caso 8 – Respuesta en resonancia del extremo libre para la configuración 2 del modelo 5.....	95
Figura 5-25: Caso 8 – Deformada de la configuración 1 excitada en las frecuencias naturales.....	96
Figura 5-26: Caso 9 – Vibración transversal de los nodos 4 y 6 para las dos configuraciones del modelo 5.....	97
Figura 5-27: Caso 10 – Deformada de la viga para las dos configuraciones del modelo 5.....	98
Figura 5-28: Caso 11 – Deformada de la estructura de todas las configuraciones del modelo 6.....	100
Figura 5-29: Caso 11 – Desplazamiento del extremo libre para las 10 configuraciones del modelo 6.....	101
Figura 5-30: Modelo 7 – Frecuencias naturales, – nodos y elementos –sistemas de referencia.....	102
Figura 5-31: Caso 12 – Desplazamiento transversal del nodo 11 del modelo 7: Excitación rampa.....	105
Figura 5-32: Caso 11 – Desplazamiento transversal de algunos nodos de la estructura [m].....	106
Figura 5-33: Caso 13 – Voltaje aplicado a los actuadores de la viga del modelo 7.....	107
Figura 5-34: Caso 13 – Desplazamiento transversal del extremo libre de la viga principal (nodo 11).....	108
Figura 5-35: Caso 13 – Desplazamiento transversal de algunos nodos de la estructura [m].....	109
Figura 5-36: Caso 14 – Deformada de la estructura tridimensional para cuatro diferentes excitaciones.....	111

RESUMEN

Una nueva generación de vehículos aéreos no tripulados o Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) promete aeronaves inteligentes que reconfiguran sus alas durante el vuelo del mismo modo que lo hacen las aves. Estas aeronaves se utilizarán en operaciones civiles, científicas y comerciales. Sin embargo, todavía existen barreras técnicas que deben ser superadas especialmente en las áreas de generación de energía, almacenaje, navegación, aerodinámica, propulsión, comunicación y control. Un aspecto importante a considerar en el diseño de UAVs con alas que mutan, que aún no es comprendido en detalle, es el aspecto aeroservoelástico. Para lograr una comprensión cabal del comportamiento aeroservoelástico es necesario atacar cada una de las disciplinas que engloba la aeroservoelasticidad: aerodinámica, dinámica, elasticidad y control.

El objetivo general de este trabajo de tesis de Maestría fue investigar, mediante simulaciones numéricas, tópicos trascendentales que deben necesariamente ser considerados para lograr un diseño eficiente: los aspectos aerodinámicos y los estructurales. Para llevar a cabo las simulaciones se ha desarrollado: i) una herramienta computacional de alta fidelidad que incorpora un modelo aerodinámico, basado en el método de red de vórtices no lineal e inestacionario, y un modelo cinemático para UAVs con alas que mutan; y ii) una herramienta computacional que incorpora un modelo de ala flexible con actuadores piezoeléctricos adheridos sobre la estructura elástica del ala del UAV, donde se utiliza el método de los elementos finitos para formular las ecuaciones de movimiento que gobiernan la dinámica de la estructura.

Los resultados de las simulaciones permitieron analizar el comportamiento aerodinámico inherentemente no lineal e inestacionario asociados a los UAVs con alas que mutan. La variación temporal de las cargas aerodinámicas depende de la cinemática prescrita para los ángulos que describen el cambio de forma del ala. Los resultados también permitieron analizar la respuesta estática y dinámica de una estructura de ala flexible sometida a la acción de actuadores piezoeléctricos. Los casos investigados permiten inferir que la respuesta estructural es dependiente del voltaje aplicado y de la disposición espacial de los actuadores.

Los modelos presentados en esta tesis constituyen una sólida base para el desarrollo de un modelo aeroservoelástico capaz de considerar fenómenos no lineales e inestacionarios que afectan significativamente el desempeño de los UAVs con alas que mutan.

1. The first part of the report deals with the general situation of the country and the progress of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the general situation of the country and the progress of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

2. The second part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

3. The third part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

4. The fourth part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

5. The fifth part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

6. The sixth part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

7. The seventh part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

8. The eighth part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

9. The ninth part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

10. The tenth part of the report deals with the results of the work during the year. It is divided into two main sections: the first section deals with the results of the work during the year, and the second section deals with the results of the work during the year.

ABSTRACT

A new generation of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) promises an intelligent aircraft capable of reconfiguring its wings during flight the way birds do. These aircrafts will be used in civil, commercial and scientific operations. However, there are still technical barriers that must be overcome, especially in the areas of energy generation, storage, navigation, aerodynamics, propulsion, communication and control. An important aspect to be considered in the design of UAVs with morphing wings, which is not yet understood in details, is the aeroservoelastic aspect. To achieve a thorough comprehension of the aeroservoelastic behavior, it is necessary to attack each of the disciplines encompassed by the aeroservoelasticity: aerodynamics, dynamics, elasticity and control.

The general objective of this master of science in engineering thesis is to investigate, by numerical simulations, two transcendental aspects that must be considered seeking an efficient design: aerodynamic and structural aspects. To carry out the simulations it were developed: i) a high fidelity computational tool that incorporates an aerodynamic model, based on the non-linear unsteady vortex lattice method (NUVLM), and a kinematic model for UAVs with morphing wings; and ii) a computational tool that incorporates a flexible wing model with piezoelectric actuators adhered over the elastic structure of the UAV wings, in which the finite element method was used to formulate the equations of motion that governs the structure dynamics.

The results of the simulations allowed analyzing the inherently nonlinear and unsteady aerodynamic behavior associated to UAVs with morphing wings. The temporal variation of the aerodynamic loads depend on the prescribed kinematic of the angle that describes the shape change of the wing. The results allowed analyzing the static and dynamic response of a flexible wing structure subjected to the action of piezoelectric actuators. The investigated cases allowed inferring that structural response is dependent on the applied voltage and the spatial arrangement of the actuators.

The presented models in this thesis provide a solid base to develop an aeroservoelastic model capable to consider nonlinear and unsteady phenomena that significantly affect the performance of UAVs with morphing wings.

I. INTRODUCCIÓN Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

1.1. Introducción

Este trabajo de Tesis es parte de un proyecto de mayor envergadura cuyo objetivo final es adquirir una comprensión cabal del comportamiento aeroservoelástico de un nuevo concepto de vehículos aéreos no-tripulados (UAVs) que utilizan mecanismos inspirados en los modos de locomoción de las aves. Esos mecanismos permiten, entre otros, *i*) cambiar la forma de sus alas con el fin de adaptarse a las diferentes etapas de una misión, *ii*) incrementar el rendimiento aerodinámico y *iii*) generar trayectorias complejas según lo requieran las misiones. Este tipo de aeronaves no-tripuladas que ha acaparado la atención de muchos investigadores, ha sido denominado como *morphing aircraft*, *morphing plane* o también *morphing airframe*. En esta tesis se designa a estas aeronaves como UAVs con alas que mutan, UAVs con alas que cambian de forma, o simplemente UAVs reconfigurables.

Durante los últimos años, los vehículos aéreos no-tripulados han sido un tópico de investigación muy importante en el campo de la ingeniería aeronáutica debido a sus potenciales aplicaciones civiles, científicas y comerciales [1], [2]. Las investigaciones en las diferentes disciplinas que abarca la tecnología asociada a los UAVs fueron dando lugar a diseños preliminares de aeronaves no tripuladas cada vez más eficientes y que permiten llevar a cabo un amplio rango de operaciones inalcanzables para los aviones con topologías convencionales. Las misiones civiles, científicas y comerciales que se asigna a estas aeronaves autónomas o pilotadas de manera remota son cada vez más exigentes y requieren niveles de prestaciones más elevados. La necesidad de mejorar la funcionalidad de los UAVs, inspiró una nueva generación de aeronaves no-tripuladas que reconfiguran sus alas durante el vuelo para adaptarse a los distintos regímenes de vuelo que requiere una dada misión.

Algunas de las operaciones que podrán realizar estos diminutos aviones, las cuales son imposible de llevar a cabo por un UAV convencional, serán: *i*) volar entre los apretados recovecos de una ciudad con la finalidad de lograr un monitoreo continuo en ambientes urbanos (Figura 1-1) [3], *ii*) aterrizar en forma rápida y eficiente sobre balcones y terrazas de departamentos, *iii*) pasar por debajo de puentes elevados y *iv*) explorar atmósferas no terráqueas.

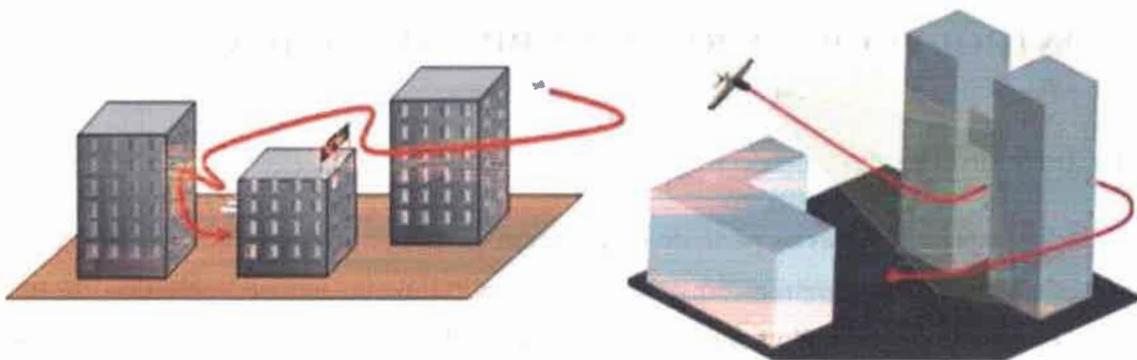


Figura 1-1: Aplicaciones de UAVs – Vigilancia en ambientes urbanos [3].

Estos conceptos futuros de UAVs han sido concebidos como plataformas espaciales flexibles y móviles, y por eso tienen importantes problemas de estabilidad, ya que al cambiar de forma en pleno vuelo pueden influenciar de manera muy significativa el desempeño de la aeronave. Por lo tanto, la habilidad para estimar márgenes confiables para las inestabilidades es de mucha importancia para un diseñador de UAVs.

El desarrollo completo de estas avanzadas aeronaves, caracterizadas por su elevada capacidad de maniobra, es hasta el momento algo utópico ya que todavía existen barreras tecnológicas que deben ser superadas, sobre todo en las áreas de generación de energía, almacenaje, aeroelasticidad, propulsión, comunicación y control. Un aspecto importante a considerar en el diseño de UAVs con alas que mutan, que aún no es comprendido en profundidad, es el aspecto aeroservoelástico. Para lograr una comprensión cabal de ese comportamiento es necesario atacar cada una de las disciplinas que engloba la aeroservoelasticidad: aerodinámica, dinámica, elasticidad y control.

Lamentablemente, los métodos tradicionales usados para estudiar el comportamiento aerodinámico de aeronaves del tipo convencional [4], [5], [6] no son aptos para el análisis de estos avanzados UAVs. Por ello, resulta incuestionable que es necesario mejorar y calibrar las herramientas numéricas existentes, y desarrollar nuevos algoritmos de alta fidelidad que permitan investigar el comportamiento aerodinámico inherentemente no-lineal e inestacionario de los vehículos aéreos no-tripulados reconfigurables.

Los mecanismos de accionamiento utilizados para mutar las alas, juegan un importante rol en el desempeño del UAV. La utilización de mecanismos convencionales resulta insuficiente para obtener la maniobrabilidad que se requiere del vehículo, sin embargo esto puede ser resuelto mediante la implementación de una nueva tecnología conocida como estructuras inteligentes (*Smart Structures*), donde se adhieren materiales adaptivos (actuadores/sensores) sobre una estructura elástica con el objetivo de sensor y

comandar el estado de la misma. Esto, además de incrementar la agilidad del vehículo, reducirá el consumo energético y evitará la construcción de complejos mecanismos. Es por ello que existe un gran interés en desarrollar modelos de estructuras con materiales adaptivos para investigar la viabilidad de esta tecnología en aplicaciones *morphing*.

Los objetivos de la investigación realizada en este trabajo de tesis, que se describen en detalle en la sección 1.3, surgen de lo expuesto en los párrafos anteriores. Entre estos objetivos, los más importantes son: *i)* investigar el comportamiento aerodinámico no-lineal e inestacionario de UAVs con alas que cambian de forma, y *ii)* estudiar al comportamiento de las alas flexibles de estos UAVs cuando son sometidas a deformaciones inducidas mediante actuadores del tipo piezoeléctrico.

Para alcanzar esos objetivos se realizaron simulaciones numéricas del comportamiento aerodinámico y estructural de UAVs reconfigurables, y para eso fue necesario desarrollar dos herramientas computacionales apropiadas para los casos en estudio.

La primera herramienta computacional que se desarrolló para esta tesis incorpora:

- i)* un modelo aerodinámico que permite predecir el campo de movimiento del fluido alrededor de la estructura del ala que muta dinámicamente, y calcular las cargas aerodinámicas actuantes sobre esta estructura;
- ii)* un modelo cinemático para alas de UAVs reconfigurables; y
- iii)* un método que permite combinar esos dos modelos.

De acuerdo a las características operacionales de los UAVs reconfigurables, el modelo aerodinámico debe ser no-lineal e inestacionario, por ello se implementó el método conocido como método de red de vórtices no lineal e inestacionario o "*non-linear unsteady vortex-lattice method*". El modelo cinemático que se desarrolló tiene en cuenta la variación temporal del ángulo de flecha, de diedro y de torsión del ala. La capacidad del modelo de considerar no linealidades cinemáticas y aerodinámicas permiten analizar movimientos del ala que incluyen grandes rotaciones y grandes desplazamientos productos de la mutación.

La segunda herramienta computacional implementa un modelo estructural para alas flexibles que incorpora la adhesión de actuadores piezoelectricos que se distribuyen espacialmente sobre la estructura del ala del UAV reconfigurable. Las ecuaciones diferenciales de movimiento son discretizadas mediante el uso del Método de los Elementos Finitos. El modelo incorpora la influencia de la adhesión de los actuadores piezocerámicos ubicados en ambas caras del material elástico.

La inclusión de los actuadores trae aparejado cambios en las matrices de masa y rigidez del sistema discretizado. El vector de cargas también sufre modificaciones, puesto que se incorpora el término de la llamada “fuerza bloqueada”, generada por la limitación en la deformación libre del actuador al someterlo a un campo eléctrico variable en el tiempo. El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias resultante es integrado mediante el método Predictor-Corrector de Hamming de cuarto orden. La herramienta computacional permite llevar a cabo simulaciones numéricas del comportamiento estático y dinámico de la estructura elástica del ala del UAV.

En este trabajo de tesis se presenta en detalle el desarrollo de los modelos utilizados en las herramientas computacionales antes mencionadas, los cuales constituyen una sólida base para implementar un modelo para investigar el comportamiento aeroservoelástico no-lineal e inestacionario estacionario de UAVs con alas que cambian de forma.

1.2. Revisión bibliográfica

La revisión de la bibliografía realizada en el presente trabajo de tesis está dividida en tres partes:

- i) vehículos aéreos no-tripulados con alas que mutan o *Morphing aircraft*,
- ii) modelos aerodinámicos, y
- iii) modelos estructurales con actuadores piezoeléctricos.

1.2.1. El concepto *Morphing Aircraft*

Un nuevo concepto de aeronave denominado *Morphing Aircraft* [7], [8], [9], promete una generación de aviones inteligentes no-tripulados que reconfigurarán sus alas durante el vuelo con el objeto de incrementar el rendimiento aerodinámico, reducir el consumo de energía, adaptarse a múltiple regímenes de vuelo, entre otros.

Aunque *Morphing* es un término novedoso en aeronáutica, este concepto tiene sus orígenes en el primer vuelo oficial llevado a cabo por los hermanos Wright (1903), quienes desarrollaron una aeronave de alas flexibles que poseía un sistema mecánico constituido por poleas y cables (Figura 1-2a), el cual permitía torsionar las puntas de las alas con el objetivo de alterar las cargas aerodinámicas para controlar el vuelo [10], [11], [12], [13]. Este concepto, actualmente denominado como *Morphing-Wings* (o alas reconfigurables), era conocido como *Warping-Wings*.

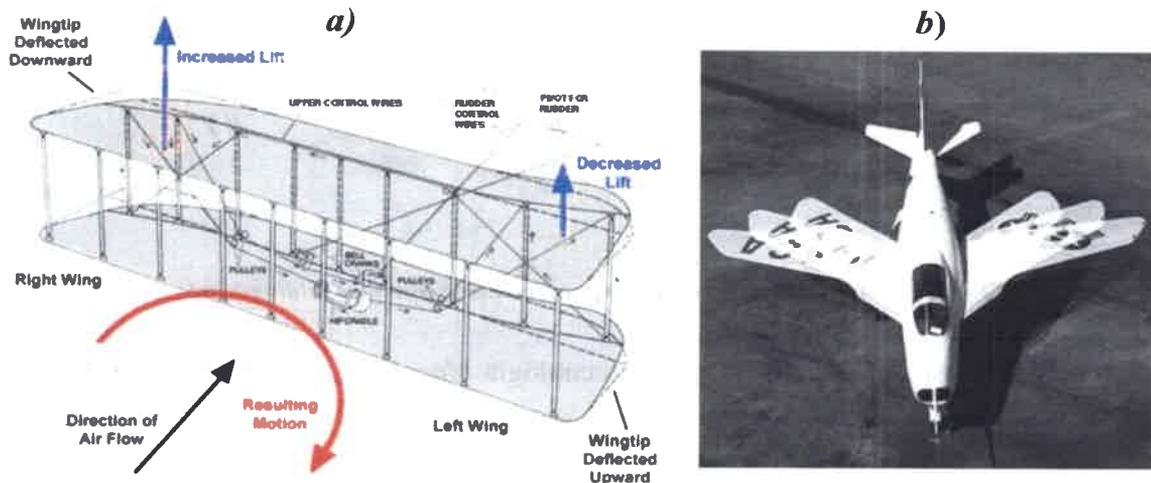


Figura 1-2: Ejemplos de alas reconfigurables
 a) Aeronave de los hermanos Wright. b) Avión Bell X-5 [14].

Una de las primeras aplicaciones de alas reconfigurables, o de geometría variable, fue el avión Bell X-5 (Figura 1-2b), desarrollado por la compañía *Bell Aircraft Corporation* en 1951, que permitía variar el ángulo de flecha del ala (*Swing-wing*) durante el vuelo [15]. Este avión fue inspirado en la aeronave P-1101 diseñada por la compañía alemana Messerschmitt, que solo podía cambiar la flecha en tierra. El Bell X-5 tenía algunos problemas de estabilidad para ciertas posiciones de las alas, lo que llevó a la destrucción de uno de los prototipos desarrollados, cobrándose la vida de un piloto de prueba. Tiempo después, a pesar de los problemas de estabilidad, la tecnología *Swing-wings* fue utilizada con éxito en modelos General Dynamics F-111 Aardvark y Grumman F-14 Tomcat, además de otras aeronaves.

Desde 1979 varios programas de investigación sobre el concepto *morphing* fueron llevados a cabo. Uno de ellos fue el programa *Mission Adaptive Wing* (MAW) dirigido por el Laboratorio de Investigación de la Fuerza Aérea (AFRL) de Estados Unidos cuyo objetivo fue estudiar alas que cambian su combadura durante el vuelo [12], [16]. Las pruebas de vuelo fueron llevadas a cabo por la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA). Desafortunadamente, incrementos en el peso, volumen y complejidad de los mecanismos contrapesó los beneficios aerodinámicos.

Otros dos programas de investigación relacionados con el concepto de *morphing* fueron: i) el *Active Flexible Wing* (AFW) llevado a cabo por la NASA y por la compañía Rockwell International [17], [18]; y ii) el programa *Active Aeroelastic Wing* (AAW) desarrollado por el AFRL y la NASA [12]. Aunque esos dos programas no tuvieron

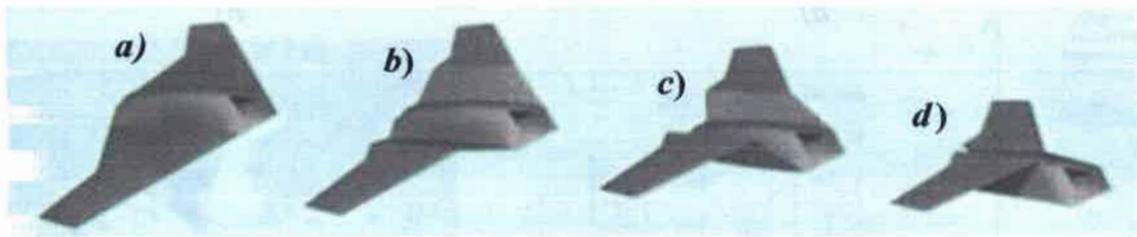


Figura 1-3: Concepto desarrollado por Lockheed Martin (*folding-wing*) [32].

como objetivo específico el estudio de la tecnología *Morphing*, mostraron que la flexibilidad del ala podría proveer importantes incrementos en la performance aerodinámica.

Entre 1995 y 2001 se llevó a cabo el programa *Smart Wing Programme* (SWP) sustentado por la Agencia de Investigación de Proyectos Avanzados de Defensa (DARPA) junto con la NASA y el AFRL [12], [19]. El objetivo de este programa fue desarrollar superficies de control utilizando materiales inteligentes que permitieran incrementar los beneficios aerodinámicos y aeroelásticos en aviones militares.

En enero de 2003, con la idea de explotar la tecnología *Morphing* y como una extensión del SWP, DARPA comenzó con un nuevo programa denominado *Morphing Aircraft Structure* (MAS) con el objetivo de diseñar y construir estructuras de alas capaces de cambiar su forma sustancialmente durante el vuelo [10], [20], [21].

Como resultado de las investigaciones realizadas en las primeras etapas del MAS, dos diseños conceptuales fueron considerados: *i*) el concepto de alas desplegadas (*folding-wing*), propuesto por la compañía Lockheed-Martin [22], [23], y *ii*) el concepto de cuerda y flecha variable (*bat-wing* o *sliding-wing*) propuesto por la compañía NextGen Aeronautics [24], [25]. Estos dos diseños conceptuales con diferentes enfoques fundamentales, fueron estudiados en detalle, enfocándose principalmente en estudios aerodinámicos y aeroelásticos [24], [26], [27], [28], [29], [30].

El concepto *folding-wing* está asociado a una aeronave cuyas alas están constituidas por plataformas que se pliegan y despliegan, lo que les permite modificar la envergadura y el área efectiva del ala, y consecuentemente, reducir o incrementar la relación sustentación/resistencia. Esto posibilita a la aeronave realizar misiones que incluyan vuelos de planeo (Figura 1-3a), misiones que requieran vuelos a altas velocidades (Figura 1-3d) y misiones donde son necesarias configuraciones intermedias como las mostradas en la Figura 1-3b y 1-3c.

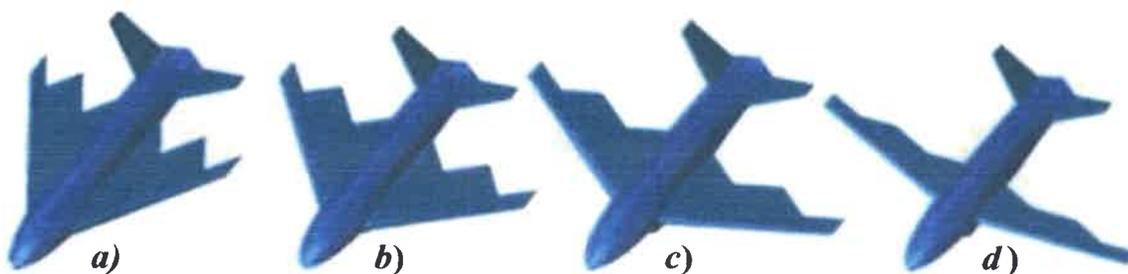


Figura 1-4: Concepto desarrollado por Next-Gen Aeronautics (*bat-wing o sliding wing*) [32].

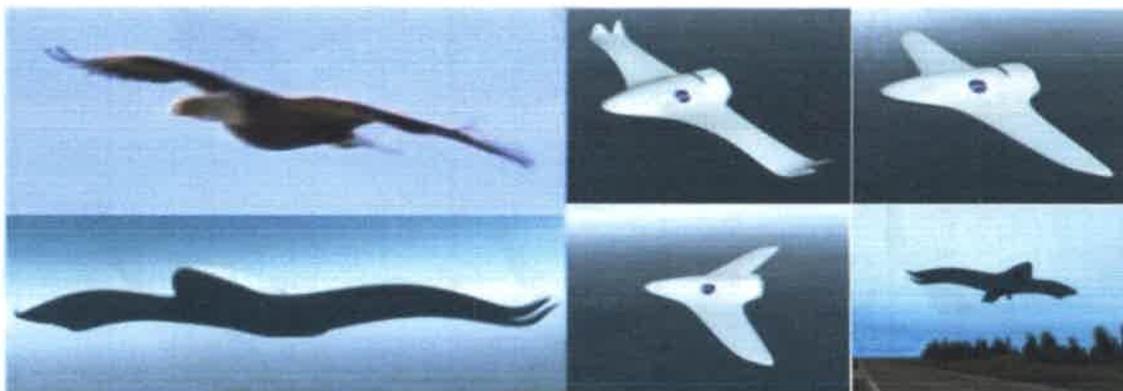


Figura 1-5: Concepto avanzado de “Morphing UAV” [35].

El concepto *sliding-wing* consiste en variar el ángulo de flecha y la cuerda del ala. Esto permite a la aeronave pasar de una configuración de vuelo rápido (Figura 1-4a) a una configuración de vuelo lento y gran autonomía (Figura 1-4d), con la posibilidad de adoptar configuraciones intermedias como en las Figuras 1-4b y 1-4c.

En 2008 en la Universidad de Bristol, Inglaterra, comenzó un proyecto denominado *Morphing Aircraft Project* cuyo objetivo principal fue desarrollar simulaciones completamente integradas de *Morphing Aircraft* que incluyen aerodinámica, estructuras inteligentes, dinámica estructural y control de vuelo [31], [32].

La idea de desarrollar estas aeronaves de avanzada nació inspirada en el vuelo natural [33], [34]. La NASA estima que los aviones del futuro podrán imitar el vuelo de las aves, logrando mayor eficiencia y seguridad [35], es por ello que ha desarrollado un concepto avanzado de aeronave no-tripulada que está inspirado en el vuelo de las águilas, Figura 1-5. En esta dirección, en la Universidad de Florida, Estados Unidos, se han desarrollado diferentes investigaciones sobre UAVs reconfigurables inspirados en el vuelo de las aves [3], [36], [37]. El objetivo principal de estas investigaciones se centró en tópicos relacionados con el control de sistemas *morphing*.



Figura 1-6: Configuraciones de un UAV con alas flexibles inspirado en las gaviotas [36].

Abdulrahim y Lind [36] presentaron el estudio de un prototipo de UAV con alas que mutan, inspirado en las alas de gaviotas (Figura 1-6). En este prototipo la estrategia de mutación del ala es similar a la estrategia propuesta por Lockheed Martin. La diferencia radica en la topología del vehículo y en las diferentes posiciones que pueden adoptar las alas. En la Figura 1-6 se ilustran diferentes configuraciones del prototipo estudiado en [36].

Con la misma filosofía, en otra universidad norteamericana, la Universidad de Brown, se desarrollan investigaciones sobre el comportamiento aerodinámico de Murciélagos con el fin de implementar los mecanismos de vuelo de estos mamíferos en aplicaciones *Morphing* [38], [39].

Además de esos programas y proyectos de investigación, numerosos e importantes estudios sobre el concepto de alas reconfigurables se vienen llevando a cabo alrededor del mundo. Las diferentes estrategias propuestas para modificar la forma geométrica de las alas incluyen, entre otras: variación de la envergadura [40], [41], [42] variación de su combadura [43], [44] y variaciones de la torsión [45], entre otras.

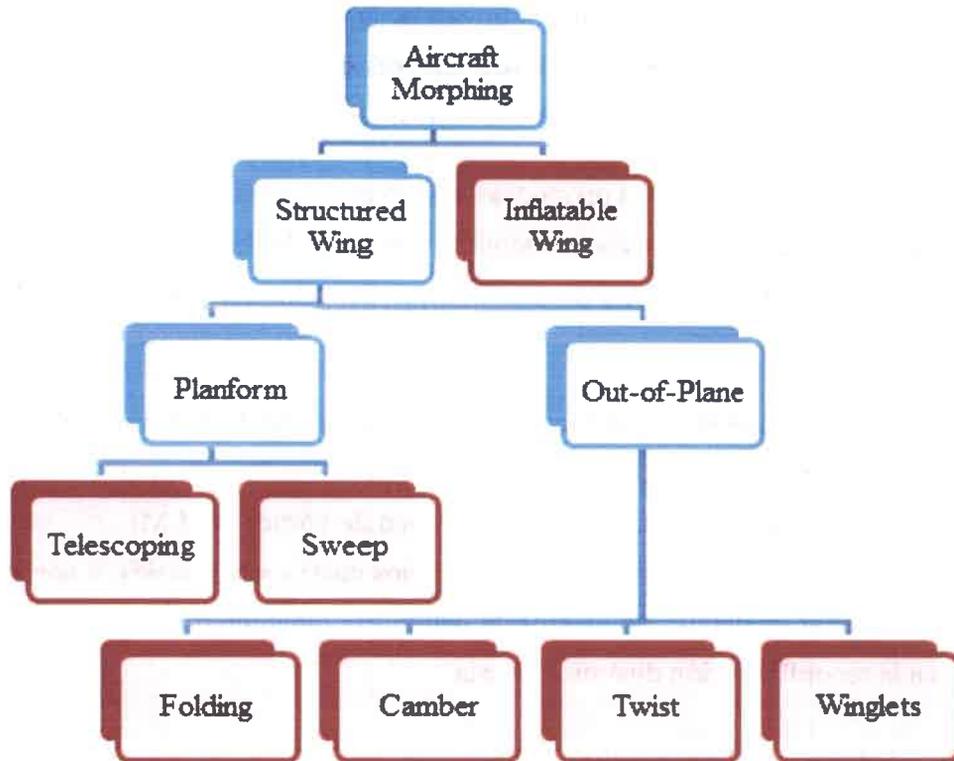


Figura 1-7: Clasificación de aviones reconfigurables [46].

En un trabajo de Gomez y Garcia [46], se propone una clasificación global de los *Morphing Aircraft* de acuerdo a la construcción del ala; *Structured Wings* si las alas tienen una estructura interna o *Inflatable Wings* si es un ala con un ‘sistema expandible’. Además se propone una sub-clasificación de acuerdo a las estrategias de mutación del ala:

- i. El cambio de forma se realiza sobre la planta alar (*Planform*)
 - Variación de la envergadura mediante sistemas telescópicos (*Telescoping*).
 - Variación de la flecha (*Sweep*).
- ii. El cambio de forma se realiza fuera del plano de la planta alar (*Out-of-plane*)
 - Variación del ángulo de diedro mediante sistemas plegables (*Folding*).
 - Variación de la combadura (*Camber*).
 - Variación de la torsión del ala (*twist*).
 - Variación de *Winglets*.

Esta clasificación que se resume en la Figura 1-7 esquematiza la información encontrada en la literatura.

Independientemente de la estrategia utilizada, la reconfiguración dinámica de las alas presenta un gran desafío para los investigadores que intentan predecir de manera confiable el comportamiento aerodinámico no-lineal e inestacionario.

Breuker *et al.* [47] utilizaron un modelo basado en la teoría de la línea sustentadora de Prandtl para predecir las cargas aerodinámicas con el fin de llevar a cabo simulaciones del comportamiento aeroelástico, pero ese enfoque tiene limitaciones para modelar la geometría del ala.

Wickenheiser y Garcia [48] presentaron un método extendido de la línea sustentadora para modelar alas con grandes curvaturas. Un método más eficiente que se utilizó para determinar cargas aerodinámicas, es el método de red de vórtices (VLM) [36], [49], pero al igual que los dos anteriores es utilizado para flujos cuasi-estacionarios, y por lo tanto no es posible captar en detalle los efectos de naturaleza inherentemente no-estacionaria asociados a la reconfiguración dinámica del ala.

Niksch *et al.* [50] presentaron el desarrollo de un modelo aerodinámico basado en el método de los paneles. Este modelo es válido para un rango lineal de ángulo de ataque.

1.2.2. Modelos aerodinámicos

Los diferentes modelos que se encuentran en la bibliografía para la determinación de cargas aerodinámicas que actúan sobre cuerpos sumergidos en un flujo de aire, pueden ser clasificadas en tres grupos: *i*) Modelos analíticos, *ii*) Modelos basados en las ecuaciones de Euler/Navier-Stokes, y *iii*) Modelos basados en singularidades.

Entre los modelos analíticos se puede citar los modelos basados en: *i*) coeficientes de influencia [51], [52], [53], *ii*) funciones de Wagner, Theodorsen y Küssner [52], [53] y *iii*) teorías de faja (*Strip theory*) [6], [52]. Todos estos métodos se caracterizan por su simplicidad en lo que respecta a su implementación computacional, pero tienen muchas limitaciones ya que solo pueden ser utilizados en problemas lineales, estacionarios o cuasi-estacionario, y para cuerpos de geometría simple.

Los modelos basados en las ecuaciones de Euler/Navier-Stokes están orientados al desarrollo de algoritmos numéricos que permitan resolver las ecuaciones diferenciales no-lineales que gobiernan la dinámica de fluido [54], [55]. Sin embargo, la utilización

de estos métodos implica discretizar todo el dominio espacial donde se define el problema, lo que genera modelos numéricos con un enorme número de grados de libertad [56], [57] y por lo tanto, para su implementación se necesitan grandes recursos computacionales.

Los modelos basados en la distribución de singularidades se fundamentan en la idea de reemplazar las superficies de los cuerpos inmersos en el fluido por una distribución de singularidades, y calcular la intensidad de dicha distribución mediante la solución de una ecuación integral [58]. La gran ventaja de estos métodos es su generalidad y su relativa simplicidad para ser implementados computacionalmente.

El modelo aerodinámico empleado en esta tesis se basa en el método de red de vórtices no lineal e inestacionario (NUVLM) centrado en la idea de representar a la capa límite y a la estela mediante una sábana vorticosa adherida y una sábana vorticosa libre, respectivamente. Belotserkovskii [59] aproximó las sábanas de vorticidad como una red discreta de filamentos vorticosos, desarrollando un método numérico para el cálculo de flujos inestacionarios para alas delgadas moviéndose en medios ideales incompresibles. Este método no determinaba la geometría de la estela y estaba limitado a pequeños ángulos de ataque.

Ermolenko [60] fue el primero en modelar los vórtices provenientes de las puntas de alas, pero no tuvo en cuenta la estela desprendida del borde de fuga. Belotserkovskii y Nisht [61] desarrollaron un modelo no lineal para flujos inestacionarios que incluía la estela vorticosa desprendida desde las puntas de alas y desde el borde de fuga, pero no consideraba la separación que se produce en el borde de ataque cuando el ángulo de ataque es grande. Mook y Maddox [62] modificaron el modelo de Belotserkovskii para incluir efectos de separación de flujo en el borde de ataque.

En un trabajo de Konstadinopoulos et al. [63] se presenta un método general para flujos tridimensionales, no viscosos, incompresibles e inestacionarios. El método presentado puede aplicarse a cualquier configuración de ala realizando maniobras arbitrarias.

Más tarde, Preidikman [64] y Preidikman y Mook [65] utilizaron el NLUVM para realizar una descripción unificada de la dinámica estructural, de la aerodinámica y de la teoría de control con el fin de desarrollar simulaciones aeroservoelásticas. Una revisión detallada de los modelos aerodinámicos puede encontrarse en [64].

1.2.3. Modelos estructurales con actuadores piezoeléctricos

El concepto *Morphing* ha adquirido gran importancia debido al desarrollo de nuevos materiales adaptivos y a los avances tecnológicos en el área de estructuras inteligentes (*Smart Structure*) [66], [67], [68], [69].

Con el fin de causar una reconfiguración controlada sobre el ala de un UAV se propone modelar un sistema de control compuesto de sensores y actuadores inmersos de manera conveniente en la estructura elástica del ala. Los sensores y actuadores serán los encargados de controlar la deformación adecuada para obtener una reconfiguración que optimice el rendimiento aerodinámico y el consumo de energía, entre otros.

Aunque una gran cantidad de materiales adaptivos [70] están disponibles para ser integrados como actuadores/sensores [71] en una estructura, el modelo estructural adoptado en esta tesis incluye actuadores del tipo piezoeléctrico [72], [73], [74]. Se han seleccionado a estos materiales inteligentes por ser: eficientes en el control de superficies flexibles, de bajo consumo de energía, de bajo peso [75], fáciles de construir y de embeber en estructuras convencionales [76].

La flexión del ala puede lograrse por medio de un modelo bidimensional con actuadores unimorfos [77] (conformado por una capa de piezoeléctrico y otra de material elástico), o bien mediante actuadores multimorfos [78], [79], [80] (conformado por varias capas de material piezoeléctrico y material elástico).

El modelo de viga con actuadores de deformación inducida representa un elemento básico e importante en estructuras inteligentes [81]. El trabajo de Crawley *et al.* [82] fue uno de los más importantes en el modelado de estructuras con actuadores piezoeléctricos embebidos, allí se presentaron técnicas analíticas y resultados experimentales para el uso de actuadores piezoeléctricos como elementos de estructuras inteligentes. Se desarrolló un modelo dinámico (en base a la teoría de Euler-Bernoulli [83]) capaz de predecir la respuesta de una estructura sometida a la acción de actuadores piezoeléctricos.

Benjeddou *et al.* [84] presentaron el desarrollo de un modelo de elementos finitos que considera actuadores para la extensión y la deformación por corte. Ganapathi *et al.* [85] y [86] presentaron una nueva formulación de elementos finitos para vigas sándwich que incluye el efecto de corte transversal, el alabeo debido a la torsión, y los efectos de flexión, con el fin llevar a cabo análisis estáticos. Kusculuoglu *et al.* [87] presentaron un

modelo de elementos finitos en el que el actuador piezoeléctrico y la viga se modelan utilizando la teoría de viga de Timoshenko. Existen en la literatura otros trabajos con enfoques interesantes en el modelado de elementos finitos, tales como [88], [89] y [90].

En un trabajo desarrollado por Chopra [81] se presentó una revisión de modelos de vigas con actuadores de deformación inducida. Los lineamientos de uno de estos modelos, que se siguen en el capítulo 4 de este trabajo de tesis, fue adoptado por Preidikman et al. [91] para desarrollar un modelo de viga bidimensional que incluye actuadores piezoeléctricos, con el fin último de desarrollar herramientas numéricas para investigar el comportamiento aeroelástico de micro vehículos aéreos.

Una extensa y detallada revisión bibliográfica sobre modelos de vigas con actuadores piezoeléctricos puede encontrarse en [67], y [92].

1.3. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es estudiar el comportamiento aerodinámico no lineal e inestacionario y el comportamiento estructural de vehículos aéreos no-tripulados con alas que cambian dinámicamente de forma.

Los objetivos específicos más importantes de este trabajo fueron:

- i.* Desarrollar un modelo aerodinámico que permita predecir el campo de movimiento del fluido alrededor de la estructura del ala que muta dinámicamente y las cargas aerodinámicas actuantes sobre esta estructura.
- ii.* Implementar computacionalmente el modelo aerodinámico citado en el punto *i*, con el fin de obtener resultados preliminares para comprender el comportamiento aerodinámico de UAVs reconfigurables.
- iii.* Desarrollar un modelo estructural para alas flexibles de UAVs reconfigurables inspirados en el vuelo natural que incorpore la adhesión de actuadores piezoeléctricos que se encarguen de deformar la estructura del ala.
- iv.* Implementar computacionalmente el modelo estructural citado en el punto *iii*, de modo que permita obtener los parámetros cinemáticos de cualquier punto de la estructura del ala.

1.4. Aspectos originales de este trabajo

El primer aspecto original de este trabajo es haber desarrollado una herramienta numérica que permite calcular los coeficientes aerodinámicos en función de los parámetros geométricos que definen las diferentes configuraciones que pueden adoptar las alas del UAV. Además permite obtener la evolución temporal de estos coeficientes cuando el ala se reconfigura de una posición a otra.

El segundo aspecto original es haber desarrollado un modelo de estructura tridimensional que es utilizado para idealizar la estructura del ala del UAV reconfigurable. Este modelo incorpora la adhesión de actuadores piezoeléctricos encargados de inducir deformaciones localizadas sobre la estructura con el fin de modificar el estado de la misma.

Los modelos antes mencionados servirán para llevar adelante futuros esfuerzos con el objetivo de lograr un entendimiento cabal del comportamiento aeroservoelástico inestacionario y no-lineal de UAVs con alas altamente flexibles que cambian dinámicamente de forma durante el vuelo.

1.5. Organización de la tesis

En el Capítulo 2 se describen los modelos cinemáticos que se implementaron para estudiar las diferentes estrategias de mutación de las alas reconfigurables.

En el Capítulo 3 se describe el modelo aerodinámico que se utiliza para predecir las cargas aerodinámicas sobre las alas reconfigurables. En la primera parte se presenta la formulación matemática del problema, luego se detalla la técnica numérica implementada (NUVLM), y por último se describe brevemente el procedimiento para obtener las cargas aerodinámicas. En ese mismo capítulo se explica cómo se acopla el modelo cinemático al modelo aerodinámico antes mencionado.

En el Capítulo 4 se desarrolla el modelo estructural de alas flexibles para UAVs con alas que cambian dinámicamente de forma. En el inicio de este capítulo se presentan los conceptos básicos de materiales piezoeléctricos. Luego, se brinda una descripción general sobre: *i*) el efecto piezoeléctrico, *ii*) las ecuaciones constitutivas lineales para medios piezoeléctricos, *iii*) la influencia que ellos ejercen sobre una viga de material



elástico. A continuación se presenta la formulación de las ecuaciones de movimiento que son discretizadas espacialmente mediante el método de los elementos finitos. Al final se describe brevemente el método numérico utilizado para integrar en el dominio del tiempo el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias producto de la discretización antes mencionada.

En el Capítulo 5 se muestran resultados preliminares obtenidos con las simulaciones numéricas, las cuales se llevaron a cabo con la implementación computacional de los modelos antes mencionados. Se presentan numerosos casos de estudio que ayudan a comprender el comportamiento aerodinámico y estructural asociado a UAVs reconfigurables. Un primer grupo de resultados referido a aspectos aerodinámicos brinda abundante información sobre el comportamiento aerodinámico asociado a las tres diferentes estrategias de mutación de alas reconfigurables propuestas en esta tesis. Un segundo grupo de resultados está referido a aspectos estructurales y muestra la aplicación de actuadores piezoeléctricos distribuidos sobre estructuras elásticas.

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis y se mencionan los trabajos futuros que esperan realizarse en una próxima etapa con el fin de ampliar la investigación aquí realizada.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

II. MODELO CINEMÁTICO

2.1. Introducción

Para llevar a cabo las simulaciones numéricas del comportamiento aerodinámico de alas reconfigurables es necesario desarrollar un modelo cinemático que pueda describir la posición y velocidad de todos los puntos del ala.

En este trabajo de tesis se desarrollan tres modelos cinemáticos que permiten estudiar diferentes estrategias de reconfiguración de las alas:

Modelo 1: ala rectangular donde el ángulo de diedro y la flecha son variables.

Modelo 2: ala plegable del tipo *folding-wing* propuesta por Lockheed Martin.

Modelo 3: ala rectangular donde los ángulos de torsión y de diedro son variables.

En todo el trabajo se considera únicamente la geometría del ala del UAV, mientras que el resto del vehículo (fuselaje, empenajes, etc.) no es modelado.

2.2. Sistemas de referencia

Antes de comenzar con el desarrollo de los modelos, se definen 4 sistemas de referencia:

1. Sistema de referencia inercial o newtoniano N , que tiene asociada una terna de vectores unitarios $(\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3)$ que conforma una base vectorial dextrógiara. A esta base se le asocia un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal, cuyos ejes son denotados como (x, y, z) .
2. Sistema de referencia A que tiene asociado una terna de versores $\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2$ y $\hat{\mathbf{a}}_3$
3. Sistema de referencia B que tiene asociado una terna de versores $\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2$ y $\hat{\mathbf{b}}_3$
4. Sistema de referencia C que tiene asociado una terna de versores $\hat{\mathbf{c}}_1, \hat{\mathbf{c}}_2$ y $\hat{\mathbf{c}}_3$

Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{n}}_i, \hat{\mathbf{a}}_i, \hat{\mathbf{b}}_i,$ y $\hat{\mathbf{c}}_i$ ($i = 1, 2, 3$) satisfacen las siguientes

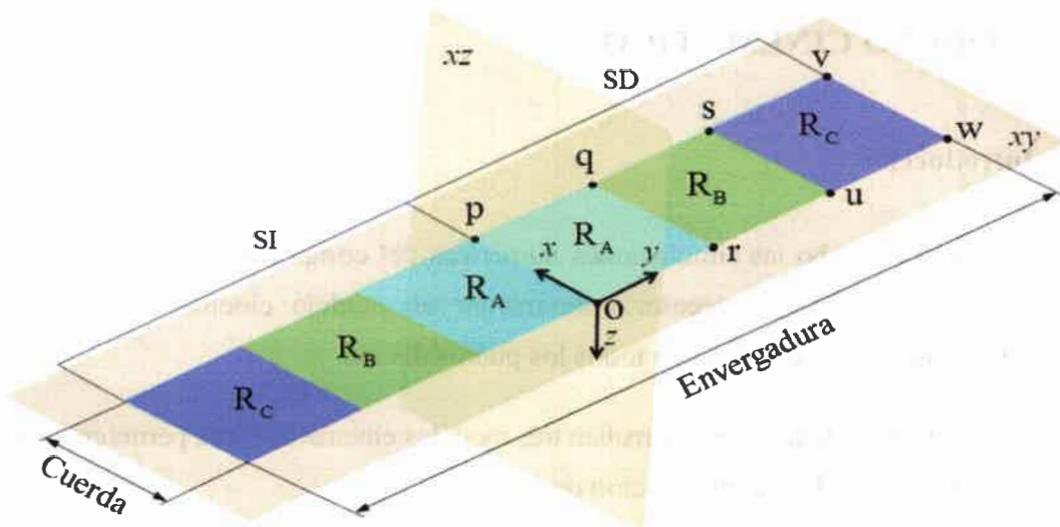


Figura 2-1: Modelo 1 – Geometría del ala y ubicación de las regiones.

relaciones,

$$\begin{aligned}
 [\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3] &= \hat{n}_1 \cdot (\hat{n}_2 \times \hat{n}_3) = +1 \\
 [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3] &= \hat{a}_1 \cdot (\hat{a}_2 \times \hat{a}_3) = +1 \\
 [\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3] &= \hat{b}_1 \cdot (\hat{b}_2 \times \hat{b}_3) = +1 \\
 [\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3] &= \hat{c}_1 \cdot (\hat{c}_2 \times \hat{c}_3) = +1
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Las condiciones impuestas por las ecuaciones (2.1) indican que el conjunto de vectores asociados a los marcos de referencia N , A , B , y C conforman bases ortonormales y dextrógiras (satisfacen la regla de la mano derecha, [93]). La disposición de los sistemas de referencias sobre las alas depende del modelo considerado y se describe más adelante.

2.3. Modelo 1: Cinemática de ala rectangular con ángulo de diedro y flecha variables

2.3.1. Geometría del ala y descripción de los ángulos asociados a la mutación

Como caso de estudio, en el modelo 1 se considera un ala rectangular de perfil simétrico que es modelada mediante una placa plana (Figura 2-1). Se considera el sistema de referencia cuyas coordenadas cartesianas (x, y, z) permiten describir la geometría del ala que es simétrica respecto al plano xz . Este plano divide al ala en dos zonas, la semiala derecha (SD) y la semiala izquierda (SI). Cada semiala está constituida por tres regiones denotadas R_A , R_B , y R_C contenidas en el plano xy como se indica en la Figura 2-1.

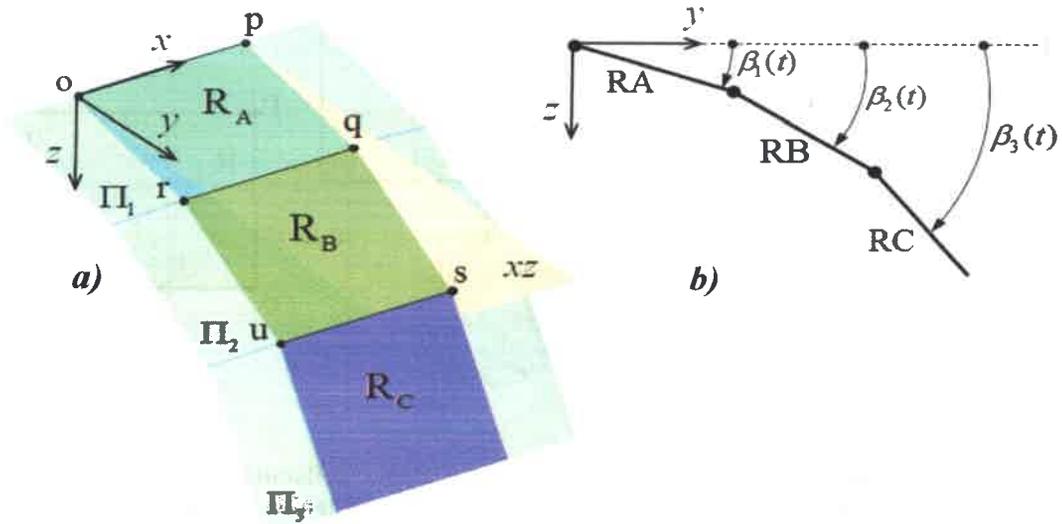


Figura 2-2: Modelo 1 – Cambio en la geometría del ala por rotación de las regiones.
a) Esquema de rotación de las regiones. b) Ángulos de diedros.

La herramienta numérica que se desarrolló genera automáticamente la geometría del ala a partir de las coordenadas (x, y) de los puntos o, p, q, r, s, u, v y w , que definen las regiones R_A, R_B y R_C , y además determinan las dimensiones de la envergadura y la cuerda del ala. Es importante notar que al describir la geometría mediante los puntos antes mencionados es posible generar geometrías más complejas que la de un ala rectangular, sin embargo como el objetivo se centra en el comportamiento aerodinámico de alas deformables, los estudios iniciales sólo tratan el caso de una geometría muy simple, una placa rectangular.

Debido a la simetría geométrica respecto del plano xz la atención se concentra únicamente sobre la semiala derecha. Cabe destacar que al desarrollar el modelo cinemático sobre la SD la mutación del ala también es simétrica respecto al plano xz antes citado.

El cambio en la geometría del ala se obtiene mediante rotaciones, en función del tiempo, de las regiones R_A (contenida en el plano Π_1), R_B (contenida en el plano Π_2) y R_C (contenida en el plano Π_3) alrededor de los segmentos op, rq y us , respectivamente (Figura 2-2a). Los ángulos asociados a estas tres rotaciones, $\beta_1(t), \beta_2(t)$ y $\beta_3(t)$, medidos entre cada una de las regiones y el plano xy , se denominan ángulos de diedros (Figura 2-2b).

Además, estas regiones admiten deformación por cizallamiento en el plano en el cual se encuentran contenidas. Los ángulos de cizallamiento asociados a la deformación de cada región, $\psi_1(t), \psi_2(t)$ y $\psi_3(t)$, se denominan ángulos de flecha (Figura 2-3a).

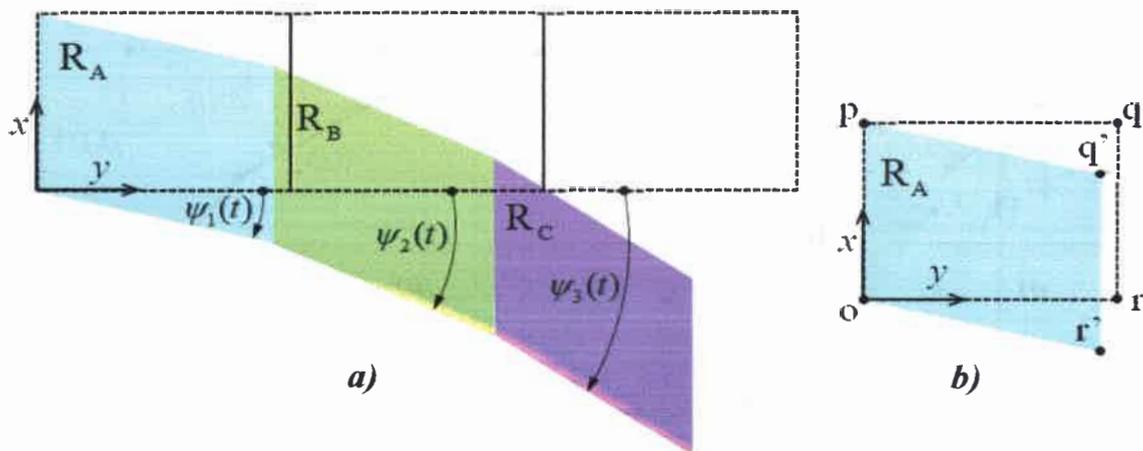


Figura 2-3: Modelo 1 – Cambio en la geometría del ala por cizallamiento de las regiones.
 a) Ángulos de flecha. b) Cizallamiento de la región R_A contenida en el plano Π_1 .

A modo de ejemplo en la Figura 2-3b se muestra una deformación típica de la región R_A . Cabe destacar que después de la deformación por cizallamiento, los segmentos que encierran las regiones permanecen sin variación de su longitud, esto es: $pq = pq'$, $or = or'$, $qr = q'r'$, y además, este último segmento se mantiene paralelo al segmento qr . Los puntos q' y r' devienen de la evolución en el tiempo de los puntos q y r .

2.3.2. Disposición de los sistemas de referencia

En este modelo, los sistemas de referencia se disponen como se muestra en la Figura 2-4, y se detallan a continuación:

1. El sistema de referencia inercial o newtoniano N se dispone sobre la raíz del ala cuyo origen es 'o'.
2. El origen del sistema de referencia A es coincidente con el origen de N ; \hat{a}_1 se mantiene colineal con el segmento 'op', y además \hat{a}_1 y \hat{a}_2 se encuentran en el plano Π_1 .
3. El sistema de referencia B tiene su origen en el punto 'r'; \hat{b}_1 se mantiene colineal con el segmento 'qr', y además \hat{b}_1 y \hat{b}_2 se encuentran en el plano Π_2 .
4. El sistema de referencia C tiene su origen en el punto 'u'; \hat{c}_1 se mantiene colineal con el segmento 'us', y además \hat{c}_1 y \hat{c}_2 se encuentran en el plano Π_3 .

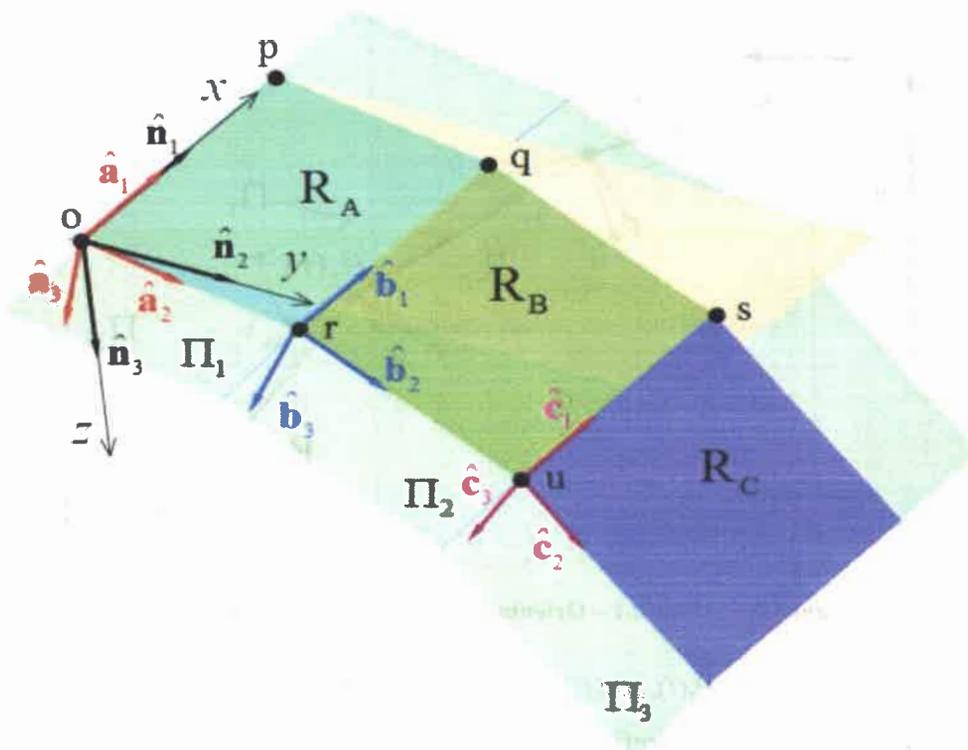


Figura 2-4: Modelo 1 – Disposición de los sistemas de referencia.

2.3.3. Transformación de coordenadas

Antes de comenzar con el desarrollo del modelo cinemático es necesario establecer la relación entre los sistemas de referencias introducidos en la sección anterior. Para llevar a cabo la transformación de coordenadas desde los sistemas A , B y C al sistema N se definen dos sistemas de referencias intermedios: $U = (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3)$ y $V = (\hat{v}_1, \hat{v}_2, \hat{v}_3)$. Los vectores unitarios que forman la base de U y V también satisfacen con las condiciones indicadas por las ecuaciones (2.1).

La Figura 2-5 ilustra sobre el proceso de orientación que permite establecer la relación entre los sistemas de referencias previamente introducidos. La orientación del sistema A respecto de N se define mediante una rotación aplicada sobre A de magnitud $\theta_1(t)$ alrededor de \hat{a}_1 . La orientación del sistema B respecto del sistema U se obtiene mediante una rotación aplicada sobre B de magnitud $\theta_2(t)$ alrededor de \hat{b}_1 , y la orientación del sistema C respecto del sistema V se consigue mediante una rotación aplicada sobre C de magnitud $\theta_3(t)$ alrededor de \hat{c}_1 .

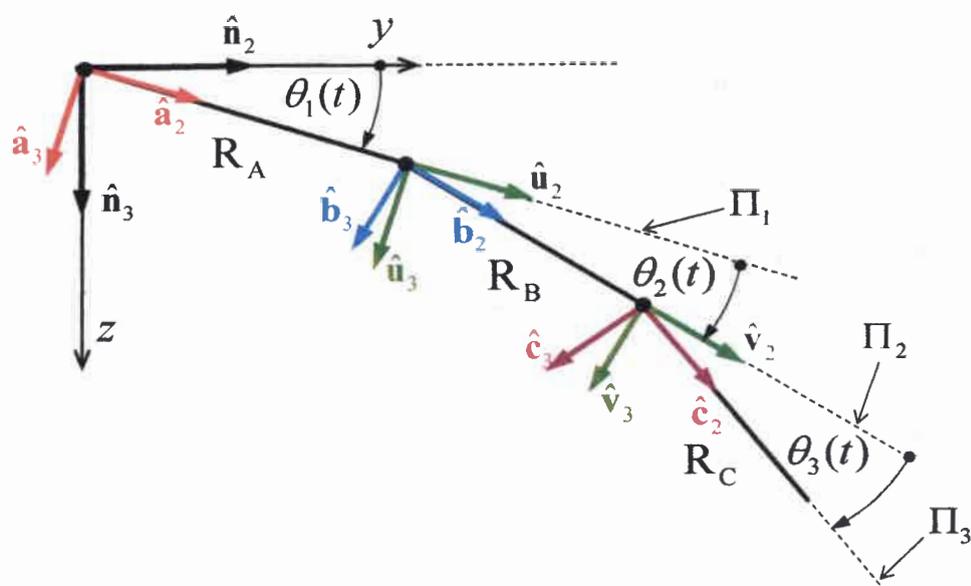


Figura 2-5: Modelo 1 – Orientación de los sistemas utilizados.

Si bien los ángulos $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ y $\theta_3(t)$ están relacionados con los ángulos de diedros $\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$ y $\beta_3(t)$; se prefiere utilizar a los primeros porque eso simplifica la formulación del modelo. Observando las Figuras 2-2b y 2-5 se deduce que,

$$\begin{aligned}
 \beta_1(t) &= \theta_1(t) \\
 \beta_2(t) &= \theta_1(t) + \theta_2(t) \\
 \beta_3(t) &= \theta_1(t) + \theta_2(t) + \theta_3(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

El procedimiento de orientación de los sistemas de referencia se expresa matemáticamente a través de las matrices de rotación dadas por las ecuaciones (2.3), (2.4) y (2.5).

$$[\mathbf{T}_{NA}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1(t) & -\sin \theta_1(t) \\ 0 & \sin \theta_1(t) & \cos \theta_1(t) \end{bmatrix}
 \tag{2.3}$$

$$[\mathbf{T}_{UB}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2(t) & -\sin \theta_2(t) \\ 0 & \sin \theta_2(t) & \cos \theta_2(t) \end{bmatrix}
 \tag{2.4}$$

$$[\mathbf{T}_{VC}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_3(t) & -\sin \theta_3(t) \\ 0 & \sin \theta_3(t) & \cos \theta_3(t) \end{bmatrix}
 \tag{2.5}$$

donde $[T_{NA}]$, $[T_{UB}]$ y $[T_{VC}]$ son, respectivamente, las matrices de rotación que orientan el sistema A con respecto al N , el sistema B con respecto al U , y el sistema C con respecto al V .

El sistema U tiene una traslación con respecto del A , pero la orientación es la misma, y por lo tanto la matriz de rotación que orienta el sistema B con respecto a A , $[T_{AB}]$, es igual a $[T_{UB}]$, esto es

$$[T_{AB}] = [T_{UB}] \quad (2.6)$$

El sistema V tiene una traslación con respecto del B , pero la orientación es la misma, y por lo tanto la matriz de rotación que orienta el sistema C con respecto a B , $[T_{BC}]$, es igual a $[T_{VC}]$, esto es

$$[T_{BC}] = [T_{VC}] \quad (2.7)$$

Hasta el momento sólo se cuenta con matrices de rotación que permiten efectuar una transformación de coordenadas del sistema A al N , $[T_{NA}]$, del sistema B al A , $[T_{AB}]$, y del sistema C al B , $[T_{BC}]$. A continuación se deducen las matrices de rotación que generan la transformación de coordenadas del sistema B al N y del sistema C al N .

Dadas las componentes de un vector L_0 en el sistema A , se pueden expresar en N mediante la ecuación (2.8)

$$\{L_0\}_N = [T_{NA}]\{L_0\}_A \quad (2.8)$$

De igual manera, si las componentes del vector L_0 están dadas en el sistema B o C , se pueden expresar en A o en B , mediante las ecuaciones (2.9) y (2.10).

$$\{L_0\}_A = [T_{AB}]\{L_0\}_B \quad (2.9)$$

$$\{L_0\}_B = [T_{BC}]\{L_0\}_C \quad (2.10)$$

Reemplazando (2.9) en (2.8)

$$\{L_0\}_N = [T_{NA}][T_{AB}]\{L_0\}_B \quad (2.11)$$

se encuentra que la matriz de rotación que genera la transformación de coordenadas del sistema B al N , $[T_{NB}]$, es igual a

$$[T_{NB}] = [T_{NA}][T_{AB}] \quad (2.12)$$

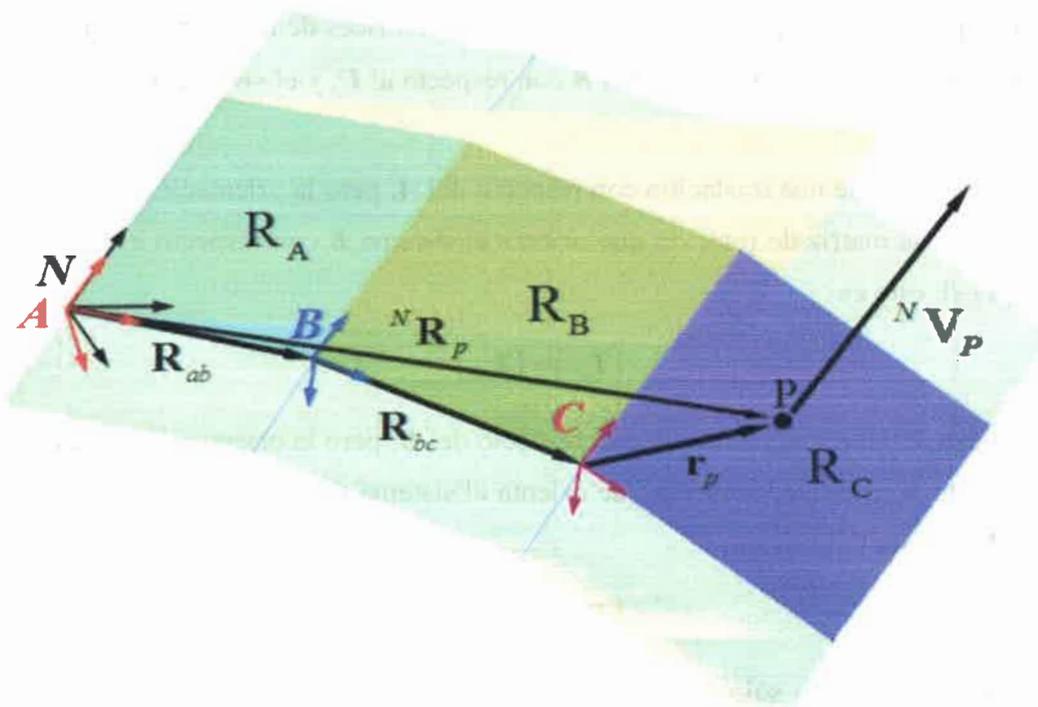


Figura 2-6: Modelo 1 – Vector posición de un punto P ubicado en la región R_C .

Reemplazando (2.10) en (2.11) se tiene

$$\{\mathbf{L}_0\}_N = [\mathbf{T}_{NA}][\mathbf{T}_{AB}][\mathbf{T}_{BC}]\{\mathbf{L}_0\}_C \quad (2.13)$$

Entonces, la matriz de rotación que genera la transformación de coordenadas del sistema C al N , $[\mathbf{T}_{NC}]$, se computa haciendo

$$[\mathbf{T}_{NC}] = [\mathbf{T}_{NA}][\mathbf{T}_{AB}][\mathbf{T}_{BC}] \quad (2.14)$$

2.3.4. Posición y velocidad de un punto del ala

El vector posición respecto del sistema inercial N de un punto genérico P ubicado sobre la región R_C (Figura 2-6), ${}^N\mathbf{R}_P$, está dado por

$${}^N\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{ab} + \mathbf{R}_{bc} + \mathbf{r}_P \quad (2.15)$$

donde \mathbf{R}_{ab} es el vector posición del origen del sistema de referencia B respecto del A , \mathbf{R}_{bc} es el vector posición del origen del sistema de referencia C respecto del B , y \mathbf{r}_P es el vector posición del punto P respecto del sistema C .

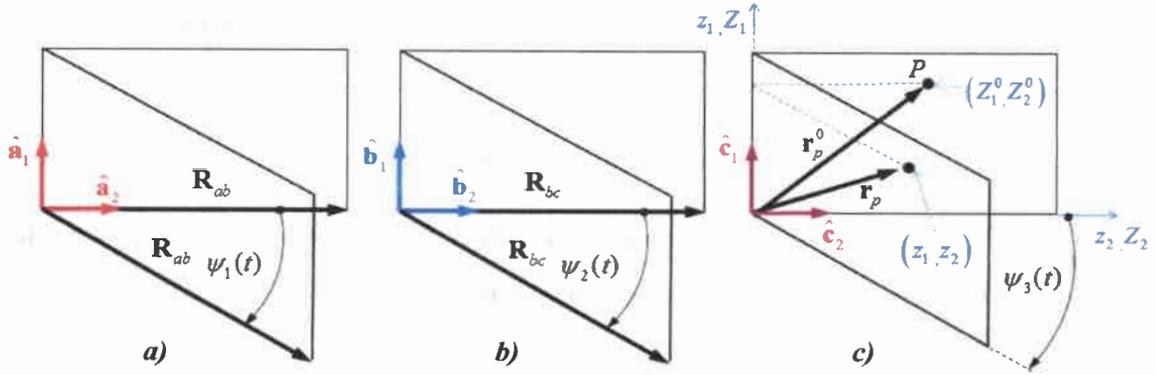


Figura 2-7: Modelo 1 – Evolución temporal de los vectores posición: a) \mathbf{R}_{ab} , b) \mathbf{R}_{bc} y c) \mathbf{r}_P

Expresando las componentes de ${}^N \mathbf{R}_P$ en el sistema N se tiene:

$$\{ {}^N \mathbf{R}_P \}_N = [\mathbf{T}_{NA}] \{ \mathbf{R}_{ab} \}_A + [\mathbf{T}_{NB}] \{ \mathbf{R}_{bc} \}_B + [\mathbf{T}_{NC}] \{ \mathbf{r}_P \}_C \quad (2.16)$$

donde $\{ \mathbf{R}_{ab} \}_A$, $\{ \mathbf{R}_{bc} \}_B$ y $\{ \mathbf{r}_P \}_C$ son las componentes de los vectores \mathbf{R}_{ab} , \mathbf{R}_{bc} y \mathbf{r}_P expresadas en los sistemas A , B y C respectivamente.

La expresión para la evolución de los vectores \mathbf{R}_{ab} y \mathbf{R}_{bc} se puede deducir fácilmente observando las Figura 2-7a y 2-7b.

$$\mathbf{R}_{ab} = -R_{ab} \sin(\psi_1(t)) \hat{\mathbf{a}}_1 + R_{ab} \cos(\psi_1(t)) \hat{\mathbf{a}}_2 \quad (2.17)$$

$$\mathbf{R}_{bc} = -R_{bc} \sin(\psi_2(t)) \hat{\mathbf{b}}_1 + R_{bc} \cos(\psi_2(t)) \hat{\mathbf{b}}_2 \quad (2.18)$$

donde R_{ab} es la magnitud del vector \mathbf{R}_{ab} ; R_{bc} es la magnitud del vector \mathbf{R}_{bc} ; y, $\psi_1(t)$ y $\psi_2(t)$ son los ángulos de flecha asociados a las regiones R_A y R_B , respectivamente.

La evolución temporal del vector \mathbf{r}_P se obtiene a través de una descripción matemática comúnmente utilizada en las disciplinas relacionadas con medios continuos, conocida como descripción de Lagrange o descripción material, la cual consiste en seguir un punto material perteneciente a un medio continuo y describir la evolución temporal de las propiedades asociadas a ese punto.

Para obtener la posición del punto material P respecto del sistema C , se definen las coordenadas cartesianas z_1 , z_2 y z_3 , denominadas coordenadas espaciales, y las coordenadas Z_1 , Z_2 y Z_3 , denominadas coordenadas materiales.

El vector posición, \mathbf{r}_p^0 , del punto P en la configuración de referencia (Figura 2-7c), está dado por

$$\mathbf{r}_p^0 = Z_1^0 \hat{\mathbf{c}}_1 + Z_2^0 \hat{\mathbf{c}}_2 \quad (2.19)$$

donde el superíndice 0 indica 'configuración de referencia'. Notar que P está contenido en el plano Π_3 (formado por $\hat{\mathbf{c}}_1$ y $\hat{\mathbf{c}}_2$), en consecuencia la coordenada Z_3^0 es cero.

Una vez que la región R_C ha sido deformada, el vector posición \mathbf{r}_p se puede expresar como,

$$\mathbf{r}_p = z_1 \hat{\mathbf{c}}_1 + z_2 \hat{\mathbf{c}}_2 \quad (2.20)$$

La evolución temporal de las coordenadas espaciales z_1 , z_2 y z_3 puede ponerse en función de las coordenadas materiales del punto P ,

$$\begin{aligned} z_1 &= z_1(Z_1^0, Z_2^0, Z_3^0; t) \\ z_2 &= z_2(Z_1^0, Z_2^0, Z_3^0; t) \\ z_3 &= z_3(Z_1^0, Z_2^0, Z_3^0; t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Observando la Figura 2-7 se puede deducir la forma explícita de la ecuación (2.21)

$$\begin{aligned} z_1 &= Z_1^0 - Z_2^0 \sin(\psi_3(t)) \\ z_2 &= Z_2^0 \cos(\psi_3(t)) \\ z_3 &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Finalmente, el vector posición del punto P , \mathbf{r}_p , en el estado deformado se obtiene reemplazando (2.22) en (2.20).

$$\mathbf{r}_p = \{ Z_1^0 - Z_2^0 \sin(\psi_3(t)) \} \hat{\mathbf{c}}_1 + \{ Z_2^0 \cos(\psi_3(t)) \} \hat{\mathbf{c}}_2 \quad (2.23)$$

Por otro lado, el vector velocidad de P referido a N , ${}^N\mathbf{V}_p$, se obtiene derivando el vector posición, ${}^N\mathbf{R}_p$, respecto del tiempo. Esto es

$${}^N\mathbf{V}_p = \frac{{}^N d}{dt} ({}^N\mathbf{R}_p) \quad (2.24)$$

luego, utilizando la ecuación (2.15) se obtiene

$${}^N\mathbf{V}_p = \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{ab} + \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{bc} + \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r}_p \quad (2.25)$$

Las derivadas temporales del miembro derecho de (2.25) se obtienen a través el teorema del transporte [94], es decir

$$\begin{aligned}\frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{ab} &= \frac{{}^A d}{dt} \mathbf{R}_{ab} + {}^N \boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{R}_{ab} \\ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{bc} &= \frac{{}^B d}{dt} \mathbf{R}_{bc} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{R}_{bc} \\ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r}_p &= \frac{{}^C d}{dt} \mathbf{r}_p + {}^N \boldsymbol{\omega}^C \times \mathbf{r}_p\end{aligned}\quad (2.26)$$

donde, las velocidades angulares de los sistemas A , B , y C respecto del N (${}^N \boldsymbol{\omega}^A$, ${}^N \boldsymbol{\omega}^B$, ${}^N \boldsymbol{\omega}^C$) son calculadas mediante el teorema de adición [95].

$${}^N \boldsymbol{\omega}^B = {}^N \boldsymbol{\omega}^A + {}^A \boldsymbol{\omega}^B \quad {}^N \boldsymbol{\omega}^C = {}^N \boldsymbol{\omega}^A + {}^A \boldsymbol{\omega}^B + {}^B \boldsymbol{\omega}^C \quad (2.27)$$

Recordando que las rotaciones ocurren alrededor de $\hat{\mathbf{a}}_1$, $\hat{\mathbf{b}}_1$ y $\hat{\mathbf{c}}_1$ se tiene

$${}^N \boldsymbol{\omega}^A = \dot{\theta}_1(t) \hat{\mathbf{a}}_1 \quad {}^A \boldsymbol{\omega}^B = \dot{\theta}_2(t) \hat{\mathbf{b}}_1 \quad {}^B \boldsymbol{\omega}^C = \dot{\theta}_3(t) \hat{\mathbf{c}}_1 \quad (2.28)$$

donde $\dot{\theta}_1(t)$, $\dot{\theta}_2(t)$ y $\dot{\theta}_3(t)$ son las derivadas de $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$, y $\theta_3(t)$ respecto del tiempo.

Los vectores $\hat{\mathbf{a}}_1$, $\hat{\mathbf{b}}_1$ y $\hat{\mathbf{c}}_1$ tienen la misma dirección y esa dirección no varía en el transcurso del tiempo, por lo tanto

$$\hat{\mathbf{a}}_1 \equiv \hat{\mathbf{b}}_1 \equiv \hat{\mathbf{c}}_1 \quad \forall t \quad (2.29)$$

luego, considerando las ecuaciones (2.28) y (2.29), las velocidades ${}^N \boldsymbol{\omega}^A$, ${}^N \boldsymbol{\omega}^B$, ${}^N \boldsymbol{\omega}^C$ toman la siguiente forma

$$\begin{aligned}{}^N \boldsymbol{\omega}^A &= \dot{\theta}_1(t) \hat{\mathbf{a}}_1 \\ {}^N \boldsymbol{\omega}^B &= [\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t)] \hat{\mathbf{b}}_1 \\ {}^N \boldsymbol{\omega}^C &= [\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t)] \hat{\mathbf{c}}_1\end{aligned}\quad (2.30)$$

Por otro lado, las derivadas temporales de \mathbf{R}_{ab} , \mathbf{R}_{bc} y \mathbf{r}_p referidas a los sistemas A , B y C respectivamente, que aparecen en la ecuación (2.26), pueden obtenerse derivando las expresiones (2.17), (2.18) y (2.23).

$$\begin{aligned}
\frac{{}^A d}{dt} \mathbf{R}_{ab} &= -R_{ab} \dot{\psi}_1(t) \cos(\psi_1(t)) \hat{\mathbf{a}}_1 - R_{ab} \dot{\psi}_1(t) \sin(\psi_1(t)) \hat{\mathbf{a}}_2 \\
\frac{{}^B d}{dt} \mathbf{R}_{bc} &= -R_{bc} \dot{\psi}_2(t) \cos(\psi_2(t)) \hat{\mathbf{b}}_1 - R_{bc} \dot{\psi}_2(t) \sin(\psi_2(t)) \hat{\mathbf{b}}_2 \\
\frac{{}^C d}{dt} \mathbf{r}_P &= -Z_2^0 \dot{\psi}_3(t) \cos(\psi_3(t)) \hat{\mathbf{c}}_1 - Z_2^0 \dot{\psi}_3(t) \sin(\psi_3(t)) \hat{\mathbf{c}}_2
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Reemplazando las ecuaciones (2.17), (2.18), (2.23), (2.30) y (2.31) en (2.26), y luego introduciendo el resultado en (2.25) se puede evaluar la velocidad de P referida al sistema N , ${}^N \mathbf{V}_P$. Las componentes de ${}^N \mathbf{V}_P$ expresadas en el sistema N están dadas por la ecuación (2.32):

$$\left\{ {}^N \mathbf{V}_P \right\}_N = [\mathbf{T}_{NA}] \left\{ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{ab} \right\}_A + [\mathbf{T}_{NB}] \left\{ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{bc} \right\}_B + [\mathbf{T}_{NC}] \left\{ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r}_P \right\}_C \tag{2.32}$$

donde $\frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{ab}$, $\frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{bc}$ y $\frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r}_P$ están expresados en A , B y C respectivamente.

La posición y velocidad para un punto ubicado sobre la región R_A o R_B puede desarrollarse sin dificultad utilizando un procedimiento similar, quedando una expresión más simple.

2.4. Modelo 2: Cinemática de alas plegables inspirado en el ‘Concepto Lockheed Martin’

Aquí se desarrolla un modelo cinemático inspirado en el concepto propuesto por Lockheed Martin (L.M.) donde se considera la geometría de la planta alar y las dimensiones dadas en la referencia [28]. El modelo no representa de manera fiel al concepto L.M. debido a que no se ha considerado el fuselaje y no se cuenta con la descripción detallada de la geometría del UAV. Sin embargo, el estudio de este modelo aporta resultados preliminares interesantes como se muestra en el capítulo 5.

El modelo se desarrolla implementando la cinemática del modelo anterior. Para adaptar la cinemática se debe considerar, al igual que antes, la división de cada semiala en tres regiones, y los sistemas de referencias dispuestos como se muestra en la Figura 2-8. Sin embargo, aquí no se considera la variación de la flecha por lo que las regiones no admiten deformación por cizallamiento. Además como la R_A (de ambas semialas) representa la base del fuselaje esta región tampoco admite una rotación temporal alrededor de $\hat{\mathbf{a}}_1$,

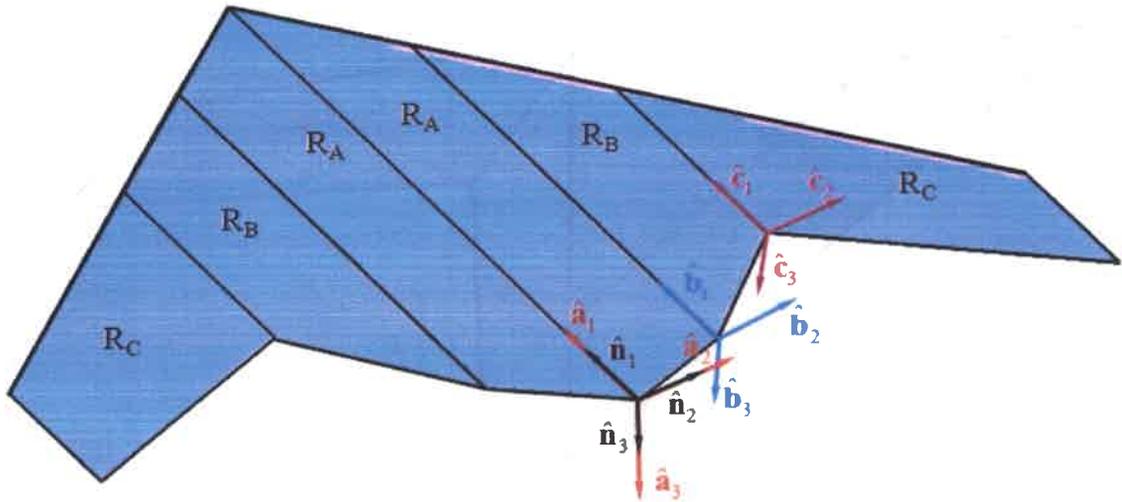


Figura 2-8: Modelo 2 – Sistemas de referencia asociados al ‘Concepto Lockheed Martin’.

algo que si estaba permitido en el caso anterior. En consecuencia la mutación del ala queda restringida sólo a la rotación de las regiones R_B y R_C alrededor de los versores \hat{b}_1 , y \hat{c}_1 respectivamente.

Es importante mencionar que al no rotar R_A el sistema A es coincidente con el sistema N en todo instante de tiempo, y además como la mutación del ala se considera simétrica respecto del plano que forman los versores \hat{n}_1 y \hat{n}_3 la cinemática puede ser desarrollada para una única semiala.

Para resumir lo expuesto en los párrafos anteriores, con el fin de implementar la cinemática desarrollada previamente se debe imponer

$$\theta_1(t) = \psi_1(t) = \psi_2(t) = \psi_3(t) = 0 \quad (2.33)$$

con lo que se concluye que \mathbf{R}_{ab} no varía en el tiempo ($\theta_1 = \psi_1 = 0$), \mathbf{R}_{bc} no varía respecto del sistema B ($\psi_2 = 0$) y además \mathbf{r}_p no varía respecto el sistema C ($\psi_3 = 0$). Con esto en mente y considerando que A y N son coincidentes en todo instante de tiempo, las ecuaciones (2.26) se tornan se simplifican

$$\frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{ab} = 0 \quad \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{bc} = {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{R}_{bc} \quad \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r}_p = {}^N \boldsymbol{\omega}^C \times \mathbf{r}_p \quad (2.34)$$

por lo tanto, la posición y velocidad de un punto arbitrario ubicado sobre la región R_C

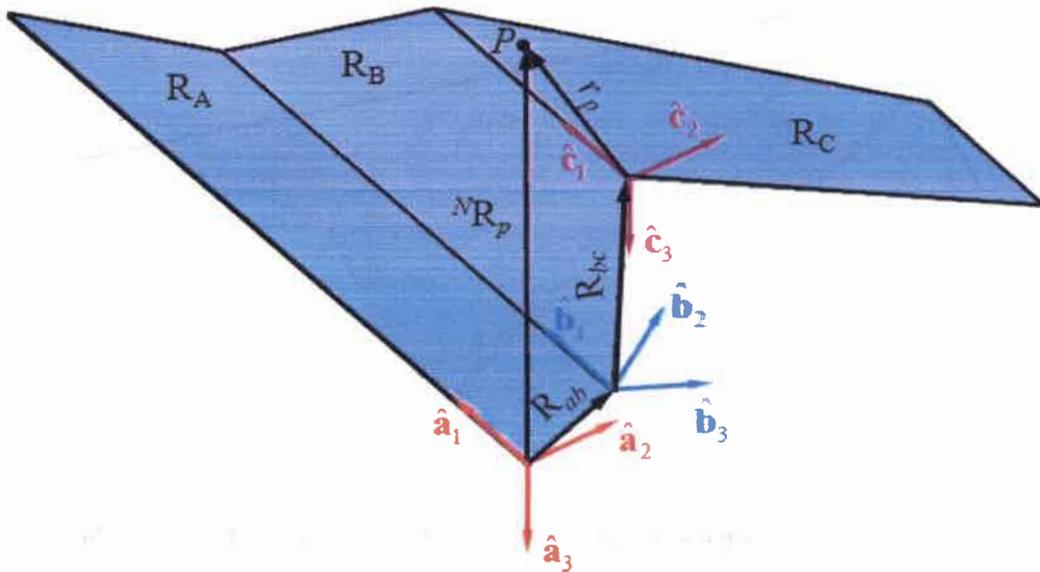


Figura 2-9: Modelo 2 – Vector posición de un punto P ubicado en la región R_C .

(Figura 2-9) resultan

$$\{^N \mathbf{R}_P\}_N = \{\mathbf{R}_{ab}\}_N + [\mathbf{T}_{NB}]\{\mathbf{R}_{bc}\}_B + [\mathbf{T}_{NC}]\{\mathbf{r}_P\}_C \quad (2.35)$$

$$\{^N \mathbf{V}_P\}_N = [\mathbf{T}_{NB}]\{^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{R}_{bc}\}_B + [\mathbf{T}_{NC}]\{^N \boldsymbol{\omega}^C \times \mathbf{r}_P\}_C \quad (2.36)$$

La posición y velocidad para un punto ubicado sobre la región R_B pueden obtenerse utilizando un procedimiento similar.

$$\{^N \mathbf{R}_P\}_N = \{\mathbf{R}_{ab}\}_N + [\mathbf{T}_{NB}]\{\mathbf{r}_P\}_B \quad (2.37)$$

$$\{^N \mathbf{V}_P\}_N = [\mathbf{T}_{NB}]\{^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r}_P\}_B \quad (2.38)$$

2.5. Modelo 3: Cinemática para un ala con ángulos de diedro y de torsión variables

Aquí se desarrolla el modelo de un ala cuya planta alar es rectangular, y cuyo perfil no es necesariamente simétrico. El ala se modela mediante una superficie espacial que se genera a través de la unión de todos los perfiles medios a lo largo de la envergadura. Cabe aclarar que el perfil medio se obtiene de promediar las coordenadas del extradós y del intradós del perfil, que eventualmente pueden encontrarse tabuladas. Como en los modelos anteriores, se debe considerar el sistema de coordenadas x, y, z para representar a la geometría del ala.

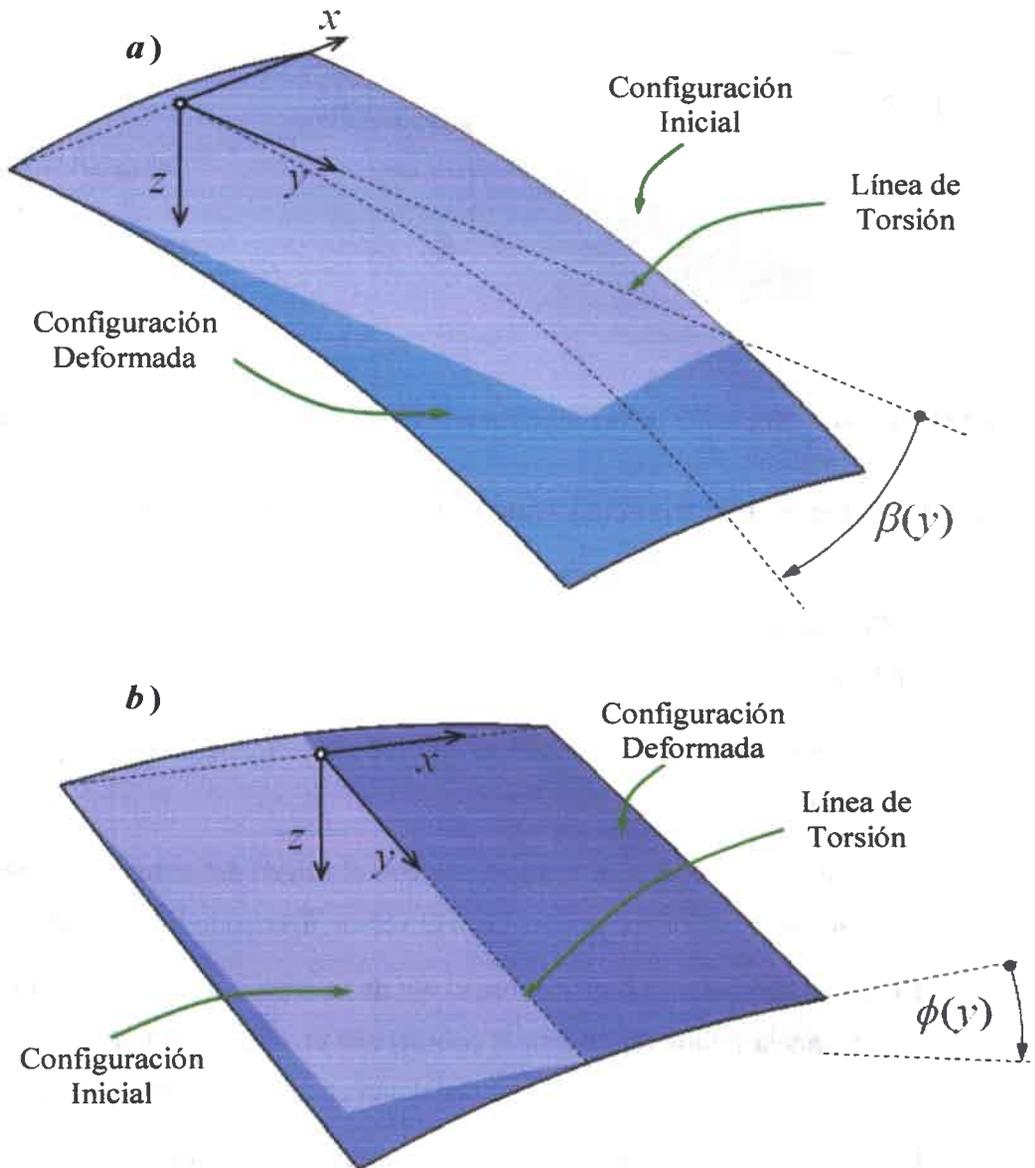


Figura 2-10: Modelo 3 – Mutación del ala: a) ángulo de diedro β y b) ángulo de torsión ϕ .

Por otro lado, el cambio de forma o mutación se logra mediante la deflexión y torsión del ala como se muestra en la Figura 2-10. La deflexión se describe mediante el ángulo $\beta(y;t)$ (ángulo de diedro), y la torsión se describe mediante el ángulo $\phi(y;t)$. Ambos ángulos varían con el tiempo y además varían a lo largo de la envergadura, es por ello que se han denotado como función de la coordenada y . El sistema de referencia que describe la geometría se dispone de tal manera que la coordenada ‘ y ’ es coincidente con el eje de torsión, el cual debe ser especificado.

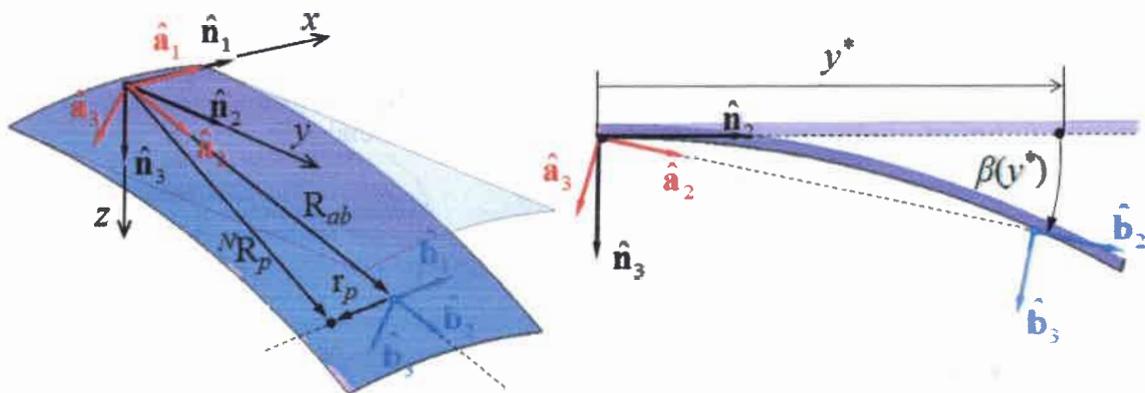


Figura 2-11: Modelo 3 – Disposición de los sistemas de referencia y del vector posición de un punto del ala.

2.5.1. Sistemas de referencia y transformaciones de coordenadas

En esta subsección se describe la disposición que adoptan los sistemas de referencia definidos en la sección 2-2 para el caso de un ala con ángulos de diedro y de torsión variables (ver Figura 2-11).

1. El sistema inercial N se ubica en la raíz del ala y el versor \hat{n}_2 coincide con el eje de torsión.
2. El origen del sistema A es coincidente con el origen del sistema N , y además el versor \hat{a}_1 se mantiene colineal con el versor \hat{n}_1 en todo instante de tiempo.
3. El origen del sistema B está sobre el eje de torsión y se encuentra ubicado a una distancia y^* que representa la coordenada en la dirección \hat{n}_2 del punto en estudio. Además el versor \hat{b}_2 es colineal con el versor \hat{a}_2 en todo instante.
4. En este modelo no se utiliza el sistema C usado en los modelos 1 y 2.

Las transformaciones de coordenadas entre los diferentes sistemas se obtienen mediante un procedimiento similar al usado en el primer modelo. Las matrices de rotación que representan las transformaciones de coordenadas son $[T_{NA}]$ y $[T_{NB}]$.

$$[T_{NA}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$[T_{NA}]$ permite la transformación de coordenadas de A a N . La transformación del sistema B al N se obtiene a partir de $[T_{AB}]$ que transforma las coordenadas de B a A ,

$$[T_{NB}] = [T_{NA}][T_{AB}] \quad (2.40)$$

2.5.2. Posición y velocidad de un punto del ala

La posición de un punto sobre el ala está dada por la ecuación (2.41), ver Figura 2-11.

$${}^N \mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{ab} + \mathbf{r}_P \quad (2.41)$$

\mathbf{R}_{ab} coincide siempre con $\hat{\mathbf{a}}_2$, y el sistema B está ubicado sobre el eje de torsión a una distancia y^* , que es la magnitud de \mathbf{R}_{ab} en la dirección $\hat{\mathbf{a}}_2$. Además \mathbf{r}_P es coincidente con $\hat{\mathbf{b}}_1$ en todo instante de tiempo. Notar que la magnitud de \mathbf{R}_{ab} es la componente “ y ” del punto en estudio.

Luego, la velocidad se obtiene derivando el vector posición respecto del tiempo,

$${}^N \mathbf{V}_P = \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_{ab} + \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r}_P \quad (2.42)$$

o,

$${}^N \mathbf{V}_P = \frac{{}^A d}{dt} \mathbf{R}_{ab} + {}^N \boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{R}_{ab} + \frac{{}^B d}{dt} \mathbf{r}_P + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r}_P \quad (2.43)$$

Si se tiene en cuenta lo mencionado anteriormente, se deduce que las derivadas temporales referidas a los sistemas A y B , que aparecen en el miembro derecho de la ecuación (2.43) son nulas. Luego la expresión (2.43) se reduce a,

$${}^N \mathbf{V}_P = {}^N \boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{R}_{ab} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r}_P \quad (2.44)$$

Las velocidades angulares pueden escribirse como,

$$\begin{aligned} {}^N \boldsymbol{\omega}^A &= \dot{\phi}(y;t) \hat{\mathbf{a}}_1 \\ {}^N \boldsymbol{\omega}^B &= \dot{\phi}(y;t) \hat{\mathbf{a}}_1 + \dot{\beta}(y;t) \hat{\mathbf{b}}_2 \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde el punto sobre los ángulos indica derivada temporal. Es importante mencionar que al momento de hacer los cálculos para obtener la posición y velocidad de un punto del ala, deben considerarse las transformaciones de coordenadas, dadas por (2.39), del mismo modo que se hizo en el primer modelo cinemático.

THE HISTORY OF THE

CITY OF BOSTON

FROM 1630 TO 1800

BY

JOHN H. COOPER

VOLUME I

1880

PUBLISHED BY

H. O. HOUGHTON, MFG. CO.

25 NASSAU ST. N. Y.

1880

III. MODELO AERODINÁMICO

3.1. Introducción

En esta Tesis se utiliza el Método de Red de Vórtices No-lineal e Inestacionario o NUVLM (*Nonlinear Unsteady Vortex Lattice Method*) para predecir las cargas aerodinámicas que actúan sobre las alas de UAVs con alas reconfigurables. Esta técnica de la dinámica de fluidos es una extensión del conocido Método de Red de Vórtices (*Vortex Lattice Method*) ampliamente utilizado en el cálculo de flujos estacionarios.

Aunque los modelos basados en CFD (Dinámica de Fluido Computacional) son considerados los de más alta fidelidad, presentan la desventaja de altos recursos computacionales y difícil implementación para fronteras en movimiento (como es el caso de alas reconfigurables), es por ello que en este trabajo de tesis se ha implementado el NUVLM que brinda resultados relativamente precisos a bajo costo computacional.

El NUVLM puede ser aplicado tanto a flujos bidimensionales como tridimensionales alrededor de cuerpos sustentadores o no-sustentadores, y además no tiene limitaciones en cuanto a la forma de las superficies, combadura, alabeo, ángulo de ataque, etc. La superficie del cuerpo puede sufrir cualquier tipo de deformaciones en el tiempo y el cuerpo puede ejecutar cualquier tipo de maniobras [63]. La única restricción del método es que la separación del flujo ocurre en los bordes afilados y que el desprendimiento vorticoso no se produce sobre la superficie del cuerpo. El fluido es considerado incompresible e irrotacional en todo el dominio fluido excepto en una delgada región adyacente al ala (capa límite) y en las estelas. El NUVLM se basa en la idea de representar a la capa límite y a las estelas mediante sábanas vorticosas.

En la primera parte de este capítulo se presentan las ecuaciones diferenciales y condiciones de bordes asociadas al problema aquí tratado. Luego se presenta la ecuación (ley de Biot-Savart) que permite obtener el campo de velocidad asociado al campo de vorticidad, y a continuación, se describe el NUVLM, que incluye la discretización de las sábanas vorticosas y el proceso para obtener la solución en el dominio del tiempo (circulaciones sobre las sábanas vorticosas y posición de la sábana libre). Finalmente se presenta la formulación para predecir las cargas aerodinámicas que actúan sobre las alas de los UAVs reconfigurables a través de la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli.

3.2. El problema matemático

Como resultado del movimiento relativo entre el ala de un avión y el aire, se genera vorticidad en una región adyacente al ala, denominada capa límite. Esta vorticidad generada, se desprende desde los bordes de filosos del ala (borde de fuga y puntas de ala), y es trasportada por el fluido hacia su seno para formar las estelas. En el modelo aquí utilizado se restringe toda la vorticidad del fluido a la capa límite y a las estelas desprendidas, y se considera que el flujo es irrotacional fuera de estas regiones. La capa límite y las estelas son modeladas mediante superficies espaciales con vorticidad concentrada denominadas sábanas vorticosas.

La capa límite se representa mediante sábanas vorticosas adheridas a la planta alar, S_B . Debido a que se modela el ala utilizando perfiles alares delgados, una única sábana representa a las capas límites que se encuentran sobre el extradós e intradós del perfil. La posición espacial de la sábana vorticiosa adherida está especificada por la posición prescripta del ala, en consecuencia, se produce un salto finito de presiones a través de la sábana.

Las estelas se representan mediante sábanas vorticosas libres, S_W . Sus posiciones no son especificadas, por lo que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas. Ningún salto de presiones se produce a través de las sábanas libres.

Las sábanas vorticosas (adheridas y libres) están unidas en los bordes afilados desde donde se desprenden las estelas. En esta unión se impone la condición de Kutta [64].

En este trabajo se modela el flujo de un fluido incompresible caracterizado por un número de Reynolds relativamente alto. Se denota mediante $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ a la velocidad absoluta de una partícula de fluido que ocupa, en el tiempo t , la posición dada por el vector \mathbf{R} en el dominio fluido. La ecuación de continuidad para este problema es

$$\nabla \cdot \mathbf{V}(\mathbf{R}; t) = 0 \quad (3.1)$$

Debido a que el fluido es considerado irrotacional fuera de la capa límite y de las estelas vorticosas, el campo de velocidad puede ser expresado como el gradiente del potencial total de la velocidad $\Phi(\mathbf{R}; t)$

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}; t) = \nabla \Phi(\mathbf{R}; t) \quad (3.2)$$

Reemplazando (3.2) en (3.1) se obtiene la ecuación que gobierna la evolución

espacial y temporal del potencial total de velocidad para flujos incompresibles,

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{R};t) = 0 \quad (3.3)$$

esta es la conocida ecuación de Laplace que expresa la continuidad para un fluido irrotacional e incompresible.

Para complementar la ecuación (3.3) deben considerarse un par de condiciones de borde (BCs). La primera condición de borde requiere que la componente normal de la velocidad del fluido relativa a la superficie del sólido debe ser nula. Esta condición de borde, es comúnmente denominada como condición de no-penetración, y puede ser expresada como:

$$(\nabla\Phi - \mathbf{V}_s) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad (3.4)$$

donde \mathbf{V}_s es la velocidad de la superficie del sólido, y $\hat{\mathbf{n}}$ es el versor normal a dicha superficie. En general tanto \mathbf{V}_s como $\hat{\mathbf{n}}$ varían de manera espacial y temporal. Es oportuno mencionar que el acoplamiento entre el modelo aerodinámico y el modelo cinemático se logra a través de la ecuación (3.4).

La segunda condición, conocida como regularidad en el infinito, requiere que las perturbaciones producidas en el fluido, por el movimiento del cuerpo (o cuerpos) inmerso en su seno, se atenúen hacia el infinito. Condición que se expresa matemáticamente como,

$$\lim_{\|\mathbf{R}\|_2 \rightarrow \infty} \|\mathbf{V}(\mathbf{R};t)\|_2 = \lim_{\mathbf{R} \rightarrow \infty} \|\nabla\Phi(\mathbf{R};t)\|_2 = \|\mathbf{V}_\infty\|_2 \quad (3.5)$$

donde \mathbf{V}_∞ es la velocidad de corriente libre o corriente sin perturbar.

En un flujo incompresible e irrotacional el campo de velocidades puede ser obtenido independientemente de la presión resolviendo la ecuación de continuidad. Esta ecuación no incluye directamente términos dependientes del tiempo, y la dependencia explícita del tiempo es introducida a través de las condiciones de contorno [59]. Una vez obtenida la velocidad, la presión en función del tiempo es calculada a través de la versión inestacionaria de la Ecuación de Bernoulli.

Adicionalmente a las BCs, es necesario utilizar el teorema de Kelvin-Helmoltz y de la condición de Kutta para determinar la distribución de vorticidad y la posición de la sábana libre [63].

3.3. Ley de Biot-Savart

La ecuación de continuidad para un flujo incompresible dada por la expresión (3.1) y la definición de vorticidad dada por la expresión (3.6) representan un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que definen la relación cinemática entre el campo de vorticidad y el campo de velocidades.

$$\boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \mathbf{V} \quad (3.6)$$

Este sistema de ecuaciones diferenciales puede ser "invertido" con el fin de obtener el campo de velocidades en función del campo de vorticidad. Esto puede expresarse de manera general como sigue

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0, t) \times (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)}{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0\|^3} dV_0 \quad (3.7)$$

Es importante notar que el integrando de la ecuación (3.7) es nulo cuando $\boldsymbol{\Omega}$ es cero. Por lo tanto la región donde el flujo es irrotacional ($\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{0}$) no contribuye al campo de velocidad. En consecuencia, la evaluación de \mathbf{V} en cualquier punto del espacio puede ser confinada únicamente a la región viscosa. En otras palabras, empleando la representación integral (3.7) es posible determinar la distribución de velocidad tanto en la región viscosa como en la región no viscosa a través de la distribución de vorticidad en la región viscosa.

Para problemas de flujo externo, las condiciones de bordes impuestas en el infinito se satisfacen automáticamente al utilizar la expresión (3.7).

Es posible demostrar que para un segmento vorticoso de longitud finita, L , y circulación espacialmente constante $\Gamma(t)$, la evaluación de \mathbf{V} puede obtenerse mediante la ecuación (3.8), [3.8]

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1}{\|\mathbf{L} \times \mathbf{r}_2\|_2^2} [\mathbf{L}(\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)] \quad (3.8)$$

donde la vorticidad ha sido considerada a través de la circulación y la longitud del segmento. La expresión (3.8) es conocida como ley de Biot-Savart cuyas variables intervinientes están esquematizadas en la Figura 3-1.

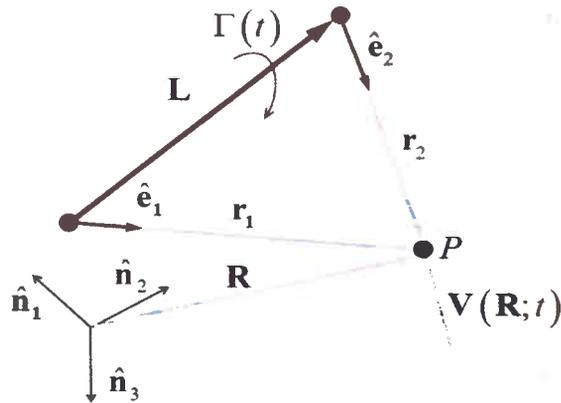


Figura 3-1: Interpretación de la Ley de Biot-Savart.

3.4. Método de red de vórtices no-lineal e inestacionario

3.4.1. Discretización de las sábanas vorticosas

En el NUVLM la sábana adherida, S_B , es reemplazada por una red de segmentos vorticosos de longitud finita, L , y circulación espacialmente constante, $\Gamma(t)$. Estos segmentos conforman un número finito, NP , de cuadriláteros denominados paneles. Los vértices de cada uno de estos paneles son denominados nodos aerodinámicos. La sábana libre, S_W , también es discretizada mediante los segmentos vorticosos que provienen de los bordes filosos durante el proceso de convección de la estela que se describe en la siguiente sección.

En la Figura 3-2, además de las sábanas vorticosas discretizadas, se muestran cuatro segmentos vorticosos L_1 , L_2 , L_3 y L_4 , que encierran un panel típico y tienen asociadas las circulaciones $\Gamma_1(t)$, $\Gamma_2(t)$, $\Gamma_3(t)$, y $\Gamma_4(t)$, respectivamente.

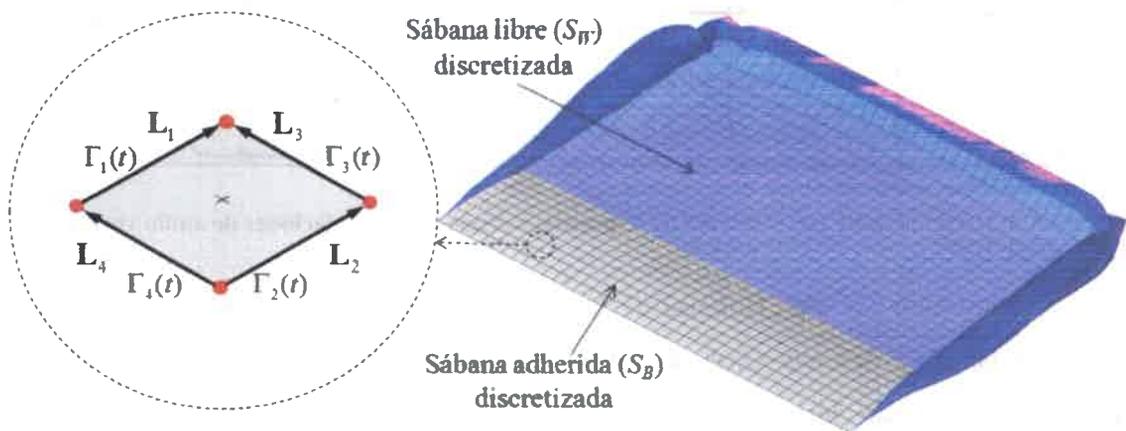


Figura 3-2: Panel típico y sábanas discretizadas.

En este problema, las circulaciones de cada uno de los segmentos vorticosos que conforman la red son desconocidas, y las ecuaciones a resolver provienen de la condición de no-penetración sobre cada elemento y la especificación de la conservación de vorticidad.

La dimensión del problema puede ser reducida considerando que cada panel, está encerrado por un anillo vorticoso de circulación, $G_j(t)$, espacialmente constante, donde el subíndice j hace referencia al j -ésimo panel ($j = 1, \dots, NP$). De esta manera se satisface automáticamente la conservación de vorticidad, y las nuevas incógnitas son las circulaciones de los anillos vorticosos. Posteriormente, la circulación, $\Gamma(t)$, asociada a un segmento vorticoso de longitud finita, L , se puede determinar a través del conocimiento de las circulación de los anillos vorticosos, $G_j(t)$.

A modo de ejemplo se considera la sábana adherida de la Figura 3-3 que está discretizada en 6 paneles. Las circulaciones $\Gamma_8(t)$ y $\Gamma_9(t)$ asociadas a los segmentos L_8 y L_9 , pueden obtenerse de la ecuación (3.9) (ver Figura 3-3).

$$\begin{aligned} \Gamma_8(t) &= G_3(t) \\ \Gamma_9(t) &= G_4(t) - G_3(t) \end{aligned} \tag{3.9}$$

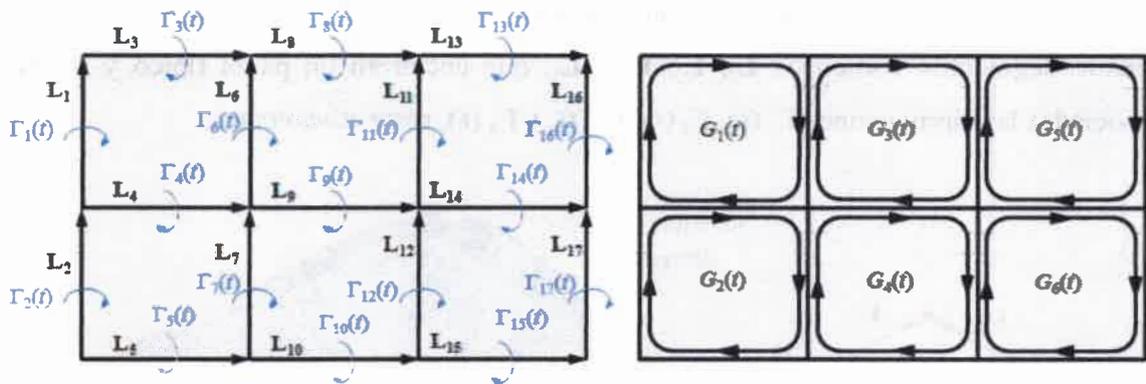


Figura 3-3: Relación entre circulaciones de segmentos vorticosos y circulaciones de anillo vorticosos.

Al introducir las circulaciones de los anillos, el problema queda reformulado a encontrar las circulaciones $G_j(t)$ de tal modo que se satisfaga la condición de no-penetración en todo instante de tiempo. Idealmente sería preferible satisfacer la condición (3.4) en todos los puntos de la superficie sustentadora. Pero debido a que se

ha discretizado la superficie en un número NP de paneles, sólo es posible imponer la condición de “no-penetración” en un número (NP) finito de puntos, llamados puntos de control (PC).

La técnica consiste en considerar un punto de control en cada panel, ubicado en el centroide de sus nodos aerodinámicos. Para aproximar el versor normal $\hat{\mathbf{n}}$ a cada panel se utiliza el producto vectorial de sus dos vectores diagonales. La versión discreta de la condición de no-penetración es,

$$\{ \mathbf{V}_B(\mathbf{r}_i; t) + \mathbf{V}_W(\mathbf{r}_i; t) + \mathbf{V}_\infty - \mathbf{V}_S(\mathbf{r}_i; t) \} \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i; t) = 0 \quad (3.10)$$

donde \mathbf{r}_i es el vector posición del punto de control asociado al panel i . \mathbf{V}_B es la velocidad en el punto de control i asociada a la vorticidad de la sábana adherida. \mathbf{V}_W es la velocidad sobre el punto de control i asociada a la vorticidad de la sábana libre, y \mathbf{V}_∞ es la velocidad de la corriente libre. Es importante mencionar que en la versión discreta de la condición de no penetración dada por la expresión anterior, se ha sustituido a $\nabla\Phi$ por la suma de \mathbf{V}_B , \mathbf{V}_W y \mathbf{V}_∞ . Reacomodando la expresión (3.10) se tiene,

$$\mathbf{V}_B(\mathbf{r}_i; t) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i; t) = - \{ \mathbf{V}_W(\mathbf{r}_i; t) + \mathbf{V}_\infty - \mathbf{V}_S(\mathbf{r}_i; t) \} \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i; t) \quad (3.11)$$

El miembro izquierdo de la ecuación (3.11) representa la velocidad normal en el punto de control i asociada a la sábana adherida, la cual se puede escribir en términos de la circulaciones de los paneles como,

$$\sum_{j=1}^{NP} A_{ij}(t) G_j(t) = \mathbf{V}_B(\mathbf{r}_i; t) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i; t), \quad i = 1, \dots, NP. \quad (3.12)$$

donde $A_{ij}(t)$ representa la velocidad normal en el punto de control i asociada al anillo vorticoso del panel j con circulación unitaria $G_j(t) = 1$. $[A_{ij}](t)$ se denomina matriz de influencia aerodinámica, y se ha denotado como función del tiempo ya que debe actualizarse acorde a la configuración del ala.

Luego reemplazando (3.12) en (3.11) se tiene

$$\sum_{j=1}^{NP} A_{ij}(t) G_j(t) = -(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_W(\mathbf{r}_i; t) - \mathbf{V}_S(\mathbf{r}_i; t)) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i; t) \quad i = 1, \dots, NP. \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) debe resolverse en cada paso de cálculo a fin de encontrar las circulaciones de los anillos vorticosos en el dominio del tiempo.

3.4.2. Comienzo impulsivo

Considérese el ala rectangular de la Figura 3-3, sometida a una corriente de aire repentina V_∞ . En la presente formulación se asume que el ala está en reposo, sin embargo puede cambiar su forma geométrica en el tiempo, por lo tanto la matriz de influencia aerodinámica $[A_{ij}]$ y el versor \hat{n} asociado a cada panel deben actualizarse en cada paso de tiempo.

Antes que comience el movimiento del fluido se asigna valor cero a todas las circulaciones ($t < 0$). En $t = 0$ comienza el movimiento del fluido y las circulaciones cambian instantáneamente. La expresión para obtener la circulación en el instante $t = 0$ es,

$$\sum_{j=1}^{NP} A_{ij}(0) G_j(0) = -(\mathbf{V}_\infty - \mathbf{V}_s(\mathbf{r}_i; 0)) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i; 0) \quad i = 1, \dots, NP. \quad (3.14)$$

Al lado derecho de (3.14) sólo aporta la corriente libre y la velocidad del ala, ya que en $t = 0$ no hay estela. Recordar que se asumió el ala en reposo, y por lo tanto la velocidad de la misma es el producto de su cambio de forma en el tiempo. Tanto la matriz de influencia aerodinámica como el versor normal son evaluados en la configuración del ala en el instante $t = 0$. Resolviendo (3.14) se determina la circulación en este instante. En la Figura 3-4 se indican las circulaciones de la sábana adherida en el instante $t = 0$.

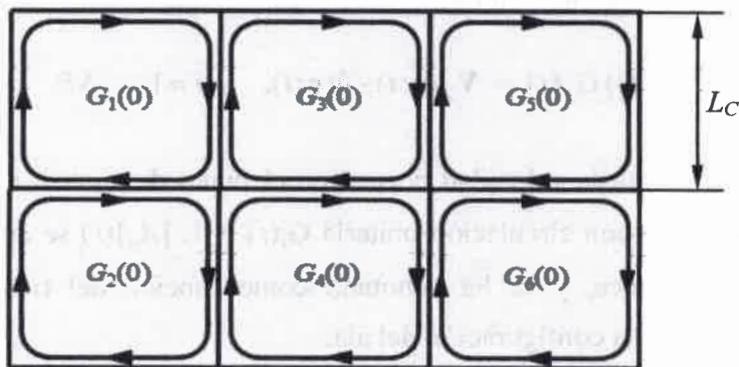


Figura 3-4: Circulaciones de la sábana adherida en el instante $t = 0$.

Una vez obtenidas las circulaciones, el siguiente paso consiste en convectar los segmentos vorticosos que van a conformar la primera fila de la estela. Para ello se convecta cada uno de los nodos aerodinámicos que se encuentran en los bordes filosos del ala (puntos en color azul en la Figura 3-5).

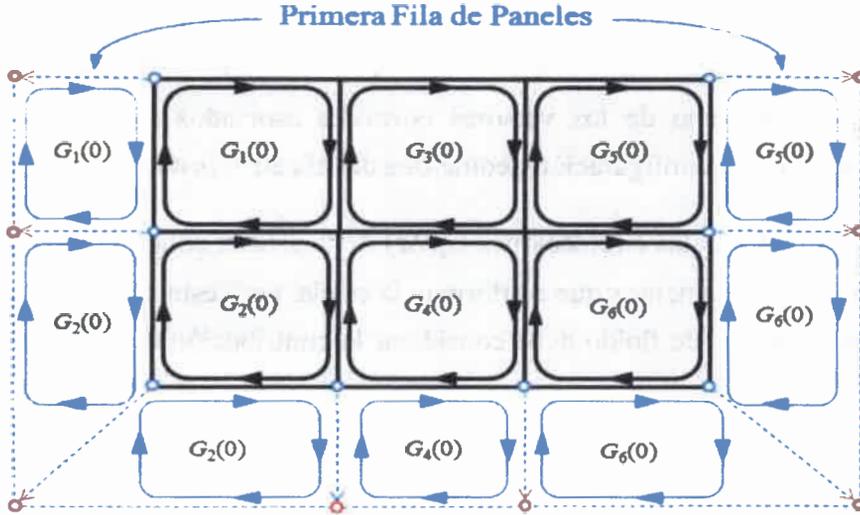


Figura 3-5: Proceso de convección, primera generación de paneles en la estela.

Una partícula de fluido cuya posición es \mathbf{R}_i , se convecta con la velocidad local del fluido, que en este caso es la velocidad de la corriente libre más la velocidad asociada a la vorticidad de la sábana adherida.

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}_i; 0) = \mathbf{V}_B(\mathbf{R}_i; 0) + \mathbf{V}_\infty \quad (3.15)$$

Es importante mencionar que la velocidad asociada a la sábana adherida se obtiene utilizando la circulación previamente calculada $G_j(0)$. El desplazamiento que experimenta la partícula de fluido es aproximado mediante la siguiente expresión,

$$\Delta \mathbf{R}_i = \mathbf{V}(\mathbf{R}_i; 0) \Delta t \quad (3.16)$$

siendo Δt el paso de tiempo utilizado. Con el fin de asegurar convergencia y mejorar la precisión de cálculo, el Δt se computa de tal manera que los paneles de la estela sean aproximadamente del mismo tamaño que los paneles del ala, esto es $\Delta t = L_C / V_\infty$. Una vez convectados los nodos aerodinámicos (puntos en rojo en la Figura 3-5) se genera la primera fila de paneles de la estela cuyas circulaciones, de acuerdo a la conservación espacial y temporal de la circulación, son las circulaciones asociadas a los paneles adyacentes de la sábana adherida (ver Figura 3-5).

Comenzando con el segundo paso de cálculo, en el instante $t = \Delta t$, se obtienen las nuevas circulaciones de los anillos vorticosos del ala, pero esta vez, considerando la primera generación de paneles de la estela.

$$\sum_{j=1}^{NP} A_{ij}(\Delta t) G_j(\Delta t) = -(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_w(\mathbf{r}_i, \Delta t) - \mathbf{V}_s(\mathbf{r}_i, \Delta t)) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_i, \Delta t) \quad i = 1, \dots, NP. \quad (3.17)$$

donde \mathbf{V}_w es la velocidad en el punto de control \mathbf{r}_i asociada a la sábana vorticiosa libre. Es

importante aclarar que esta velocidad se determina considerando la contribución de todos los paneles de la estela con sus respectivas circulaciones. Además la matriz de influencia aerodinámica y cada uno de los versores normales asociados a los paneles deben actualizarse acorde a la configuración geométrica del ala en el instante $t = \Delta t$.

Una vez obtenidas las circulaciones $G_j(\Delta t)$ de la sábana adherida se continúa con la convección de los segmentos que conforman la estela, pero esta vez la velocidad para convectar las partículas de fluido debe considerar la contribución de la sábana libre, es decir

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}_i; \Delta t) = \mathbf{V}_B(\mathbf{R}_i; \Delta t) + \mathbf{V}_W(\mathbf{R}_i; \Delta t) + \mathbf{V}_\infty \quad (3.18)$$

Es oportuno mencionar que al convectar las partículas que se encuentran sobre los bordes filosos del ala, se actualiza la primera fila de la estela, y al convectar las partículas que generaron la estela en el paso previo se genera la segunda fila de paneles de la estela.

Luego de la convección se actualizan las circulaciones de acuerdo a la conservación de la circulación, como se muestra en la Figura 3-6, y se prosigue con el próximo paso que consiste en calcular las circulaciones en el instante $t = 2\Delta t$. Este procedimiento se repite hasta el llegar al número de pasos deseados. Para más detalles sobre el método puede consultarse la referencia [64].

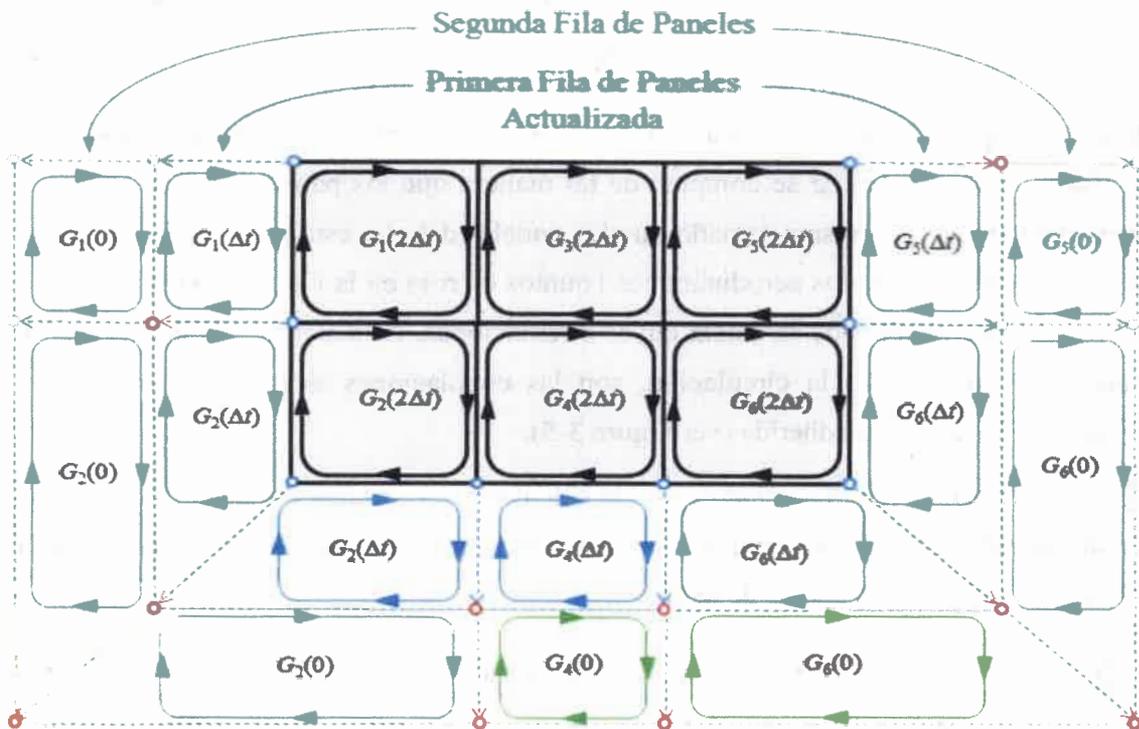


Figura 3-6: Proceso de convección en el instante $t = \Delta t$.

3.5. Cálculo de las cargas aerodinámicas

Las cargas aerodinámicas deben evaluarse en cada paso de tiempo con el fin de obtener su comportamiento en estado inestacionario. Para obtener la carga sobre cada elemento, se debe hallar primero el salto de presión en el punto de control, y luego multiplicarlo por el área y por el vector unitario normal asociados a cada elemento. Para calcular el salto de presión a través de la superficie de las alas se usa la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli [58].

$$\frac{\partial}{\partial t^*} \Phi^*(\mathbf{R}^*, t^*) + \frac{1}{2} \nabla \Phi^*(\mathbf{R}^*, t^*) \cdot \nabla \Phi^*(\mathbf{R}^*, t^*) + \frac{p^*(\mathbf{R}^*, t^*)}{\rho^*} = H^*(t) \quad (3.19)$$

donde, $\Phi^*(\mathbf{R}^*, t^*)$ es la función potencial de velocidad, $p^*(\mathbf{R}^*, t^*)$ es el campo de presión, ρ^* es la densidad del aire (considerada constante), y $H^*(t)$ es la energía total por unidad de masa, que sólo depende del tiempo y tiene un valor uniforme para todos los puntos del fluido. El asterisco (*) se ha introducido para indicar que las cantidades físicas son dimensionales.

Introduciendo las siguientes magnitudes características:

$L_C =$ longitud a lo largo de la cuerda de un elemento aerodinámico perteneciente a la sábana vorticosa adherida,

$V_C = V_\infty$ velocidad de la corriente libre,

$T_C = L_C/V_C$ tiempo característico y

$\rho_C = \rho_\infty$ densidad de la corriente libre,

es posible adimensionalizar la ecuación (3.19) y determinar el salto de presión adimensional, ΔC_p , a través de cada uno de los elementos que conforman la sábana adherida,

$$\Delta C_p = \mathbf{V}_U \cdot \mathbf{V}_U - \mathbf{V}_L \cdot \mathbf{V}_L + 2 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{\mathbf{R}_U} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{\mathbf{R}_L} \right] \quad (3.20)$$

donde \mathbf{V}_U y \mathbf{V}_L son, respectivamente, las velocidades de las partículas de fluido ubicadas inmediatamente por encima y por debajo del punto de control del elemento considerado. Notar que se ha quitado el asterisco (*) para indicar que las cantidades físicas están adimensionalizadas. Para adimensionalizar la función potencial se considera la relación $\Phi^* = L_C V_C \Phi$.

El último término de la expresión (3.20) puede escribirse como,

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_L} = \frac{\mathfrak{D} G_i(t)}{\mathfrak{D} t} - \Delta \mathbf{V}_i \cdot \mathbf{V}_S(\mathbf{r}_i, t) \quad (3.21)$$

donde $\Delta \mathbf{V}_i$ es la diferencia entre \mathbf{V}_U y \mathbf{V}_L en el punto de control 'i'. $\mathfrak{D} G_i(t) / \mathfrak{D} t$ es una 'especie de derivada sustancial', ya que no sigue una partícula de fluido sino que sigue a un punto material del ala, en este caso un punto de control. Utilizando una aproximación por diferencias finitas hacia atrás de primer orden, esta derivada se puede reescribir como,

$$\frac{\mathfrak{D} G_i(t)}{\mathfrak{D} t} \approx \frac{G_i(t) - G_i(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (3.22)$$

Conocido el salto de presión sobre cada elemento, es posible obtener la carga aerodinámica actuante en cada panel, y consecuentemente, la carga aerodinámica total actuando sobre el ala.

Por otro lado se define el coeficiente adimensional de sustentación, C_L , como la magnitud de la proyección de la carga aerodinámica total, L , en la dirección perpendicular a la velocidad de la corriente libre dividida por la presión dinámica.

$$C_L = \frac{|L|}{\frac{1}{2} \rho_\infty (|\mathbf{V}_\infty|)^2 S_{LS}} \quad (3.23)$$

donde S_{LS} es la superficie del ala. De manera similar se obtiene el coeficiente adimensional de resistencia inducida, C_D , dividiendo la magnitud de la proyección de la carga total en la dirección de la corriente libre, D , por la presión dinámica.

$$C_D = \frac{|D|}{\frac{1}{2} \rho_\infty (|\mathbf{V}_\infty|)^2 S_{LS}} \quad (3.24)$$

La implementación de la versión inestacionaria de la Ecuación de Bernoulli permite obtener la evolución temporal de los coeficientes aerodinámicos (C_L , C_D).

Con la presentación de esta última sección, correspondiente a la predicción de las cargas aerodinámicas actuantes sobre las alas de UAVs reconfigurables, se completa la formulación para la implementación numérica del modelo aerodinámico.

IV. MODELO ESTRUCTURAL DE UN ALA FLEXIBLE CON ACTUADORES PIEZOELÉCTRICOS

4.1. Introducción

Lo que permite a un ave deformar sus alas es la adaptación de su sistema muscular y de sus huesos. Para realizar maniobras de vuelo, las aves excitan un sistema muscular que cambia la posición relativa de los huesos de sus alas [96]. Con la idea de reproducir el mismo efecto de deformación y posicionamiento en las alas de un UAV, es necesario modelar un sistema de control compuesto de sensores y actuadores inmersos de manera conveniente en la estructura elástica del ala. La elección del tipo de actuador que se integre a la estructura del ala flexible del UAV es, quizás, la clave para hacer viable esta idea. Se requiere de actuadores con poco consumo de energía y poco peso, que sean compactos, de alta eficiencia y larga vida útil. Los actuadores piezoeléctricos, que cumplen con la mayoría de los requisitos mencionados anteriormente, son utilizados para inducir deformaciones controladas en superficies flexibles y para el control de vibraciones en sistemas mecánicos.

En este capítulo se presenta el desarrollo de un modelo estructural de un ala flexible para UAVs reconfigurables que incorpora la adhesión de actuadores piezoeléctricos inmersos y distribuidos espacialmente sobre la estructura del ala. En este trabajo no se consideran ni el algoritmo de control ni los sensores como parte del modelo. Los actuadores piezoeléctricos, que se disponen sobre las caras inferiores y superiores de las vigas que constituyen la estructura del ala, tienen la finalidad de inducir deformaciones localizadas sobre la estructura para cambiar su estado. Por otro lado, es importante mencionar que el modelo aquí desarrollado no considera el amortiguamiento estructural.

En la primera parte de este capítulo se describen algunos conceptos generales de piezoelectricidad y se presentan las ecuaciones constitutivas que gobiernan el comportamiento electromecánico de los materiales piezoeléctricos. A continuación, se describe el tipo de actuador que es adherido a la estructura, y se presenta el desarrollo de un modelo estructural para alas flexibles. Ese desarrollo aborda la formulación matemática de las ecuaciones diferenciales de movimiento que describen el comportamiento dinámico del ala flexible. Esas ecuaciones, que se discretizan espacialmente mediante el método de los elementos finitos, se obtienen implementando una versión de las ecuaciones

de Lagrange. El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, producto de la discretización antes mencionada, que gobierna la dinámica del conjunto estructura/actuadores es integrado en el dominio del tiempo mediante el método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming.

4.2. Conceptos generales sobre piezoelectricidad

La piezoelectricidad es un fenómeno que se presenta en una amplia variedad de materiales, y puede ser explicada como la interacción entre las propiedades elásticas y eléctricas de un medio material. Algunos materiales son piezoeléctricos por naturaleza, mientras que otros pueden ser tratados para transformarse en piezoeléctricos mediante un proceso denominado 'polarización'.

Cuando un material piezoeléctrico es sometido a un estado de deformación mecánica adquiere una polarización eléctrica que se manifiesta como una diferencia de potencial sobre la superficie del mismo (*efecto directo de piezoelectricidad*), y de manera inversa, al aplicarle una diferencia de potencial sobre las superficies, el material experimenta una deformación mecánica (*efecto inverso de piezoelectricidad*) produciendo un cambio en su forma.

El efecto directo de la piezoelectricidad fue observado por primera vez en cristales de cuarzo y turmalina en 1880 por los hermanos Pierre y Jacques Curie. Al año siguiente, el efecto inverso fue deducido matemáticamente a través de principios termodinámicos por Lippman, e inmediatamente los hermanos Curie confirmaron la existencia del efecto inverso de manera experimental [72].

Tiempo después, la teoría de piezoelectricidad fue desarrollada basada en principios termodinámicos por varios científicos [97]. Sin embargo el efecto piezoeléctrico no fue usado hasta finales de la primera guerra mundial cuando Langevin usó cristales de cuarzo para generar y recibir ondas sonoras bajo del agua con el propósito de detectar la presencia de submarinos [98].

Como reciente aplicación de estos materiales se puede citar el *control activo de vibraciones*, donde se usa un material piezoeléctrico como sensor (*efecto directo*) para captar vibraciones y transmitir las como señales eléctricas a un actuador piezoeléctrico

(efecto inverso) con el fin de crear una antivibración de manera de suprimir las oscilaciones por interferencia destructiva [67].

El comportamiento piezoeléctrico está vinculado a la estructura cristalina de los materiales, y al movimiento de las cargas puntuales dentro esa estructura. Para comprender las ecuaciones constitutivas que describen el comportamiento antes mencionado es necesario introducir algunos conceptos.

El momento dipolar, p , generado por dos cargas puntuales de igual intensidad y signos opuestos separadas una distancia l (dipolo), está dado por,

$$p = ql \quad (4.1)$$

donde q es la magnitud de cada carga, y el sentido de l es definido por conveniencia desde la carga negativa hacia la carga positiva.

En un cristal donde existen varios dipolos, el momento dipolar resultante es la suma vectorial de los momentos dipolares asociado a cada dipolo. Este momento resultante depende de la distancia que existe entre el centro de las cargas positivas y el centro de las cargas negativas.

Por otro lado, la polarización P es definida como la densidad del momento dipolar eléctrico, es decir,

$$P = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{N_d} p_k}{\Delta v} \quad (4.2)$$

donde N_d es el número de dipolos eléctricos contenidos en el volumen v .

Si en un material existe una distribución de carga eléctrica de manera que el centro de las cargas positivas coincide con el centro de las cargas negativas, el momento dipolar resultante es nulo y en consecuencia la polarización también lo es ($P = 0$), a este material se lo conoce como no polar. Sin embargo, cuando un material no polar en el estado no deformado, se somete a una deformación mecánica los centros de cargas pueden dejar de coincidir y convertirse en un material polar ($P \neq 0$) en el estado deformado. En esta situación la polarización provoca la existencia de un campo eléctrico E en el interior del material. A un material que posee estas características se lo denomina piezoeléctrico.

Para hacer uso del efecto piezoeléctrico en un material, se colocan electrodos en las superficies opuestas del mismo. Los electrodos que se muestran en la Figura 4-1 forman un capacitor de placas paralelas con el piezoeléctrico actuando de dieléctrico.

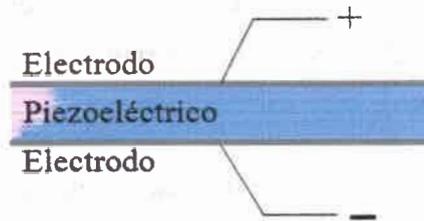


Figura 4-1: Configuración típica de un sistema electrodo-piezoeléctrico.

Cuando el material es deformado, el campo eléctrico resultante se manifiesta como una diferencia de potencial (o voltaje) entre los electrodos. La relación entre la intensidad del campo eléctrico E y el voltaje V es,

$$E = -\nabla V \quad (4.3)$$

donde ∇ es un operador (diferencial) vectorial que en coordenadas cartesianas y ortogonales toma la forma,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \quad (4.4)$$

Es posible establecer una relación lineal entre el campo eléctrico y la polarización a través de la ecuación (4.5) [99].

$$P = \chi_o \kappa E \quad (4.5)$$

donde χ_o es la permitividad eléctrica en el vacío, y κ es un tensor conocido como *susceptibilidad eléctrica*.

4.3. Ecuaciones constitutivas lineales para materiales piezoeléctricos

En materiales no piezoeléctricos, el comportamiento mecánico es completamente independiente del comportamiento eléctrico, no siendo así en materiales piezoeléctricos, donde las variables eléctricas y mecánicas son fuertemente dependientes. A continuación se presentan las relaciones constitutivas que rigen el comportamiento electromecánico de materiales piezoeléctricos.

A través de la ley de Gauss y considerando la expresión (4.5) es posible demostrar que el campo eléctrico puede relacionarse con el desplazamiento eléctrico, \mathbf{D} , una nueva variable introducida aquí, mediante la siguiente ecuación,

$$\mathbf{D} = \chi \mathbf{E} \quad (4.6)$$

donde χ es la permitividad eléctrica en el medio en consideración, cuya expresión es,

$$\chi = \chi_o (1 + \kappa) \quad (4.7)$$

Por otro lado, la ley de Hooke generalizada para materiales linealmente elásticos puede expresarse como,

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (4.8)$$

o en notación tensorial,

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (4.9)$$

donde $\underline{\underline{C}}$ es el tensor de elasticidad lineal, $\underline{\underline{\sigma}}$ es el tensor de tensiones y $\underline{\underline{\varepsilon}}$ es el tensor de deformación mecánica.

Debido a la simetría de los tensores $\underline{\underline{\sigma}}$ y $\underline{\underline{\varepsilon}}$, sus 9 componentes se reducen a sólo 6 componentes independientes que se disponen en los arreglos σ y ε respectivamente. Esto también permite reducir el orden del tensor $\underline{\underline{C}}$ a una matriz \mathbf{C} denominada matriz de elasticidad lineal. Luego la ley de Hooke generalizada puede reescribirse como,

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (4.10)$$

o en notación matricial,

$$\sigma = \mathbf{C} \varepsilon \quad (4.11)$$

Las ecuaciones que describen la interacción entre el comportamiento elástico y el comportamiento eléctrico de los materiales piezoeléctrico pueden derivarse mediante la utilización de potenciales termodinámicos: entalpía, H , y energía libre de Gibbs, G . Estos potenciales termodinámicos se expresan en forma diferencial como [100],

$$\begin{aligned} dH &= \sigma d\varepsilon - \mathbf{D} d\mathbf{E} & H &= H(\varepsilon, \mathbf{E}) \\ dG &= -\varepsilon d\sigma - \mathbf{D} d\mathbf{E} & G &= G(\sigma, \mathbf{E}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

A través de operaciones matemáticas y considerando las expresiones (4.6), (4.11) y (4.12), es posible llegar a dos de las diferentes relaciones constitutivas que emergen de las consideraciones termodinámicas,

$$\begin{aligned} H &\rightarrow \sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j - e_{ik}E_k, & D_k &= e_{ki}\varepsilon_i + \chi_{kl}E_l \\ G &\rightarrow \varepsilon_i = s_{ij}\sigma_j + d_{ik}E_k, & D_k &= d_{ki}\sigma_i + \chi_{kl}E_l \end{aligned} \quad (4.13)$$

o en notación matricial,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{e}\mathbf{E}, & \mathbf{D} &= \mathbf{e}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\chi}\mathbf{E} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{s}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{d}\mathbf{E}, & \mathbf{D} &= \mathbf{d}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\chi}\mathbf{E} \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde \mathbf{s} es la matriz de flexibilidad, \mathbf{d} y \mathbf{e} son matrices que contienen información del acoplamiento electromecánico y dependen del material. Es importante mencionar que $\mathbf{s}^{-1} = \mathbf{C}$. Una descripción detallada de las ecuaciones constitutivas para medios piezoeléctricos puede consultarse en [101].

Para modelar el comportamiento de un actuador sólo se utiliza una de las cuatro ecuaciones presentadas (4.14), la que por conveniencia se reescribe a continuación,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{s}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{d}\mathbf{E} \quad (4.15)$$

Un desarrollo más detallado de la deducción de las ecuaciones de (4.6) a (4.15) puede consultarse en la referencia [100].

Para un caso general la ecuación (4.15) resulta,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

En la sección siguiente se explica el significado de las componentes de los vectores $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ y \mathbf{E} .

La ecuación constitutiva (4.16) expresa que la deformación mecánica queda determinada a través del conocimiento del estado de tensiones y del campo eléctrico en el interior del material generado por la aplicación de una diferencia de potencial.

4.4. Descripción de los actuadores piezoeléctricos

En este trabajo, para el accionamiento mecánico se usa una lámina de material piezoeléctrico del tipo PZT (*Titanato Zirconato de Plomo*), cuya geometría es descrita por su longitud (l_p), ancho (b_p) y espesor (t_p) como se indica en la Figura 4-2.

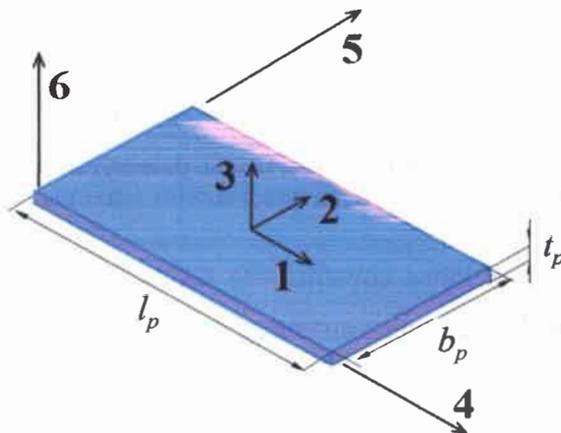


Figura 4-2: Descripción geométrica de un actuador piezoeléctrico.

Se define un sistema de coordenadas ortogonales (1, 2, 3) y un sistema de coordenadas ortogonales (4, 5, 6) para la interpretación de la ecuación (4.16).

Los subíndices 1, 2, 3 en los vectores σ y ϵ indican tensión y deformación axial en las direcciones 1, 2 y 3 respectivamente. Los subíndices 4, 5 y 6 denotan las tensiones y las deformaciones transversales o de corte en las direcciones 4, 5 y 6, respectivamente.

Los subíndices 1, 2, 3 en el vector E indican la dirección del campo eléctrico en la dirección 1, 2 y 3 respectivamente.

Para un material piezoeléctrico del tipo PZT, la ecuación constitutiva presentada en (4.16) toma la forma,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

El valor de las componentes de s y d se pueden consultar en [91].

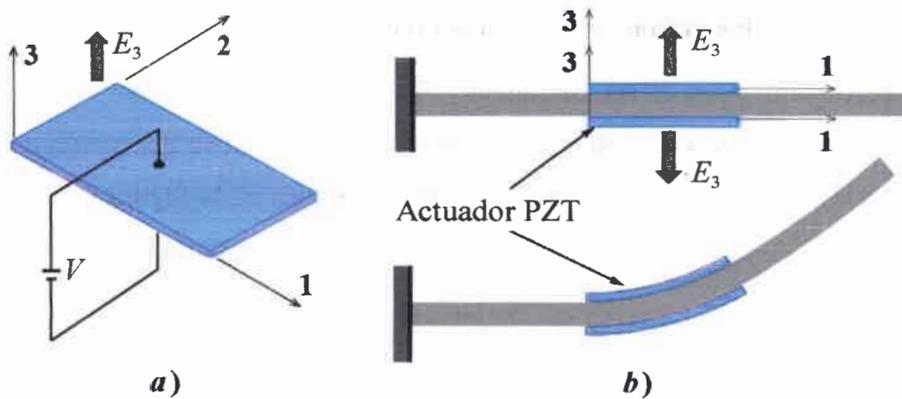


Figura 4-3: Accionamiento mecánico mediante una lámina de material piezoeléctrico del tipo PZT
 a) Campo eléctrico sobre un actuador. b) Acción de actuadores sobre una viga de material elástico.

De acuerdo a las ecuaciones constitutivas dadas por (4.17), si en una lámina rectangular de PZT (actuador) se aplica un campo eléctrico E_3 , variable en el tiempo t y en la dirección 3, la lámina de PZT experimentará deformaciones 'libres' ϵ_1 , ϵ_2 y ϵ_3 en las direcciones 1, 2 y 3 respectivamente (Figura 4-3a). Es importante aclarar que como la lámina no está restringida, el estado de tensiones es nulo, y por la tanto la ecuación (4.17) se reduce a,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Debido al modelo de viga adoptado en este trabajo, y teniendo en cuenta la orientación espacial del PZT sobre la viga, la única deformación involucrada en el modelo es ϵ_1 , por ello a partir de aquí se denota como λ a la única deformación libre. De (4.18) se tiene,

$$\epsilon_1 = \lambda(t) = d_{31} E_3(t) = d_{31} \frac{V(t)}{t_p} \quad (4.19)$$

La ecuación (4.19) es una ecuación escalar, y se ha usado a (4.3) para expresar el campo eléctrico en función del voltaje aplicado.

La fuerza necesaria para restringir completamente el movimiento de la lámina en la dirección 1 está dada por la expresión (4.20),

$$F_{bl} = Q A \lambda(t) = Q A d_{31} \frac{V(t)}{t_p} \quad (4.20)$$

donde Q es el módulo de elasticidad longitudinal del material PZT, A es el área transversal de la lámina, y F_{bl} es la fuerza necesaria para bloquear completamente el desplazamiento en la dirección 1; la cual se conoce como “fuerza bloqueada”.

El modelo de fuerza bloqueada es una aproximación simple y físicamente intuitiva para estimar la respuesta de una viga sometida a la acción de una deformación inducida. En este modelo el actuador es idealizado como una línea de fuerza.

Si un par de actuadores idénticos de PZT se adhieren perfectamente en las superficies superior e inferior de una viga, y luego se aplica un campo eléctrico al actuador superior y un campo eléctrico de la misma intensidad pero de sentido opuesto al actuador inferior, se provoca un acortamiento de las fibras superiores de la viga y un alargamiento de las fibras inferiores, lo que resulta en una flexión pura del sistema viga/actuador, ver Figura 4-3b. Si los voltajes son de distinto signo, y de distinta magnitud, además de causarse una flexión, el sistema experimenta un alargamiento (o acortamiento) producido por la fuerza inducida por el PZT.

La fuerza necesaria para flexionar y traccionar (o comprimir) la viga puede expresarse en términos de la fuerza bloqueada.

4.5. Descripción del modelo estructural del ala flexible

En la Figura 4-4 se muestra la *estructura tipo peine* propuesta para el ala del UAV, la cual está compuesta por una viga principal, que cubre casi completamente la semienvergadura del ala, y por varias vigas secundarias en voladizo, orientadas a lo largo de la cuerda y conectadas en uno de sus extremos a la viga principal.

Notar que se considera sólo una de las semialas del UAV empotrada en su raíz. Sobre la estructura del ala, los actuadores piezoeléctricos se distribuyen de a pares (actuador inferior y superior) con la finalidad de inducir deformaciones sobre dicha estructura, y así cambiar su configuración. El modelo de ala flexible con actuadores piezoeléctricos inmersos permite variar el ángulo de diedro del ala mediante la deflexión de la viga principal, y además, cambiar la combadura y la torsión mediante la deflexión de las vigas secundarias.

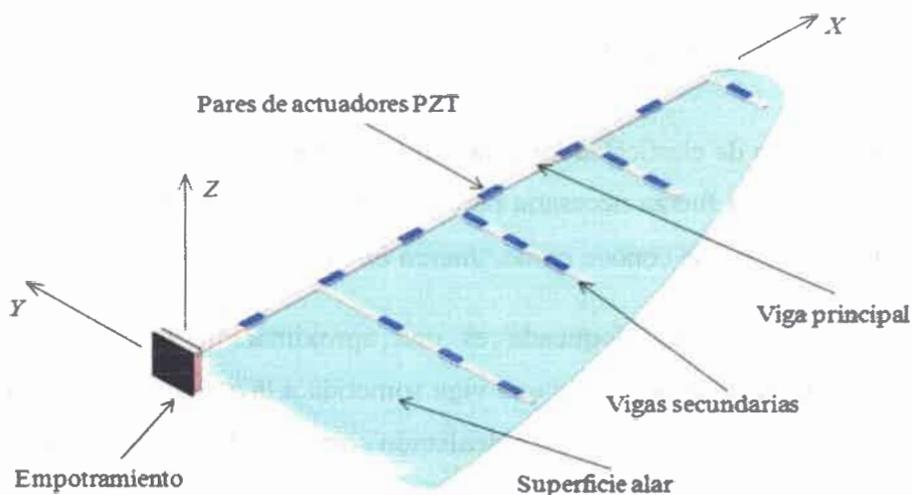


Figura 4-4: Estructura tipo peine propuesta para el ala del UAV.

4.6. Formulación de las ecuaciones de movimiento mediante elementos finitos

4.6.1. Generalidades

La formulación de las ecuaciones de movimiento, que son discretizadas espacialmente mediante el método de los elementos finitos, constituye el núcleo de este capítulo.

Las vigas que componen la estructura se dividen en un número finito de elementos que están conectados mediante puntos que se denominan nodos. Un elemento puede estar compuesto únicamente por el material elástico de la viga, o bien, tener un par de láminas de PZT (actuadores) adheridas al material elástico formando una estructura "sándwich" como se muestra en la Figura 4-5. Las propiedades del conjunto viga/actuadores se asumen constante a lo largo de cada elemento.

Se define un sistema de coordenadas cartesianas y ortogonales (sistema global) fijo a la raíz del ala, y un sistema de coordenadas (sistema local) fijo a la configuración no-deformada de cada elemento. Los ejes del sistema global son denotados como X , Y , Z ; y los del sistema local como x , y , z . En este modelo se consideran 6 grados de libertad por nodo, correspondientes a 3 desplazamientos y a 3 giros. En la Figura 4-5 se muestra un elemento típico con sus correspondientes grados de libertad asociados a los nodos ' i ' y ' j ' que determinan el inicio y el fin del elemento.

A continuación, se desarrollan las ecuaciones de movimiento para los elementos que constituyen el sistema, y luego, estas ecuaciones se ensamblan para obtener el sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento del sistema completo.

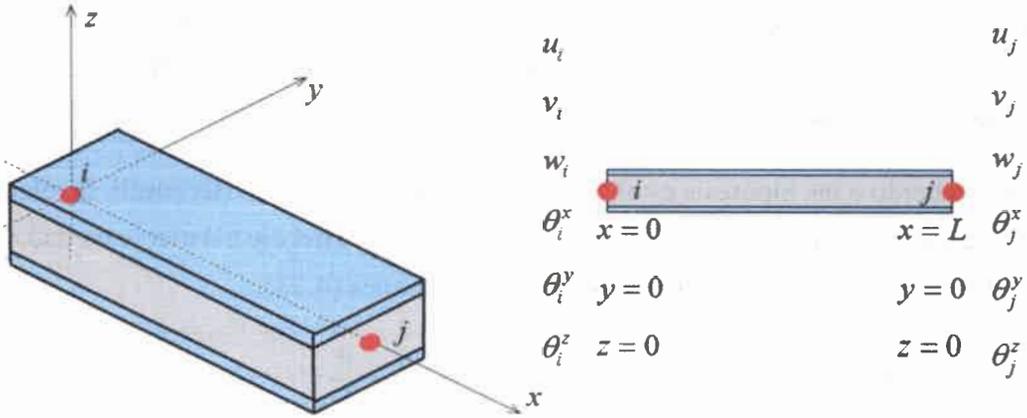


Figura 4-5: Elemento típico de la discretización y grados de libertad de los nodos.

4.6.2. Interpolación del campo de desplazamientos

En este trabajo, el campo de desplazamientos para cada elemento se obtiene como la superposición de los efectos axiales, flexionales y torsionales. Si bien los actuadores no torsionan a la estructura del ala en forma directa, los efectos de torsión deben incluirse ya que la deflexión de las vigas secundarias inducida por los PZT provocan una torsión en la viga principal.

El campo de desplazamientos completo del elemento de viga tridimensional puede representarse mediante un vector \mathbf{u} (4.21) cuyas componentes son los desplazamientos longitudinales, u , y los transversales, v y w , medidos desde el origen de sistema de coordenadas locales. Este campo es variable en el tiempo t .

$$\mathbf{u} = [u(x, y, z; t) \quad v(x, y, z; t) \quad w(x, y, z; t)]^T \quad (4.21)$$

El campo de desplazamientos propuesto en este trabajo, se basa en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, cuya hipótesis cinemática fundamental es que las secciones planas permanecen planas. Esto permite expresar el campo de desplazamientos en función de los desplazamientos incrementales del eje elástico de la viga. Según la teoría de vigas, e ignorando la contribución del alabeo de las secciones, el campo de desplazamientos está dado por,

$$\begin{aligned} u(x, y, z; t) &= u^0(x; t) - y \theta_z(x; t) + z \theta_y(x; t) \\ v(x, y, z; t) &= v^0(x; t) - z \theta_x(x; t) \\ w(x, y, z; t) &= w^0(x; t) + y \theta_x(x; t) \end{aligned} \quad (4.22)$$

donde $u^0(x; t)$, $v^0(x; t)$ y $w^0(x; t)$ son los desplazamientos en la dirección x , y y z , respectivamente, de un punto del eje elástico. Es oportuno mencionar que el eje x es

coincidente con el eje elástico de la viga. $\theta_x(x;t)$, $\theta_y(x;t)$, $\theta_z(x;t)$ son los giros de la sección (normal al eje x) que contiene del punto del eje elástico antes citado, alrededor de los ejes x , y y z , respectivamente.

De acuerdo a las hipótesis establecidas por la teoría de Euler-Bernoulli, la relación que existe entre los giros por flexión y los desplazamientos del eje elástico esta dada por las condiciones cinemáticas expresadas por las ecuaciones (4.23),

$$\theta_y(x;t) = -\frac{\partial}{\partial x} w^o(x;t) \quad \theta_z(x) = \frac{\partial}{\partial x} v^o(x;t) \quad (4.23)$$

Procediendo en la forma habitual, el campo de desplazamientos (4.22) dentro de un elemento, es aproximado mediante un conjunto de funciones de forma a partir de los grados de libertad asociados a los nodos del elemento. Los grados de libertad se organizan en un arreglo \mathbf{q} conocido como vector de coordenadas nodales, y las funciones de forma se arreglan en una matriz \mathbf{H} denominada matriz de interpolación:

$$\mathbf{q} = [u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_i^x \quad \theta_i^y \quad \theta_i^z \quad u_j \quad v_j \quad w_j \quad \theta_j^x \quad \theta_j^y \quad \theta_j^z]^T$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & h_{16} & h_{17} & h_{18} & h_{19} & h_{110} & h_{111} & h_{112} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} & h_{26} & h_{27} & h_{28} & h_{29} & h_{210} & h_{211} & h_{212} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} & h_{35} & h_{36} & h_{37} & h_{38} & h_{39} & h_{310} & h_{311} & h_{312} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

La aproximación del campo \mathbf{u} , se obtiene de la siguiente manera,

$$\mathbf{u} \approx \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{H} \mathbf{q} \quad (4.25)$$

En general cada componente h_{ij} de la matriz \mathbf{H} es función de las coordenadas x y z , mientras que las componentes q_j del vector \mathbf{q} son funciones del tiempo t . De esta manera es posible aproximar el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de todos los puntos que constituyen el ala en el dominio del tiempo.

Los elementos h_{ij} se determinan seleccionando funciones de acuerdo a la cantidad de grados de libertad disponible en el elemento. Debido a las relaciones cinemáticas (4.23), entre desplazamientos transversales y giros, las funciones de forma elegidas para interpolar los desplazamientos transversales del eje elástico son los polinomios cúbicos de Hermite, que incorporan como variables nodales a los desplazamientos transversales y sus derivadas, las cuales están asociadas a los giros de flexión del elemento. El desplazamiento longitudinal del eje elástico y el giro por torsión se interpolan mediante un polinomio de primer grado.

4.6.3. Interpolación del campo de deformaciones

La relación cinemática entre el campo de deformaciones y el campo de desplazamientos, considerando deformaciones infinitesimales, puede expresarse mediante la siguiente ecuación,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla) \quad (4.26)$$

De acuerdo a la teoría de viga utilizada, reemplazando (4.22) en (4.26), y considerando la relación establecida en (4.23), se concluye que las únicas deformaciones no nulas son ε_{xx} , ε_{xy} y ε_{xz} . Estas tres deformaciones se arreglan en un vector \mathbf{e} que, de acuerdo a (4.26), puede escribirse como,

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(x, y, z; t) \\ v(x, y, z; t) \\ w(x, y, z; t) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Definiendo el operador \mathbf{S} como,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

es posible expresar las deformaciones, en forma vectorial, como

$$\mathbf{e} = \mathbf{S} \mathbf{u} \quad (4.29)$$

Reemplazando la expresión (4.25), que interpola el campo de desplazamientos, en (4.29) se llega a,

$$\mathbf{e} = \mathbf{S} \mathbf{H} \mathbf{q} \quad (4.30)$$

Como \mathbf{q} no depende de las variables espaciales, el operador \mathbf{S} actúa directamente sobre \mathbf{H} . Definiendo la matriz \mathbf{B} , comúnmente denominada matriz de interpolación de deformaciones, como el producto de \mathbf{S} y \mathbf{H} , la expresión (4.30) toma la forma,

$$\mathbf{B}=\mathbf{S}\mathbf{H} \quad \rightarrow \quad \mathbf{e}=\mathbf{B}\mathbf{q} \quad (4.31)$$

Es importante tener claro en esta instancia que las componentes del vector \mathbf{e} son aproximaciones de las deformaciones. Estas deformaciones aproximadas están escritas en términos del vector de coordenadas nodales \mathbf{q} y de la matriz \mathbf{B} .

4.6.4. Ecuaciones de movimiento

Para determinar las ecuaciones de movimiento que gobiernan la dinámica de la estructura del ala se utilizan las ecuaciones de Lagrange. Una de las versiones toma la forma de la ecuación (4.32), donde se puede ver que el miembro del lado derecho es igual a cero debido a que, en esta instancia, el modelo no considera la influencia de cargas de naturaleza no-conservativa. Las únicas cargas que excitan la estructura son las fuerzas y momentos producidos por las deformaciones que inducen los actuadores piezoeléctricos, las cuales se introducen a través de la energía interna de deformación U .

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}} = 0 \quad (4.32)$$

donde T es la energía cinética.

Tanto la energía de deformación como la energía cinética incluyen el aporte de todos los materiales que componen el elemento. El material piezoeléctrico contribuye con la deformación mecánica, la cual se obtiene como la diferencia entre la deformación total y la deformación libre del material. Con esto en mente, la energía de deformación puede escribirse como,

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \left(Q(\varepsilon_{xx} - \lambda_1)^2 + 4D_{xy}(\varepsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_1 \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} \left(C(\varepsilon_{xx})^2 + 4G(\varepsilon_{xy})^2 + 4G(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_2 \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_3} \left(Q(\varepsilon_{xx} - \lambda_3)^2 + 4D_{xy}(\varepsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_3 \end{aligned} \quad (4.33)$$

donde Ω_1 , Ω_2 y Ω_3 son los volúmenes que ocupan el actuador superior, la viga y el actuador inferior respectivamente; Q , D_{xy} y D_{xz} son las tres únicas componentes de la matriz de elasticidad del material piezoeléctrico que inciden sobre U ; C y G son las componentes

de la matriz de elasticidad del material de la viga; D_{xy} y D_{xz} son los módulos de corte transversales del material PZT (no isótropo); G es el módulo de corte transversal de la viga (isótropo) y λ_1 y λ_3 son las deformaciones inducidas (o libres) en el actuador superior y en el actuador inferior respectivamente. Es importante no confundir esto con las deformaciones en las direcciones 1 y 3. De acuerdo a la ecuación (4.19) λ_1 y λ_3 se obtienen como,

$$\lambda_1(t) = d_{31} \frac{V_1(t)}{t_p} \quad \lambda_3(t) = d_{31} \frac{V_3(t)}{t_p} \quad (4.34)$$

donde $V_1(t)$ y $V_3(t)$ son voltajes aplicados sobre el actuador superior e inferior respectivamente. Por conveniencia, los términos que contienen la deformación inducida, se separan como sigue,

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \left(Q(\epsilon_{xx})^2 + 4D_{xy}(\epsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\epsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_1 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} Q(-2\lambda_1\epsilon_{xx} + \lambda_1^2) d\Omega_1 \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} \left(C(\epsilon_{xx})^2 + 4G_{xy}(\epsilon_{xy})^2 + 4G_{xz}(\epsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_2 \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_3} \left(Q(\epsilon_{xx})^2 + 4D_{xy}(\epsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\epsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_3 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_3} Q(-2\lambda_3\epsilon_{xx} + \lambda_3^2) d\Omega_3 \end{aligned} \quad (4.35)$$

En este punto, con el fin de emplear una formulación matricial, lo que facilita la programación para la implementación computacional, y para dar más generalidad al modelo, se definen algunas matrices y vectores asociados a los materiales que componen el elemento.

Las matrices \mathbf{Y}_1 , \mathbf{Y}_2 , \mathbf{Y}_3 mostradas en (4.36) contienen información relativa al tensor de elasticidad asociada al actuador superior, a la viga y al actuador inferior, respectivamente.

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & 4D_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 4D_{xz} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 4G & 0 \\ 0 & 0 & 4G \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_3 = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & 4D_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 4D_{xz} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Los vectores Λ_1 , Λ_2 , Λ_3 mostrados en (4.37), referidos al actuador superior, a la viga y al actuador inferior respectivamente, determinan la deformación inducida (o libre) en cada material por la aplicación de un campo eléctrico.

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Lambda_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Lambda_3 = \begin{bmatrix} \lambda_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Es importante aclarar que en el material de la viga no hay deformación producida por el campo eléctrico, y por ello $\Lambda_2 = \mathbf{0}$; simplemente se asocia este vector de deformación para dar mayor generalidad a la formulación aquí presentada. Una vez definidas estas matrices y vectores, la ecuación (4.35) puede escribirse utilizando notación matricial como,

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_1 \mathbf{e} \, d\Omega_1 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} (-2 \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_1 \Lambda_1 + \Lambda_1^T \mathbf{Y}_1 \Lambda_1) \, d\Omega_1 \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_2 \mathbf{e} \, d\Omega_2 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} (-2 \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_2 \Lambda_2 + \Lambda_2^T \mathbf{Y}_2 \Lambda_2) \, d\Omega_2 \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_3} \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_3 \mathbf{e} \, d\Omega_3 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_3} (-2 \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_3 \Lambda_3 + \Lambda_3^T \mathbf{Y}_3 \Lambda_3) \, d\Omega_3 \end{aligned} \quad (4.38)$$

en consecuencia, la energía interna de deformación se reescribe como,

$$U = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_k \mathbf{e} \, d\Omega_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} (-2 \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k + \Lambda_k^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k) \, d\Omega_k \quad (4.39)$$

Reemplazando (4.31) en (4.39) se tiene,

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \left(\sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \mathbf{B} \, d\Omega_k \right) \mathbf{q} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} (-2 \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k + \Lambda_k^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k) \, d\Omega_k \quad (4.40)$$

Luego se define,

$$\mathbf{K} = \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \mathbf{B} \, d\Omega_k \quad F = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} (-2 \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k + \Lambda_k^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k) \, d\Omega_k \quad (4.41)$$

donde \mathbf{K} se es la matriz de rigidez del elemento, y F es un término que contiene el aporte de la energía de deformación inducida dentro del elemento. Finalmente, con todo lo antes mencionado, es posible escribir la energía interna de deformación como,

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} + F \quad (4.42)$$

Por otro lado, la energía cinética del sistema se obtiene de la siguiente manera,

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \rho_k \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} d\Omega_k \quad (4.43)$$

donde ρ_k ($k = 1,2,3$) es la densidad asociada al actuador superior, a la viga y al actuador inferior respectivamente, $\dot{\mathbf{u}}$ es el campo de velocidades, el cual se obtiene derivando respecto del tiempo la (4.25), con lo que se tiene,

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{H} \dot{\mathbf{q}} \quad (4.44)$$

En las ecuaciones (4.43) y (4.44), para denotar la derivada respecto del tiempo de una cantidad vectorial (o escalar) se utiliza un punto sobre esa cantidad (notación convencional de la mecánica).

Reemplazando (4.44) en (4.43) se tiene,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \rho_k \mathbf{H}^T \mathbf{H} d\Omega_k \dot{\mathbf{q}} \quad (4.45)$$

La matriz de masa del elemento, \mathbf{M} , se define como,

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \rho_k \mathbf{H}^T \mathbf{H} d\Omega_k \quad (4.46)$$

Luego la energía cinética del elemento se puede expresar como,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (4.47)$$

Una vez que se han obtenido las expresiones para la energía interna de deformación (4.42) y para la energía cinética (4.47), estas son introducidas en las ecuaciones de Lagrange (4.32), y se llega a la siguiente expresión matricial de las ecuaciones diferenciales de movimiento para un elemento,

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (4.48)$$

donde $\ddot{\mathbf{q}}$ es el vector de aceleraciones de los grados de libertad asociados al elemento y \mathbf{Q} es el vector de cargas generalizadas que contiene la influencia de los actuadores piezoeléctricos, el cual está dado por,

$$\mathbf{Q} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} = \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \boldsymbol{\Lambda}_k d\Omega_k \quad (4.49)$$

Desarrollando la expresión del vector de carga generalizada \mathbf{Q} dado por la ecuación (4.49), para un elemento con actuadores PZT, es posible observar que aparece el término de la llamada *fuerza bloqueada* dada por la expresión (4.20).

La expresión (4.48) gobierna la dinámica de un elemento que tiene incluidos actuadores piezoeléctricos. Para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema completo (estructura/actuadores) se deben ensamblar las matrices de rigidez y de masa asociadas a cada uno de los elementos que constituye el sistema. También se debe ensamblar el vector de cargas generalizadas.

La forma de la ecuación de movimiento del sistema completo (o global) es similar a la de un elemento,

$$\mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_g \mathbf{q}_g = \mathbf{Q}_g \quad (4.50)$$

pero la diferencia radica en el uso del subíndice 'g' (por global) que se ha utilizado para indicar que las matrices de masa y de rigidez y el vector de cargas han sido ensamblados teniendo en cuenta el aporte de todos los elementos. Notar que los desplazamientos y aceleraciones de los grados de libertad también se han denotado con un subíndice 'g' ya que en la ecuación (4.50) están presentes todos los grados de libertad asociado a todos los nodos de la estructura, mientras que en la ecuación (4.48) solo están presentes los grados de libertad asociados a los dos nodos correspondientes a los extremos del elemento en consideración.

4.7. Integración de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo

Con el fin de integrar en el dominio del tiempo el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (4.50), producto de la discretización espacial, se implementa una técnica de integración numérica basada en el método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming.

Si bien en este trabajo de tesis no se acopla el modelo aerodinámico al modelo estructural, el esquema de integración fue seleccionado pensando en la interacción entre ambos modelos.

La primera razón por la que se eligió este método, es que el modelo aerodinámico funciona mejor cuando las cargas son sólo evaluadas en pasos enteros de tiempo de

integración, y la segunda es que las cargas aerodinámicas contienen contribuciones que son proporcionales a la aceleración, dando lugar al llamado efecto de masa agregada. Estos hechos hacen que la implementación de un método tipo Runge-Kutta no sea adecuado [6].

A continuación, se describe brevemente el procedimiento para integrar las ecuaciones diferenciales de movimiento (4.50).

4.7.1. Algoritmo de integración

El primer paso consiste en escribir las ecuaciones de movimiento como un sistema de $2n$ ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de la forma,

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{y}(t); t) \quad (4.51)$$

donde n es la dimensión del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (4.50) que se desea integrar.

Se comienza definiendo las variables auxiliares,

$$\mathbf{y}_1(t) = \mathbf{q}_g(t) \quad \mathbf{y}_2(t) = \dot{\mathbf{q}}_g(t) \quad (4.52)$$

Derivando la ecuación (4.52) respecto al tiempo, se puede escribir que,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{y}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_g(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_g(t) \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Luego se expresa el miembro del lado derecho de la ecuación (4.53) en términos de las nuevas variables ($\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$), y para ello se deben considerar las ecuaciones (4.50) y (4.52). Entonces se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{y}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_2(t) \\ \mathbf{M}_g^{-1}(-\mathbf{K}_g \mathbf{y}_1(t) + \mathbf{Q}_g) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

donde,

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{y}}_2(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(t) \\ \mathbf{y}_2(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}(\mathbf{y}(t); t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_2(t) \\ \mathbf{M}_g^{-1}(-\mathbf{K}_g \mathbf{y}_1(t) + \mathbf{Q}_g) \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Una vez obtenida la forma explícita de la ecuación (4.51), se comienza con el proceso de integración numérica, pero antes se define a la solución en el tiempo t_j como,

$$t_j = j\Delta t \quad \mathbf{y}^j = \mathbf{y}(t_j) \quad (4.56)$$

donde Δt es el paso de integración adoptado.

El algoritmo de integración puede describirse brevemente como:

1. En t_0 ($t = 0$) la solución es construida a partir de las condiciones iniciales \mathbf{y}^0 (datos del problema).

2. En t_1 ($t = \Delta t$) se predice la solución, ${}^p\mathbf{y}^1$, mediante el *Método de Euler*.

3. Con ${}^p\mathbf{y}^1$ utilizando el *Método de Euler Modificado* se obtiene la solución corregida \mathbf{y}^1 . Se comienza proponiendo ${}^1\mathbf{y}^1 = {}^p\mathbf{y}^1$ y esta solución se corrige iterativamente hasta satisfacer $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^1 - {}^k\mathbf{y}^1\|_\infty < \varepsilon$, donde k es el número de iteraciones, ε es una tolerancia establecida, y $\|\cdot\|_\infty$ denota la norma vectorial infinito. Una vez satisfecha la condición de tolerancia se tiene la solución en el primer paso de tiempo,

$$\mathbf{y}^1 = {}^{k+1}\mathbf{y}^1 \quad (4.57)$$

4. En t_2 ($t = 2\Delta t$) se predice la solución, ${}^p\mathbf{y}^2$, mediante el *Método Predictor de dos pasos de Adams-Bashfort*.

5. Con ${}^p\mathbf{y}^2$ utilizando el *Método de dos pasos Adams-Moulton* se obtiene la solución corregida \mathbf{y}^2 . Se propone ${}^1\mathbf{y}^2 = {}^p\mathbf{y}^2$ y esta solución se corrige iterativamente hasta satisfacer $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^2 - {}^k\mathbf{y}^2\|_\infty < \varepsilon$, donde k es el número de iteraciones. Una vez satisfecha la condición de tolerancia se tiene la solución en el segundo paso de tiempo,

$$\mathbf{y}^2 = {}^{k+1}\mathbf{y}^2 \quad (4.58)$$

6. En t_3 ($t = 3\Delta t$) se predice la solución, ${}^p\mathbf{y}^3$, mediante el *Método de tres pasos Adams-Bashfort*.

7. Con ${}^p\mathbf{y}^3$ utilizando el *Método de tres pasos Adams-Moulton* se obtiene la solución corregida \mathbf{y}^3 . Se comienza proponiendo ${}^1\mathbf{y}^3 = {}^p\mathbf{y}^3$ y esta solución se corrige iterativa mente hasta satisfacer $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^3 - {}^k\mathbf{y}^3\|_\infty < \varepsilon$, donde k es el número de iteraciones.

Una vez satisfecha la condición de tolerancia se tiene la solución en el tercer paso de tiempo,

$$\mathbf{y}^3 = {}^{k+1}\mathbf{y}^3 \quad (4.59)$$

Aquí se debe evaluar por primera vez el error de truncamiento local

$$\mathbf{e}_T^3 = {}^{k+1}\mathbf{y}^3 - {}^1\mathbf{y}^3 \quad (4.60)$$

8. En t_j ($t = j\Delta t$), con $j \geq 4$ se obtiene la solución mediante el *Método Predictor-Corrector de Hamming modificado de cuarto orden*. Primero se predice la solución ${}^p\mathbf{y}^j$. Luego esta solución se modifica con el error de truncamiento local \mathbf{e}_T^{j-1} para obtener ${}^1\mathbf{y}^j$. Finalmente la solución modificada es corregida iterativamente hasta satisfacer $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^j - {}^k\mathbf{y}^j\|_\infty < \varepsilon$, donde k es el número de iteraciones. Una vez satisfecha la condición de tolerancia se determina el error de truncamiento en el paso j ,

$$\mathbf{e}_T^j = {}^{k+1}\mathbf{y}^j - {}^1\mathbf{y}^j \quad (4.61)$$

luego la solución en el tiempo j se determina como,

$$\mathbf{y}^j = {}^{k+1}\mathbf{y}^j - \mathbf{e}_T^j \quad (4.62)$$

La solución en el dominio del tiempo incluye el conocimiento del desplazamiento, velocidad y aceleración de todos los grados de libertad asociados a los nodos que discretizan la estructura.

De esta manera queda descrita la integración en el dominio del tiempo de las ecuaciones diferenciales ordinarias que gobiernan la dinámica del ala flexible de los UAVs aquí considerados. Para obtener más detalles de esta técnica de integración temporal puede consultarse la referencia [64].

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de 14 casos de estudio resueltos mediante simulaciones numéricas que fueron llevadas a cabo utilizando las herramientas computacionales que implementan los modelos presentados en los capítulos 2, 3 y 4. Los resultados se han dividido en dos grupos: *i*) el primero está referido a aspectos aerodinámicos, y *ii*) el segundo comprende aspectos estructurales.

En el primer grupo de resultados se desarrollan seis casos de estudio asociados al comportamiento aerodinámico de alas reconfigurables donde se incluyen dos casos por cada una de las estrategias de mutación (tres modelos de ala) descritas en el capítulo 2. Entre los casos aquí desarrollados se incluirán análisis estacionarios e inestacionarios.

El segundo grupo de resultados está referido a la respuesta estática y dinámica de alas flexibles sometidas a deformaciones localizadas mediante actuadores del tipo piezoeléctrico. Se investiga el comportamiento estructural de cinco casos de estudio referidos a un modelo de viga 2-D y tres casos correspondientes a un modelo estructural de ala en 3-D.

5.2. Simulaciones numéricas: Aspectos aerodinámicos

En esta sección se presentan y desarrollan seis casos de estudio con el fin de comprender el comportamiento aerodinámico asociado a las tres estrategias de mutación presentadas en el capítulo 2.

La herramienta numérica, desarrollada para estudiar las características aerodinámicas de UAVs reconfigurables, ha sido verificada comparando resultados parciales con un caso estudiado en la referencia [102].

5.2.1. Modelo 1. Ala rectangular con ángulos de diedro y flecha variables

Como modelo 1 se considera un ala reconfigurable rectangular con ángulos de diedro y flecha variables. Se presentan dos casos referidos a este modelo con el fin de investigar la influencia que tiene la rotación y la deformación de las regiones que constituyen el ala, sobre las cargas aerodinámicas. Como se describió en el capítulo 2, la geometría se define especificando las coordenadas de ciertos puntos, lo que a su vez permite subdividir el ala en diferentes regiones (Figura 5-1). En la Tabla V-1 se dan las coordenadas de los puntos que definen las regiones para los dos casos de estudio que se desarrollan a continuación.

Tabla V-1: Coordenadas de los puntos que generan la geometría del ala del modelo 1.

Punto	o	p	q	r	s	u	v	w
x [m]	0	4	4	0	4	0	4	0
y [m]	0	0	2	2	4	4	8	8

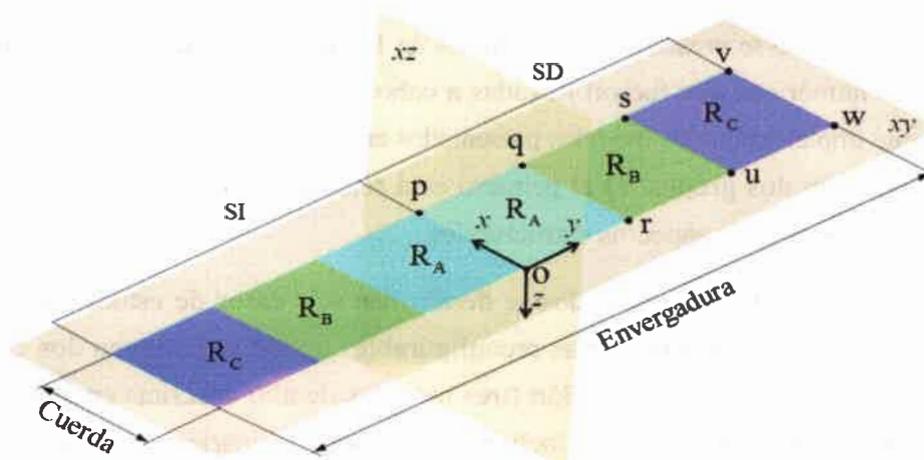


Figura 5-1: Modelo 1 - Geometría del ala y ubicación de las regiones R_A , R_B y R_C .

Para discretizar el ala se utilizan 4 paneles uniformes a lo largo de la cuerda y 8 paneles uniformes a lo largo de la envergadura (2 paneles para la región R_A , 2 paneles para la región R_B y 4 paneles para la región R_C). Los detalles sobre la división del ala en las diferentes regiones se encuentran en la sección 2.3 del capítulo 2.

5.2.1.1. Caso de estudio 1:

Variación simultánea de los ángulos de flecha y de diedro en el modelo 1

Como **caso 1**, se investiga en el modelo 1 la influencia que tienen, las deformaciones y rotaciones de las regiones R_A , R_B y R_C sobre los coeficientes aerodinámicos. El cambio de forma del ala (deformaciones y rotaciones de las regiones) se logra a través de la variación simultánea de los ángulos de flecha, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ y $\psi_3(t)$; y de los ángulos de diedro $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ y $\theta_3(t)$. La simulación se desarrolla en tres etapas utilizando un paso de tiempo adimensional $\Delta t = 1$.

- *Etapa 1.* Se comienza con un arranque impulsivo, se somete bruscamente al ala plana a una corriente de aire uniforme y luego se mantiene sin deformación hasta que se alcanza el régimen estacionario. La duración de esta etapa es de 70 pasos de tiempo ($t_1 = 70$).
- *Etapa 2.* Las tres regiones del ala (R_A , R_B , R_C) rotan y se deforman en forma simultánea hasta llegar a una determinada configuración. La rotación se logra mediante la especificación temporal de los ángulos $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ y $\theta_3(t)$ y la deformación se logra a

través de la variación temporal de los ángulos de flecha $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ y $\psi_3(t)$. La evolución temporal de $\theta_i(t)$ y $\psi_i(t)$, para $i = 1, 2, 3$, se describe mediante la siguiente ecuación,

$$\begin{cases} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{cases} = \begin{cases} 30^\circ \\ 0^\circ \\ -20^\circ \end{cases} \left\{ \frac{\pi}{180} \xi(t) \right. \quad \begin{cases} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \psi_3(t) \end{cases} = \begin{cases} 30^\circ \\ 30^\circ \\ 30^\circ \end{cases} \left\{ \frac{\pi}{180} \xi(t) \right. \quad (5.1)$$

donde $\xi(t)$ es una función monótona creciente que varía entre 0 y 1 y tiene pendiente nula en ambos extremos. La variable x toma valores en el intervalo $0 \leq x \leq 1$.

$$t_1 = 70 \text{ y } t_2 = 150 \quad x = \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \rightarrow \xi(t) = 3x^2 - 2x^3 \quad (5.2)$$

donde t_1 y t_2 son los pasos de tiempo que determinan el inicio y el final de la etapa 2, respectivamente. Esta etapa tiene una duración de 80 pasos de tiempo.

- *Etapa 3.* El ala mantiene la configuración que tiene al finalizar la etapa 2. Esta configuración se describe mediante la especificación de los ángulos de mutación como,

$$\begin{cases} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{cases} = \begin{cases} 30^\circ \\ 0^\circ \\ -20^\circ \end{cases} \left\{ \frac{\pi}{180} \right. \quad \begin{cases} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \psi_3(t) \end{cases} = \begin{cases} 30^\circ \\ 30^\circ \\ 30^\circ \end{cases} \left\{ \frac{\pi}{180} \right. \quad (5.3)$$

La duración de esta etapa es de 60 pasos de tiempo.

En la Figura 5-2 se presenta la evolución temporal de los coeficientes de sustentación, C_L , y de resistencia inducida, C_D , para tres ángulos de ataque ($\alpha = 5, 7.5$ y 10°). Se puede observar que el comportamiento del C_L es cualitativamente similar para los tres ángulos de ataque. En la etapa 1 crece hasta llegar a un valor estacionario que corresponde a la configuración donde el ala está completamente extendida, luego se incrementa en la etapa 2 hasta llegar a un máximo y posteriormente decrece hasta la finalización de esta etapa. Finalmente se mantiene en un valor constante durante la etapa 3 que corresponde a la configuración del ala descrita por la ecuación (5.3).

El comportamiento de C_D es cualitativamente similar a C_L , sin embargo su orden de magnitud es menor. Se puede observar que también se presenta un máximo de resistencia inducida para el paso de tiempo correspondiente a la máxima sustentación, aproximadamente en el paso 100. Es importante notar que tanto la sustentación como la resistencia inducida son inferiores cuando el ala está contraída (etapa 3) que cuando está completamente extendida (etapa 1).

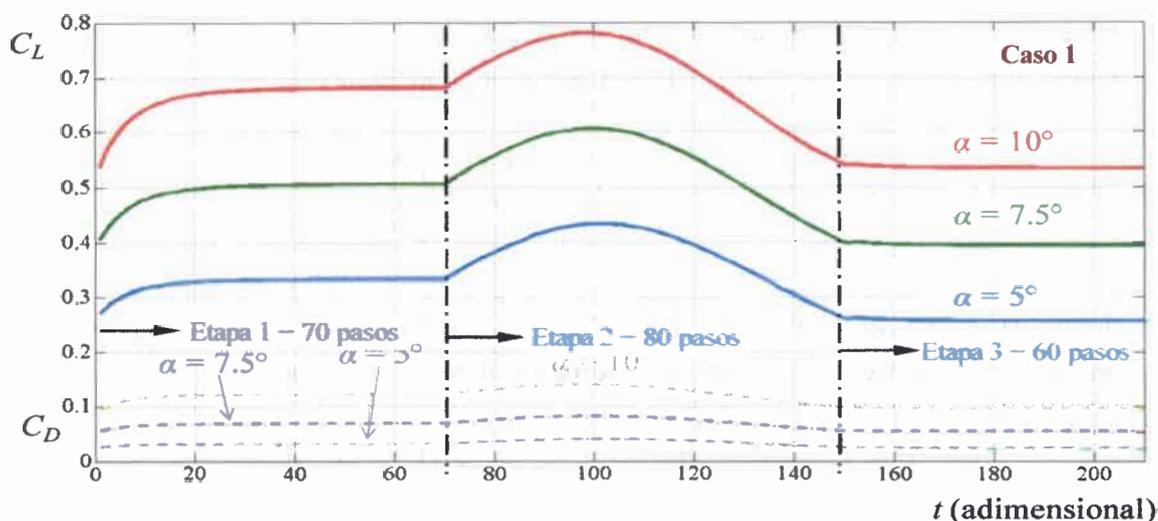


Figura 5-2: Caso 1 - Evolución de los coeficientes de sustentación, C_L , y de resistencia inducida, C_D .

En la Figura 5-3 se muestra la distribución de presión sobre el ala en el final de la etapa 1 y en el final de la etapa 3 para $\alpha = 10^\circ$. Se puede observar que, en ambos casos, la mayor sustentación se presenta en el borde de ataque y decrece hacia el borde de fuga. En el final de la etapa 1 cuando el ala está completamente extendida, el mayor salto de presión ($\Delta C_p \text{ max.} = 2.1$) se encuentra en una zona ubicada en el centro del borde de ataque, mientras que en la configuración contraída (final de la etapa 3), el mayor salto de presión ($\Delta C_p \text{ max.} = 1.67$) se localiza en dos zonas ubicadas sobre el borde de ataque situadas en los centros de las semialas (derecha e izquierda). El salto mínimo de presión se presenta en dos zonas ubicadas sobre el borde de fuga del ala.

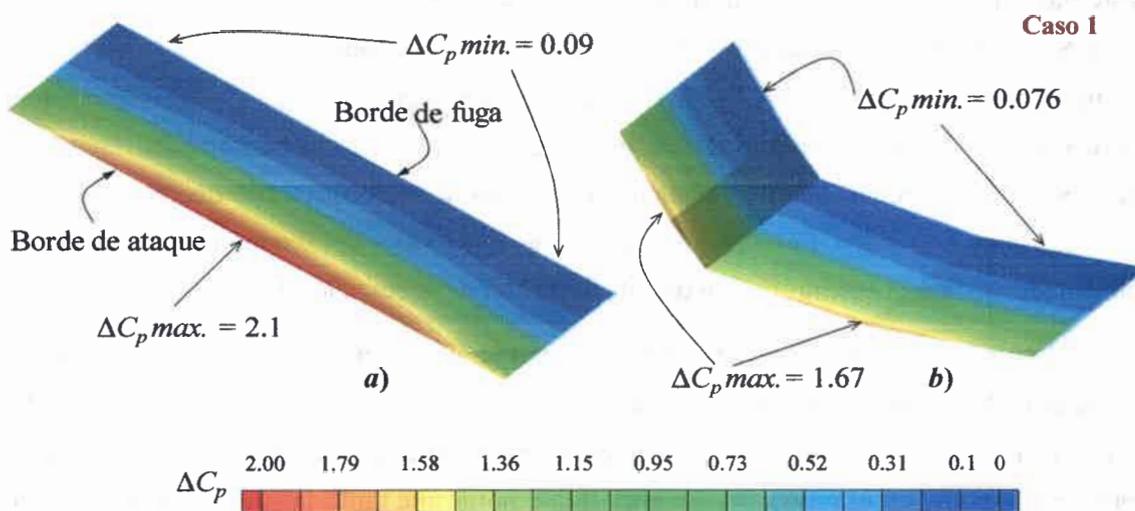


Figura 5-3: Caso 1 - Distribución de presión para $\alpha = 10^\circ$. a) final de la etapa 1 y b) final de la etapa 3

En la Figura 5-4 se muestra la sábana libre (estela) en el final de la etapa 1 y en el final de la etapa 3. Se puede observar cómo se arrolla la estela que se desprende desde las puntas del ala (vórtices de punta de ala). Comparando la Figura 5-4a y 5-4b, se puede ver el cambio de forma de la estela producto de la reconfiguración del ala.

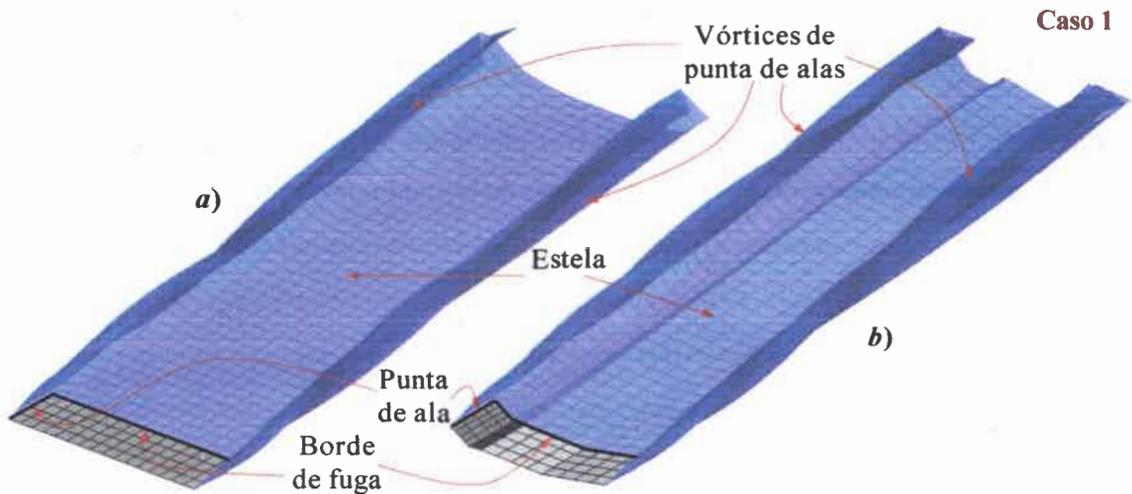


Figura 5-4: Caso 1 - Evolución de la estela para $\alpha = 10^\circ$: a) final de la etapa 1 y b) final de la etapa 3.

5.2.1.2. Caso de estudio 2: Variación del ángulo de flecha en el modelo 1

Como caso 2, se investiga en el modelo 1 como influyen las deformaciones de las regiones en las cargas aerodinámicas. La deformación de cada región queda definida mediante la especificación temporal de los ángulos de flecha. Nuevamente, la simulación numérica se desarrolla en tres etapas:

- *Etapa 1.* Se comienza con un arranque impulsivo sometiendo bruscamente al ala plana a una corriente de aire uniforme. El ala se mantiene sin deformación hasta que se alcanza el régimen estacionario. Esta etapa dura 70 pasos de tiempo ($t_1 = 70$).
- *Etapa 2.* Las regiones del ala (R_A , R_B , R_C) comienzan a deformarse en forma simultánea hasta llegar a una determinada configuración. La deformación se logra a través de la variación temporal de los ángulos de flecha $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, $\psi_3(t)$ descrita por la siguiente expresión,

$$\begin{Bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \psi_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15^\circ \\ 25^\circ \\ 35^\circ \end{Bmatrix} \frac{\pi}{180} \xi(t) \quad (5.4)$$

siendo $\xi(t)$ la función monótona creciente usada en la ecuación (5.2) que varía entre 0 y 1 y tiene pendiente nula en ambos extremos,

$$t_1 = 70 \text{ y } t_2 = 140 \quad x = \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \rightarrow \xi(t) = 3x^2 - 2x^3 \quad (5.5)$$

donde t_1 y t_2 son los pasos de tiempo que determinan respectivamente el inicio y el final de la etapa 2. La duración de esta etapa es de 70 pasos de tiempo.

- *Etapa 3.* El ala mantiene la configuración alcanzada al finalizar la etapa 2. Esta configuración queda especificada en términos de los ángulos de flecha como,

$$\begin{cases} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \psi_3(t) \end{cases} = \begin{cases} 15^\circ \\ 25^\circ \\ 35^\circ \end{cases} \frac{\pi}{180} \quad (5.6)$$

La duración de esta etapa es de 60 pasos de tiempo.

En la Figura 5-5 se presenta la variación temporal del coeficiente de sustentación C_L y del coeficiente de resistencia inducida C_D , para $\alpha = 5^\circ, 7.5^\circ$ y 10° .

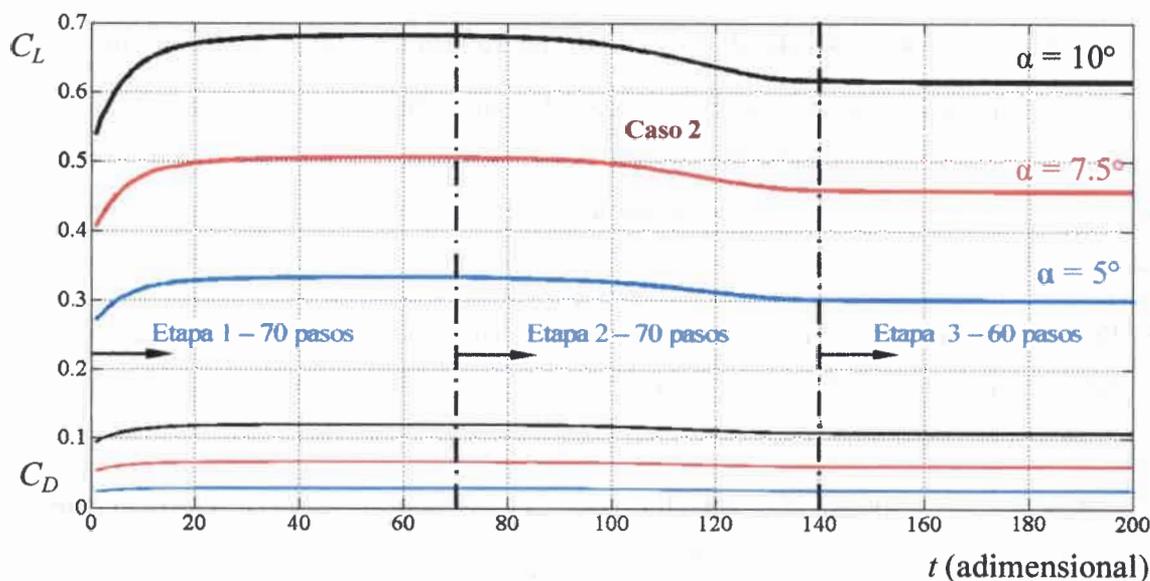


Figura 5-5: Caso 2 - Evolución de los coeficientes de sustentación, C_L , y de resistencia inducida, C_D .

Al igual que en el caso anterior, el comportamiento de C_L para diferentes ángulos de ataque sólo se ve afectado en la magnitud del mismo, ya que el comportamiento inestacionario es cualitativamente similar para los tres ángulos. Se puede ver que en este caso de estudio no se presenta un incremento de sustentación como en el caso anterior. Una vez

que comienza a mutar el ala, la sustentación decrece suavemente hasta alcanzar un valor constante correspondiente a la configuración que adopta el ala en la etapa 3. El comportamiento de C_D es cualitativamente similar al comportamiento de C_L pero es de un orden de magnitud inferior.

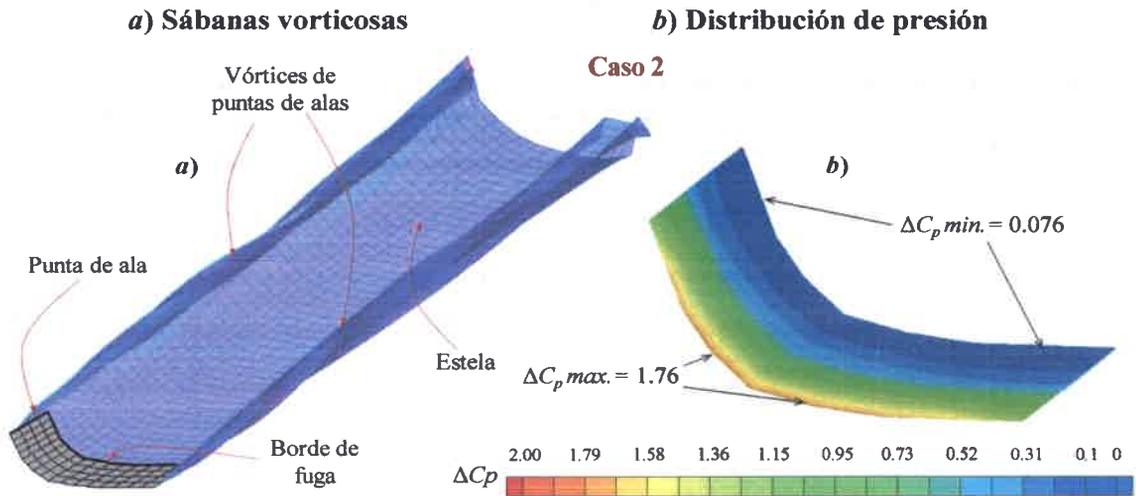


Figura 5-6: Caso 2 - Estado final de la etapa 3.

En la Figura 5-6a se muestra la forma de la sábana libre (estela) en el final de la etapa 3. Al final de la etapa 1 la forma es igual a la mostrada en la Figura 5-4a.

En la Figura 5-6b se presenta la distribución de presión sobre el ala al final de la etapa 3, y al igual que en el caso anterior la mayor sustentación se presenta sobre el borde de ataque y decrece hacia el borde de fuga. Los valores máximos ($\Delta C_p \max. = 1.76$) y mínimos ($\Delta C_p \min. = 0.076$) del salto de presión están indicados en la figura.

5.2.2. Modelo 2. Alas plegables inspiradas en el 'Concepto Lockheed Martin'

En esta sub-sección se estudian dos casos para analizar el comportamiento aerodinámico de un modelo de alas plegables inspirado en el concepto desarrollado por Lockheed Martin (ver Figura 1.3 del capítulo 1 y sección 2.4 del capítulo 2).

En el primer caso se analiza el comportamiento de las cargas aerodinámicas para distintas configuraciones de la planta alar, y en el segundo se realiza un análisis para comprender la incidencia del efecto inestacionario sobre esas cargas.

La geometría de la planta alar en estudio se genera mediante las coordenadas de los puntos definidos en la Tabla V-2. Aunque las coordenadas del modelo 2 se dan en metros,

para realizar la simulación se adimensionalizó la geometría utilizando como longitud característica ($L_C = (1.225 - 0.29) / 7$) a la longitud de un panel a lo largo de la cuerda, el cual está ubicado en la punta del ala como se muestra en la Figura 5-7. Las coordenadas de los puntos de la Tabla V-2, que se indican en la Figura 5-7, permiten subdividir al ala y definir las diferentes regiones utilizadas para llevar a cabo la reconfiguración.

Tabla V-2: Coordenadas de los puntos que generan la geometría de alas plegables del modelo 2.

Punto	x [m]	y [m]	z [m]
o	0	0	0
p	4.145	0	0
q	3.500	0.673	0
r	0.378	0.673	0
s	2.740	1.435	0
u	1.205	1.435	0
v	1.225	2.960	0
w	0.289	2.960	0

Para discretizar el ala se utilizaron 7 paneles uniformes a lo largo de la cuerda, y 18 paneles a lo largo de la envergadura (4 paneles para la región R_A , 4 para la región R_B , y 10 para la región R_C).

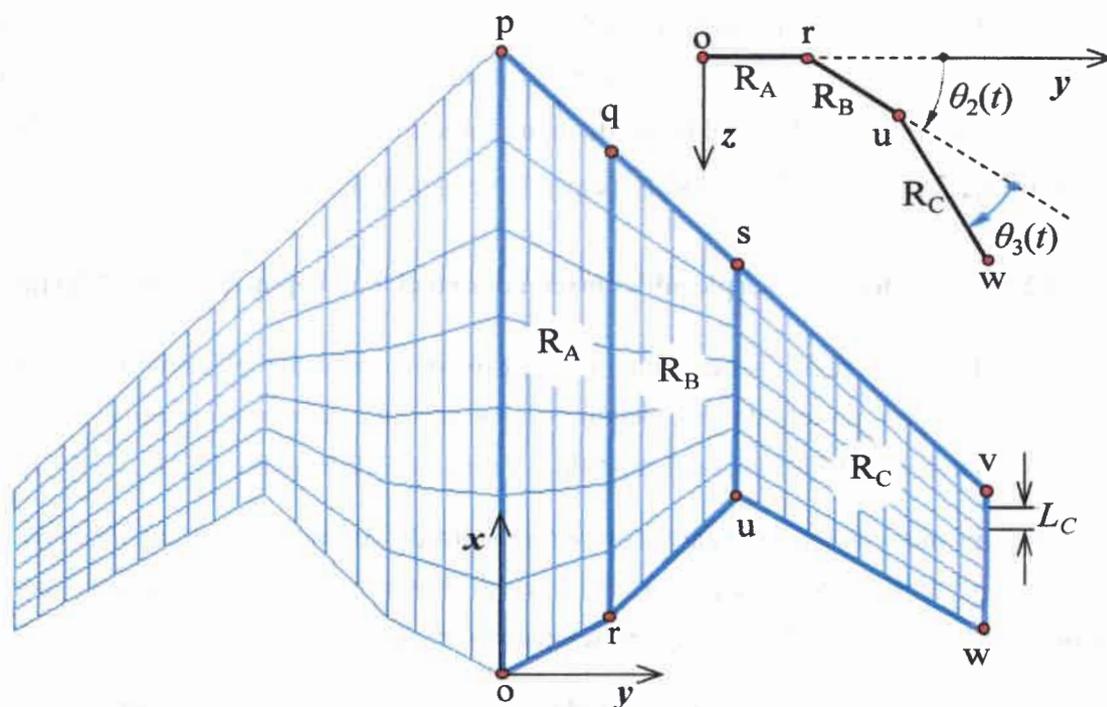


Figura 5-7: Modelo 2 - Geometría y discretización del ala plegable (concepto de Lockheed Martin).

Los resultados graficados en la Figura 5-8 muestran que la sustentación se incrementa cuando aumenta del ángulo de ataque, y además revelan un máximo de sustentación próximo a $\beta=0$ que corresponde al caso donde el ala se encuentra completamente extendida. También es posible observar que el ángulo de ataque solo afecta la magnitud de C_L , ya que el comportamiento es similar para los tres ángulos estudiados. La gráfica de C_L presenta una ligera asimetría con respecto al eje $\beta = 0$, notar que el máximo ocurre próximo a $\beta = -2^\circ$ cuando $\alpha = 10^\circ$.

En la Figura 5-9, además de la forma que adopta el ala, se muestra la distribución de presión de cuatro configuraciones diferentes para el caso $\alpha = 7.5^\circ$. En esa misma figura se indica el coeficiente de sustentación, el coeficiente de resistencia inducida, y el máximo y mínimo salto de presión asociados a cada una de las cuatro configuraciones del ala. Se observa que, para los cuatro casos, el mayor salto de presión se encuentra sobre el borde de ataque del ala (en la región R_C) y disminuye hacia el borde de fuga. El máximo salto de presión, al igual que el mínimo, disminuye a medida que el ala se contrae.

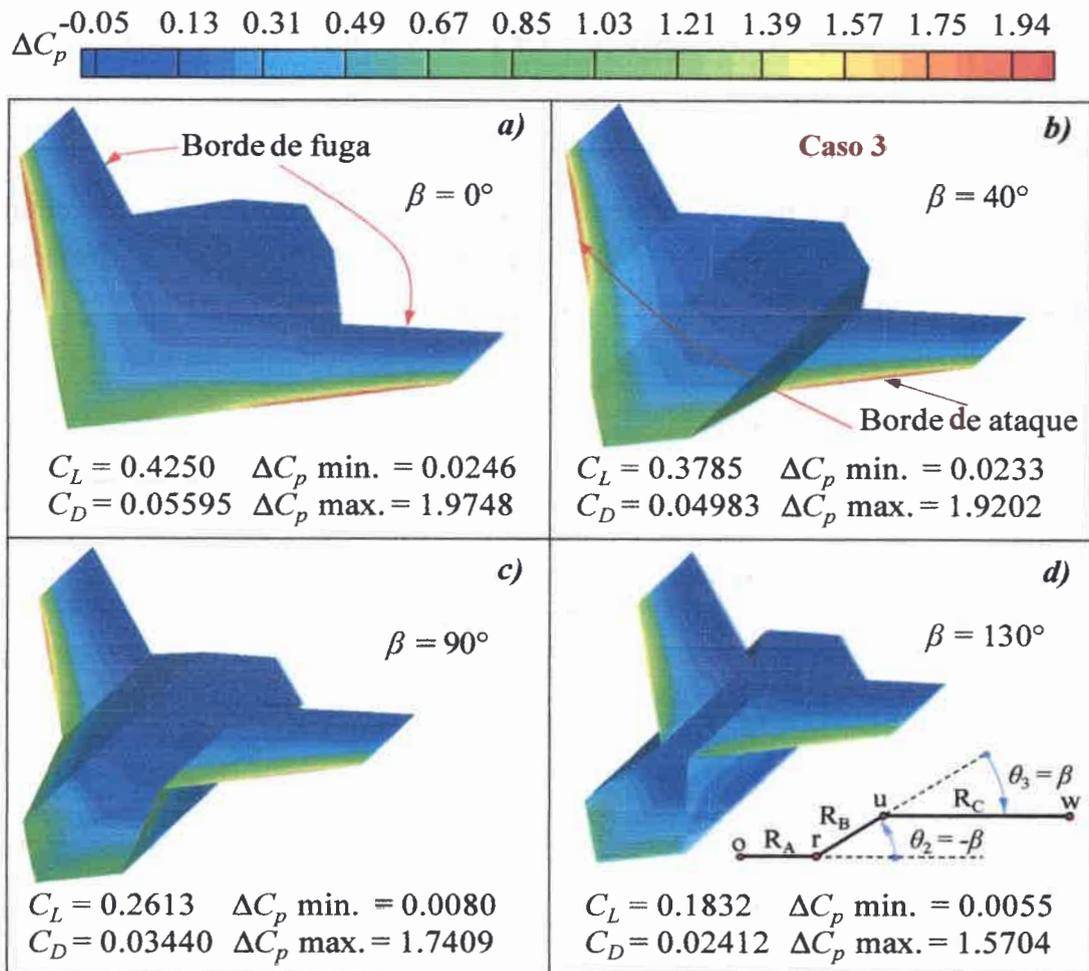


Figura 5-9: Caso 3 - Distribución de presión, C_L y C_D para $\beta = 0^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ y 130° .

Con el fin de mostrar la forma que adquieren las estelas para este caso, en la Figura 5-10 se presenta la evolución espacial de las estelas después de 200 pasos de simulación para dos configuraciones $\beta = 0^\circ$ y $\beta = 90^\circ$.

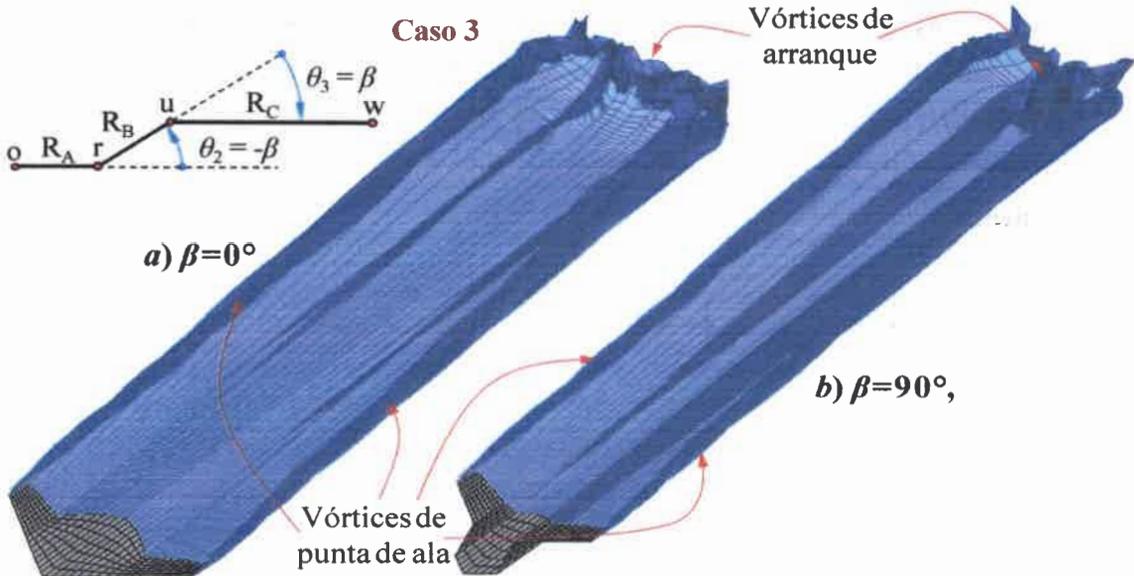
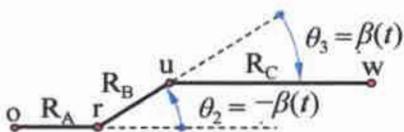


Figura 5-10: Caso 3 - Evolución de la estela después de 200 pasos de simulación.

5.2.2.2. Caso de estudio 4: Análisis inestacionario del Modelo 2 (L.M.)

Como **caso 4**, se investiga la influencia que tiene en el modelo 2 de alas plegables (L.M.), la velocidad del cambio de forma del ala sobre las características aerodinámicas.

El ángulo de ataque utilizado en este caso es $\alpha = 5^\circ$, y para reconfigurar el ala, se impone la misma relación entre los ángulos de diedro que en el caso anterior.



$$\theta_2(t) = -\beta(t) \quad \theta_3(t) = \beta(t) \quad (5.8)$$

Notar que a diferencia de la ecuación (5.7), se ha introducido la dependencia del tiempo ya que en este caso el ala se reconfigura de manera temporal. Para este caso la simulación se desarrolla en dos etapas:

- *Etapa 1.* El ala completamente extendida ($\beta(t) = 0$), se somete a una corriente de aire uniforme repentina hasta alcanzar su estado estacionario en el tiempo t_1 .
- *Etapa 2.* El ala cambia de forma mediante la siguiente ley,

$$\beta(t) = (2kL_c / c)(t - t_1) \quad (5.9)$$

donde c es la cuerda en la raíz del ala cuyo valor es igual a la magnitud del

segmento qr y k es la frecuencia reducida que se determina como,

$$k = \frac{\omega c}{2 U_{\infty}} \quad (5.10)$$

donde ω es la velocidad angular en rad/s con que rotan las regiones, y U_{∞} es la velocidad de corriente libre en m/s, que en este caso se utiliza como velocidad característica $U_x = V_C$. En la ecuación (5.9) L_c y c tienen unidades de longitud, sin embargo el tiempo es adimensional (t, t_1). En la Figura 5-11 se muestra esquemáticamente la evolución temporal de $\beta(t)$.

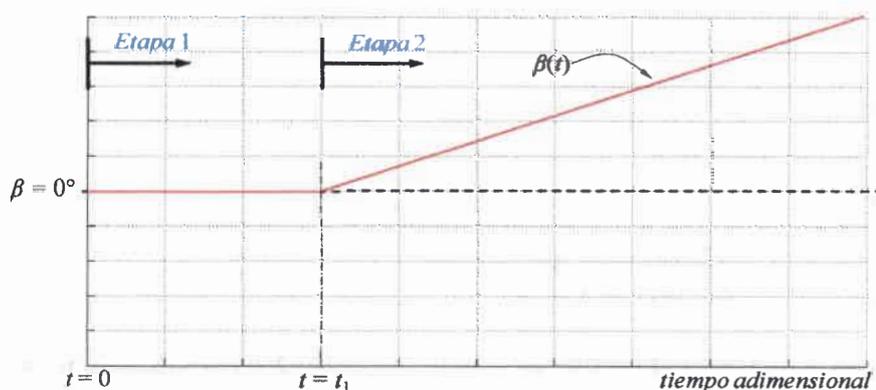


Figura 5-11: Caso 4 – Evolución temporal del ángulo que describe la mutación β .

Para realizar las simulaciones se utilizó: *i*) un paso de tiempo adimensional $\Delta t = 1$ y *ii*) 300 pasos de tiempo ($t_1 = 300 \Delta t$) para el alcanzar el estado estacionario.

Los resultados obtenidos en este caso se pueden comparar con los obtenidos en estado estacionario (caso 3) a fin de analizar la influencia de los efectos inestacionarios. En la Figura 5-12 se graficó el coeficiente de sustentación C_L en términos del ángulo de mutación β , para el caso estacionario ($k = 0$) y para dos valores de frecuencia reducida $k = 0.034$ y $k = 0.068$. En el caso estacionario, para obtener los 14 valores de C_L que se presentan en la Figura 5-12, fue necesario desarrollar 14 simulaciones (una para cada valor de β , que va desde 0° hasta 130° con $\Delta\beta = 10^\circ$). Para llegar al estado de régimen y obtener el C_L en estado estacionario, en cada simulación se emplearon 300 pasos de tiempo. Para los casos inestacionarios ($k = 0.034$ y $k = 0.068$) los valores de C_L se obtuvieron de otra manera. En cada paso de tiempo t se conoce el valor de $\beta(t)$, a través de la ecuación (5.9), y se computa el valor de $C_L(t)$. Por lo tanto, para cada paso t hay una relación entre $\beta(t)$ y $C_L(t)$, y es posible graficar la sustentación C_L en términos del ángulo de reconfiguración β . A diferencia del caso estacionario, se requirió sólo una simulación para obtener una curva completa de $C_L(\beta)$, donde el número de pasos de tiempo fue el necesario para que β llegue al valor 130° .

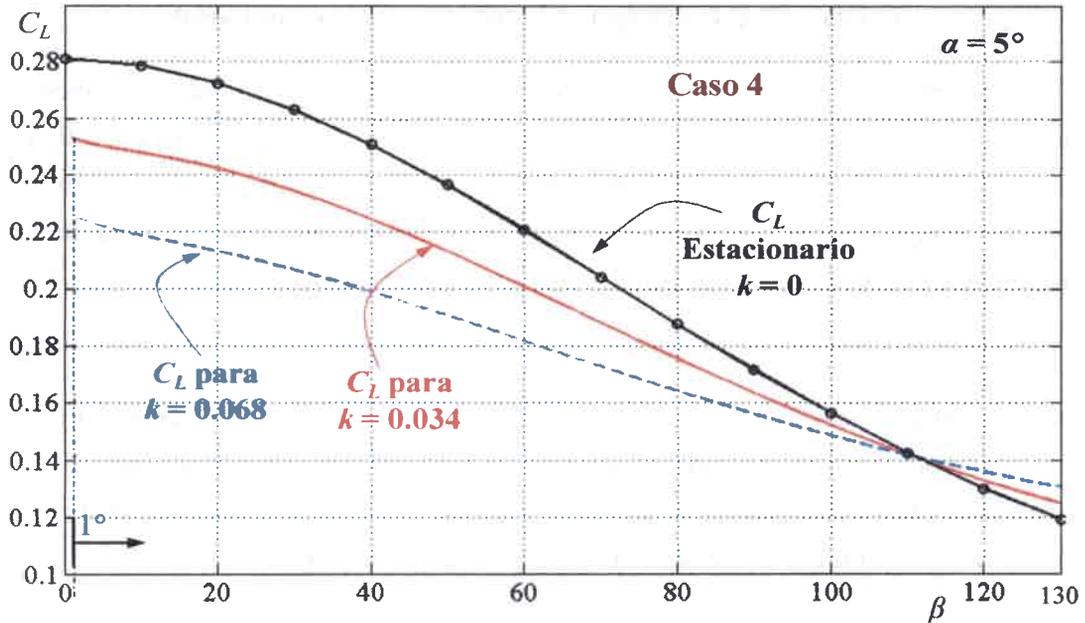


Figura 5-12: Caso 4 - Coeficiente de sustentación en función de β : Análisis estacionario e inestacionario.

En la Figura 5-12 se observa lo siguiente:

- Los casos inestacionarios ($k = 0.034$ y 0.068) sólo se han graficado para valores $\beta \geq 1^\circ$. En t_1 que corresponde a $\beta = 0^\circ$ el ala comienza a moverse, y como resultado de imponer un movimiento dado por la ecuación (5.9) que tiene asociada una velocidad del tipo escalón aparece un disminución brusca de la sustentación. Desde el punto de vista de este análisis, ese comportamiento transitorio y de muy corta duración (producto del tipo de movimiento impuesto) no es relevante y por ello es omitido.
- La sustentación asociada a los casos $k = 0.034$ y $k = 0.068$ son menores que en el caso estacionario debido a que el ala rota hacia arriba, provocando una reducción en el ángulo de ataque efectivo, y consecuentemente una reducción en la sustentación, sin embargo cuando $\beta > 110^\circ$, los efectos inestacionarios provocan un incremento en la sustentación respecto al valor estacionario.
- Desde $\beta = 0^\circ$ hasta $\beta = 110^\circ$ el C_L es menor para la mayor frecuencia reducida ($k = 0.068$). Después de $\beta = 110^\circ$ la sustentación es mayor para $k = 0.068$. Los resultados permiten inferir que a mayor frecuencia reducida se provoca una mayor diferencia de sustentación respecto al valor estacionario, y al ir disminuyendo la velocidad de mutación la curva de C_L tiende a la curva de sustentación estacionaria.
- En los dos casos inestacionarios la mayor diferencia respecto al valor estacionario ocurre cuando $\beta = 20^\circ$ con una reducción del 22% en la sustentación para $k = 0.068$ y del 11% para $k = 0.034$. Esa diferencia decrece hasta anularse próximo a $\beta = 110^\circ$.

5.2.3. Modelo 3. Ala con ángulos de diedro y de torsión variables

Como modelo 3 se considera un ala con ángulos de diedro y de torsión variables (ver sección 2.5) con el cual se desarrollan dos casos de estudio con el fin de investigar la influencia que tiene el cambio de forma del ala a través de la torsión y la flexión de la misma. El modelo del ala, cuya planta alar es rectangular, tiene un perfil cuadrático η constante a lo largo de la envergadura (s) que se describe mediante la ecuación (5.11).

$$\eta(x) = \delta \left[4 \left(\frac{x}{c} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.11)$$

donde δ es la combadura máxima que se localiza en $x = 0$, y c es la cuerda del ala. El sistema de coordenadas asociado al sistema N (ver sección 2.5.1), se dispone en el centro de la planta alar. En la Figura 5-13 se muestra la disposición del sistema de coordenadas y las dimensiones asociadas a la geometría del ala.

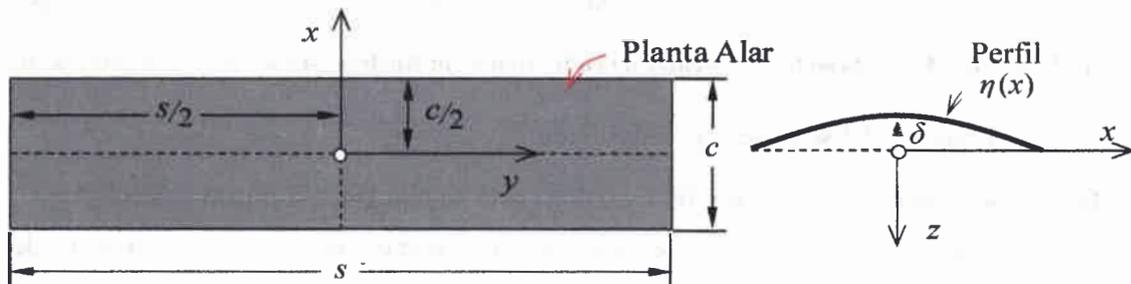


Figura 5-13: Modelo 3 - Sistema de coordenadas y datos geométricos del ala.

El ala es discretizada en 40 paneles uniformes a lo largo de la envergadura y 10 paneles uniformes a lo largo de la cuerda. La planta alar tiene un relación de aspecto $AR = 4$, que define la relación entre la envergadura y la cuerda ($AR = s/c$), y la combadura máxima es $\delta = 0.05 c$. El paso de tiempo adimensional utilizado es $\Delta t = 1$.

Como se describió en el capítulo 2, el cambio de forma del ala está asociado a los efectos de torsión y flexión que se describen mediante dos ángulos que varían a lo largo de la envergadura (ver Figura 2-10). El eje de torsión es coincidente con el eje y del sistema de coordenadas previamente mencionado. Para llevar a cabo las simulaciones se especifican los ángulos de diedro (flexión) y de torsión mediante la expresión (5.12).

$$\beta(y;t) = \frac{2y}{s} \beta_0(t) \quad \phi(y;t) = \frac{2y}{s} \phi_0(t) \quad (5.12)$$

donde β_0 es el giro por flexión y ϕ_0 es el giro por torsión, ambos en la punta del ala. Es importante mencionar que al considerar la ecuación (5.12) para describir el cambio de forma del ala, la mutación de la misma queda completamente definida con la especificación temporal del ángulo de flexión y de torsión de la punta del ala (β_0 y ϕ_0).

5.2.3.1. Caso de estudio 5: Análisis estacionario del modelo 3

Como **caso 5**, se analizan las características aerodinámicas del modelo 3 para diferentes configuraciones del ala.

La simulación numérica, que se desarrolla en una sola etapa, consiste en configurar el ala especificando los ángulos β_0 y ϕ_0 , y someterla a una corriente de aire uniforme repentina hasta alcanzar el estado estacionario. En otras palabras, el ala no experimenta ningún tipo mutación durante el desarrollo de la simulación, solo adopta una determinada configuración y así se mantiene hasta entrar en régimen estacionario.

El objetivo de este caso de estudio es obtener las características aerodinámicas estacionarias asociada a diferentes configuraciones que son determinadas mediante la especificación de β_0 y ϕ_0 . Las simulaciones numéricas se desarrollaron para 4 valores de ϕ_0 (desde 0 hasta 15° con un paso de $\Delta\phi_0 = 5^\circ$) y para 7 valores de β_0 (desde -15° hasta 15° con un paso de $\Delta\beta_0 = 5^\circ$). El ángulo de ataque utilizado en este caso es $\alpha = 5^\circ$.

En la Figura 5-14a se presentan curvas de C_L en función del ángulo de giro por flexión β_0 . Para cada curva, que corresponde a un valor de ϕ_0 constante, se presenta un máximo de sustentación próximo a $\beta_0 = 0$ que corresponde al caso donde el ala está completamente extendida. Además, se puede observar que la sustentación se incrementa con el aumento del ángulo de torsión ϕ_0 .

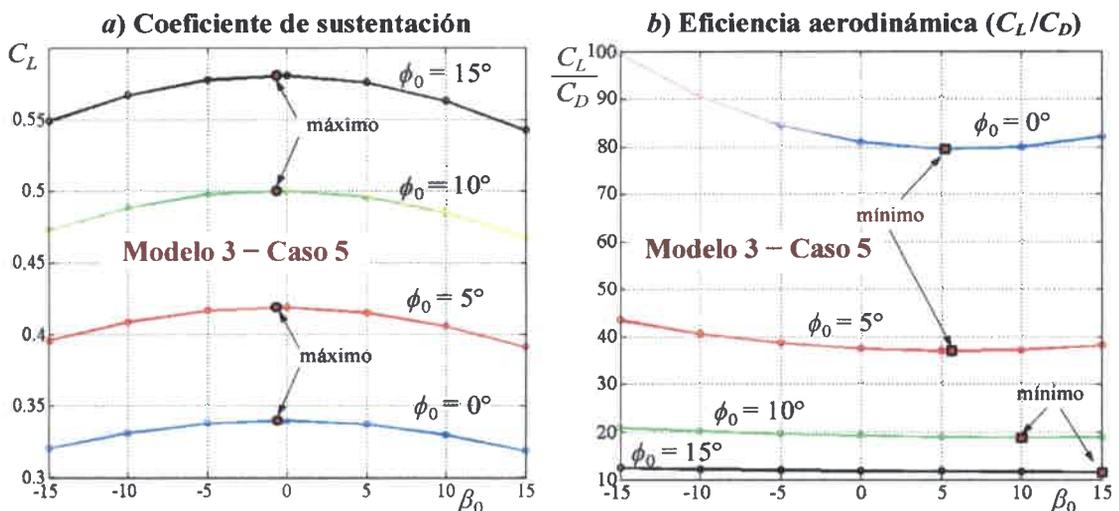


Figura 5-14: Caso 5 – Ala con ángulos de diedro y de torsión variables.

En la 5-14b se presenta la relación entre sustentación y resistencia, comúnmente denominada como *eficiencia aerodinámica* o *finesa*. Aunque la mayor sustentación (para todo ϕ_0) se presenta próxima a $\beta_0 = 0$, no es así para la relación sustentación/resistencia. Uno de los objetivos del concepto *morphing* es incrementar esa relación mediante la reconfiguración del ala, y de acuerdo a los resultados aquí obtenidos la configuración más eficiente es la asociada a $\phi_0 = 0$ y valores negativos y grandes de β_0 . También es importante notar que el incremento de sustentación está ligado al aumento en la torsión, sin embargo para la eficiencia aerodinámica esto es a la inversa. La Figura 5-14b también muestra que, para cada curva $\phi_0 = \text{cte}$, la eficiencia aerodinámica es mínima para un cierto valor positivo de β_0 que se incrementa cuando ϕ_0 aumenta.

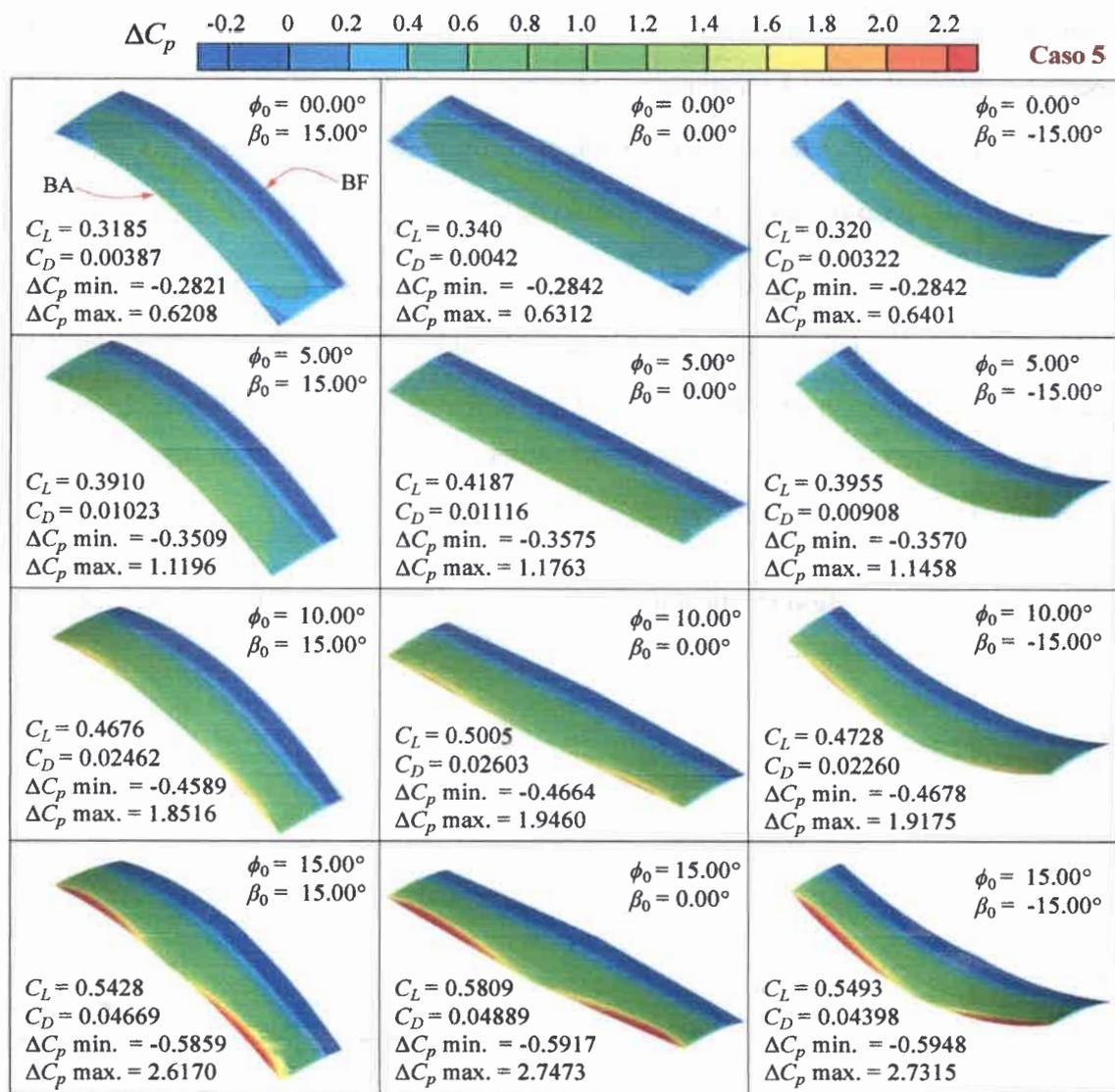


Figura 5-15: Caso 5 - Distribución de presión, C_L y C_D para distintas configuraciones.

En la Figura 5-15, además de las formas que adopta el ala, se muestra la distribución de presión para 12 configuraciones, y se indican las cargas aerodinámicas (C_L y C_D) asociadas a cada una de esas configuraciones. Esta figura se organizó de tal manera que las filas corresponden a un valor de ϕ_0 constante y las columnas corresponden a un valor de β_0 constante.

En la primera fila de la Figura 5-15 correspondiente $\phi_0 = 0^\circ$ el mayor salto de presión se presenta en el centro del ala, y el menor salto en el borde de fuga (BF). Para los restantes valores de ϕ_0 (5° , 10° y 15°) el máximo y mínimo salto de presión se ubican en el borde de ataque (BA) y en el borde de fuga respectivamente.

Es importante destacar que los resultados presentados en las figuras anteriores corresponden a valores obtenidos en estado estacionario.

Con el fin de mostrar la forma que adquiere la estela para este modelo, en la Figura 5-16 se presenta la evolución espacial de la estela después de haber transcurrido 100 pasos de tiempo para tres configuraciones.

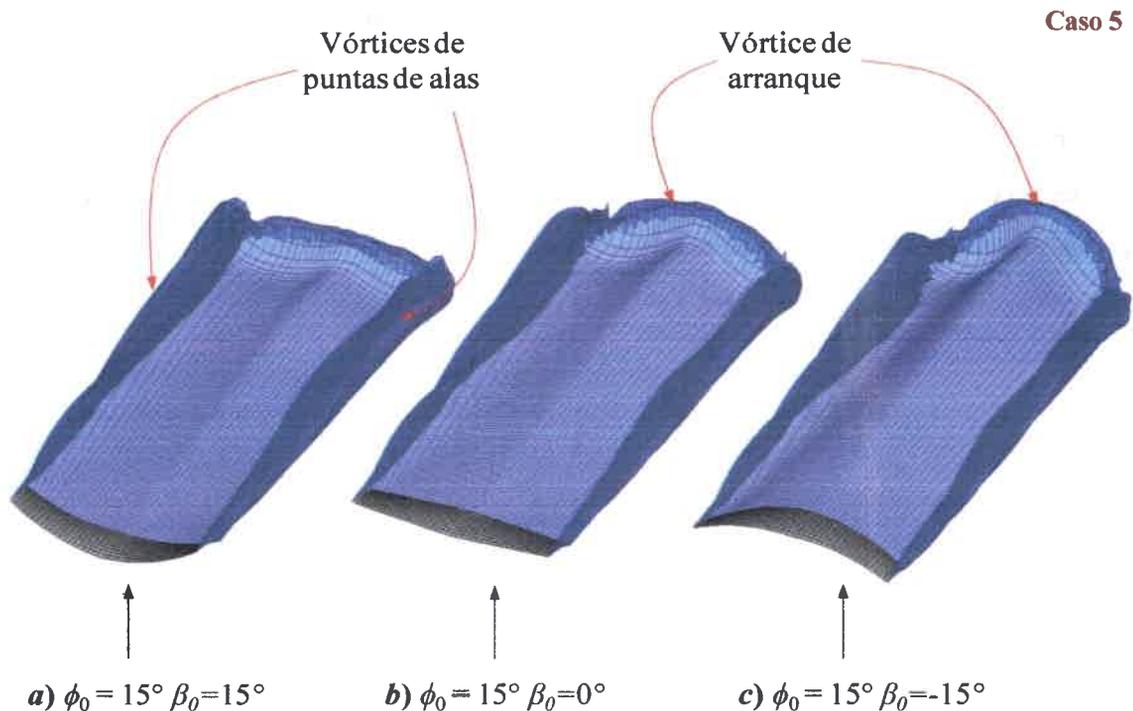


Figura 5-16: Caso 5 - Evolución de la estela para tres configuraciones del modelo 3.

5.2.3.2. Caso de estudio 6: Análisis inestacionario del modelo 3

Como caso 6, se estudia el comportamiento inestacionario de los coeficientes aerodinámicos del modelo 3, para una determinada variación temporal prescrita de β_0 y ϕ_0 . La simulación se desarrolla en 6 etapas:

Tabla V-3: Variación temporal prescrita para β_0 y ϕ_0 en las diferentes etapas.

Etapa	$t_{inicial}$	t_{final}	Ángulo de flexión β_0 [grados]	Ángulo de torsión ϕ_0 [grados]
1	0	200	0	0
2	200	400	$10 \xi_1(t)$	0
3	400	500	10	0
4	500	600	$5 + 5 \xi_2(t)$	0
5	600	1000	5	$10 \xi_3(t)$
6	1000	1200	5	10

donde los $\xi_i(t)$ son funciones monótonas que varían entre 0 y 1 y tienen pendiente nula en ambos extremos. Las variables x_i toman valores en el intervalo $0 \leq x_i \leq 1$.

$$x_1 = (t - t_1) / (t_2 - t_1) \quad \rightarrow \quad \xi_1(t) = 3x_1^2 - 2x_1^3 \quad (5.13)$$

$$x_2 = (t - t_3) / (t_4 - t_3) \quad \rightarrow \quad \xi_2(t) = 1 - 3x_2^2 + 2x_2^3 \quad (5.14)$$

$$x_3 = (t - t_4) / (t_5 - t_4) \quad \rightarrow \quad \xi_3(t) = 3x_3^2 - 2x_3^3 \quad (5.15)$$

$$t_1 = 200 \quad t_2 = 400 \quad t_3 = 500 \quad t_4 = 600 \quad t_5 = 1000$$

En la Etapa 1 el ala, completamente extendida, se somete a una corriente de aire uniforme hasta alcanzar el estado estacionario en el tiempo $t_1 = 200$. En las etapas siguientes el ángulo de flexión β_0 y de torsión ϕ_0 varían como se muestra en la Tabla V-3. La ley de variación de β_0 y de ϕ_0 se ha graficado en la Figura 5-17.

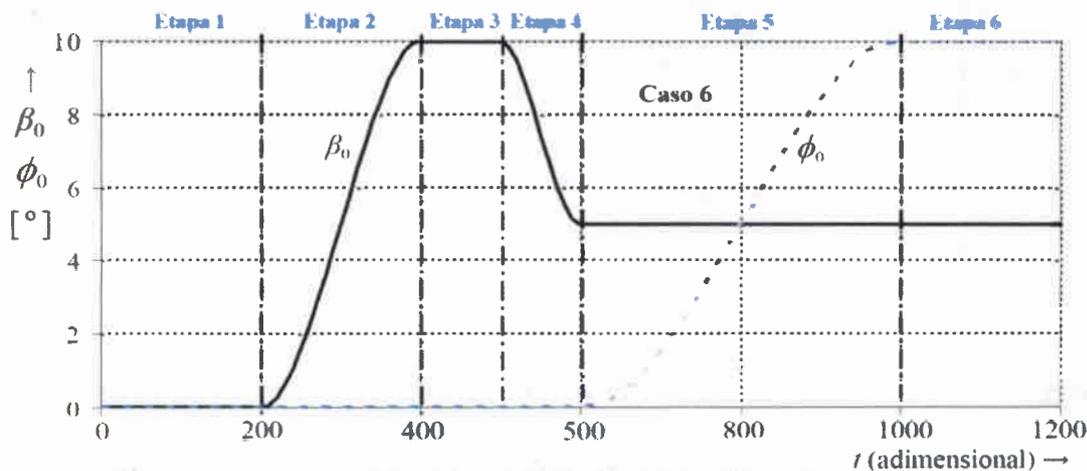


Figura 5-17: Caso 6 - Variación temporal prescrita para β_0 y ϕ_0 en las diferentes etapas - modelo 3.

En la Figura 5-18 se graficó la evolución temporal del coeficiente de sustentación, C_L , y de resistencia inducida, C_D . Se puede observar que a diferencia de los casos anteriores el comportamiento de ambos coeficientes no es similar. Una vez que se ha alcanzado el estado estacionario al finalizar la etapa 1, el ala comienza a cambiar de forma acorde a la variación establecida en la Tabla V-3, y como consecuencia aparece un incremento en ambos coeficientes hasta alcanzar un máximo y luego se mantienen en un valor constante correspondiente a la configuración del ala en la etapa 3. Durante la etapa 4 el ángulo de flexión disminuye y consecuentemente lo hace la sustentación y la resistencia inducida. En la etapa 5 el ángulo de flexión se mantiene en un valor de 5° , mientras que al ángulo de torsión comienza a incrementarse, esto hace que la sustentación se incremente hasta un máximo local, mientras que la resistencia inducida decrece hasta un mínimo local. Evidentemente en esta etapa hay un crecimiento de la eficiencia aerodinámica (C_L/C_D). Finalmente en la etapa 6 ambos coeficientes se mantienen en un valor constante correspondiente a la configuración del ala $\beta_0 = 5^\circ$ y $\phi_0 = 10^\circ$.

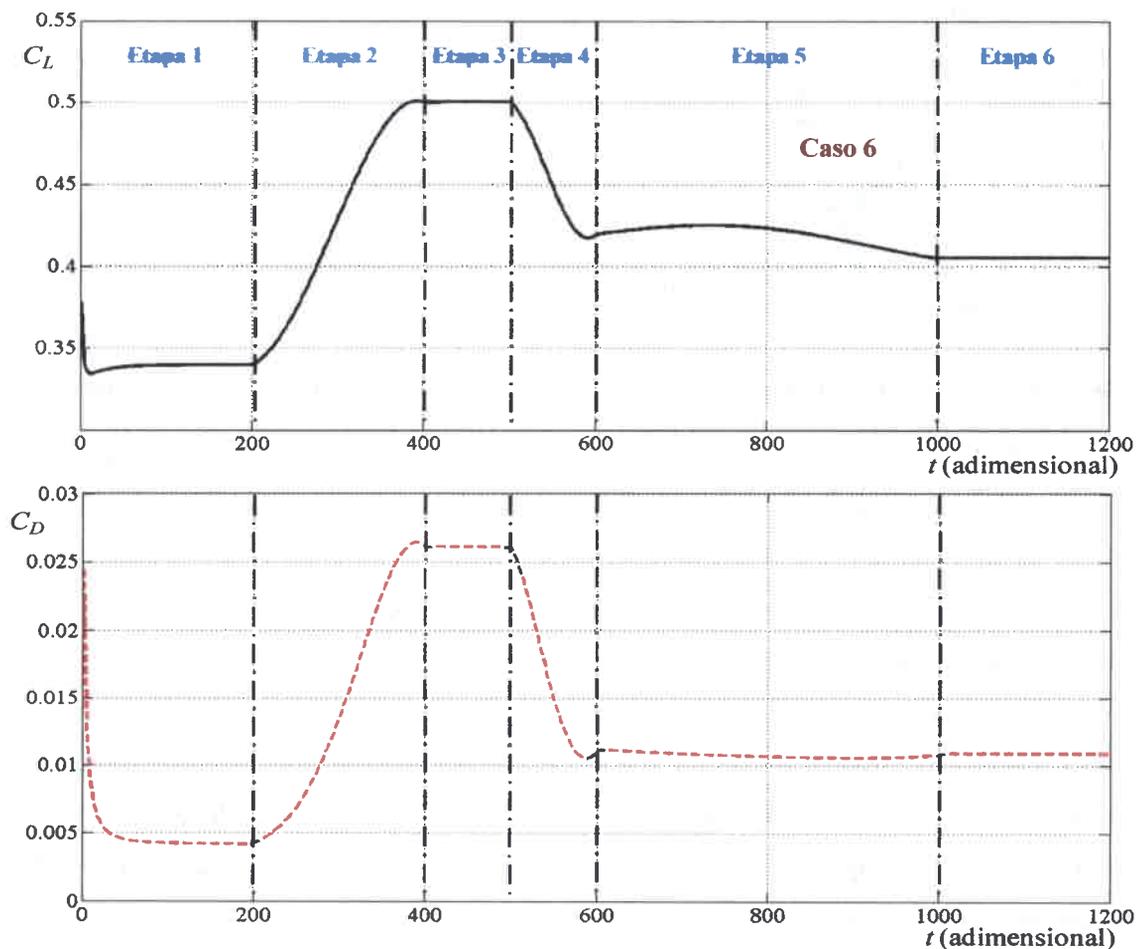


Figura 5-18: Caso 6 - Comportamiento inestacionario de los coeficientes aerodinámicos C_L y C_D - modelo 3.

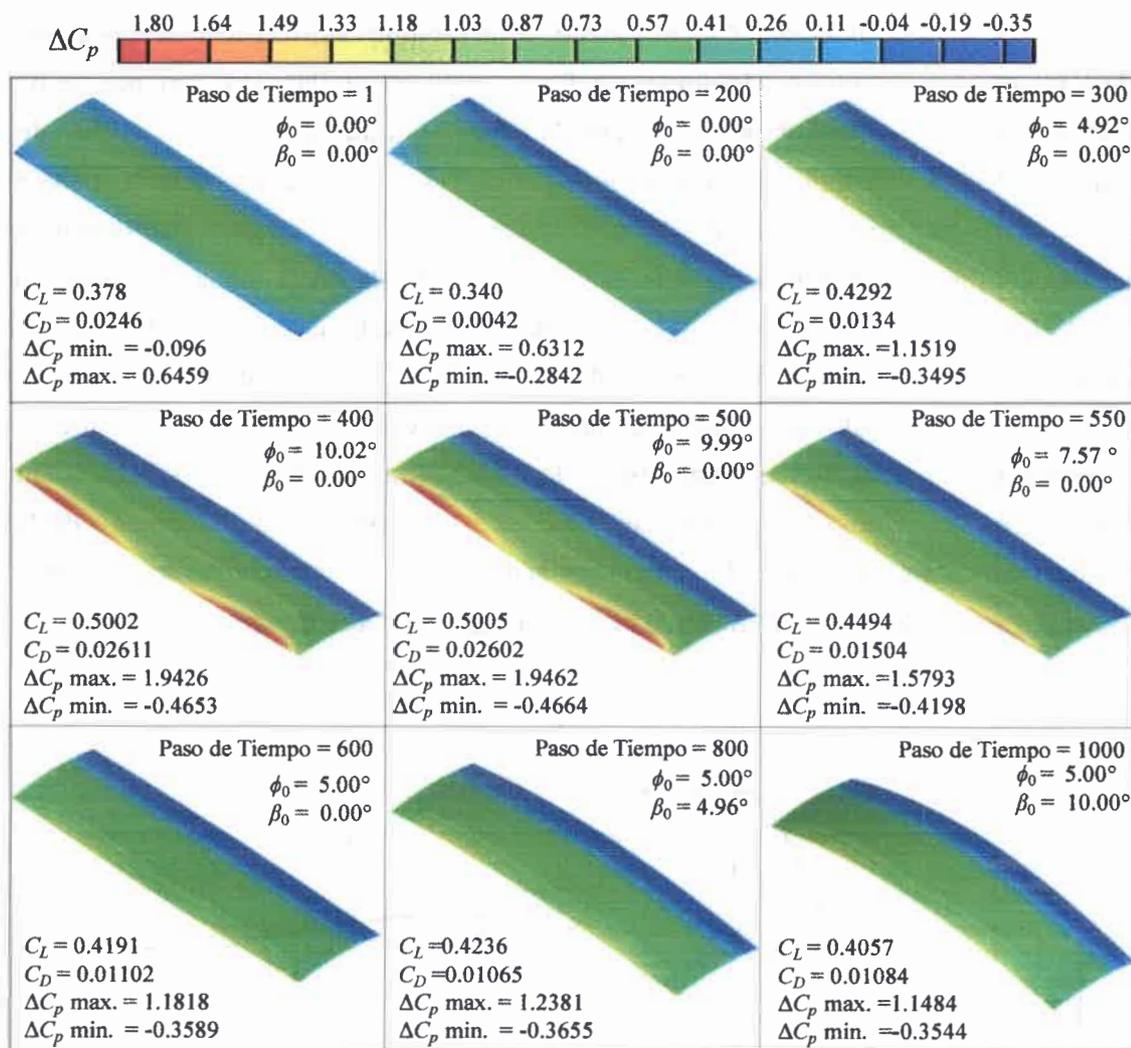


Figura 5-19: Caso 6 - Evolución temporal de la forma del ala y distribución de la presión – modelo 3.

En la Figura 5-19 se muestra la forma que adquiere el ala y la distribución de presión sobre la misma para diferentes pasos de tiempo. Adicionalmente, se indican las cargas aerodinámicas (C_L y C_D) y el máximo y mínimo salto de presión asociado a esos pasos de tiempo. Se puede observar que en el primer paso de cálculo el máximo salto de presión se presenta en el centro del ala, esto también sucede para el paso de tiempo 200 (final de la etapa 1). Desde el paso de tiempo 300 hasta el 500 se incrementa el salto de presión debido al aumento del ángulo de torsión, y se puede ver que el máximo salto se localiza en el borde de ataque del ala (BA) y disminuye hacia el borde de fuga (BF). Desde el paso de tiempo 600 hasta el paso 1000 hay un aumento en el ángulo de diedro, sin embargo no hay una variación significativa del salto de presión, aparentemente se presenta un máximo en el paso 800 y luego decae en 1000.

5.3. Simulaciones numéricas: Aspectos estructurales

En esta sección se presentan y desarrollan casos de estudio que ilustran la aplicación de la herramienta numérica desarrollada siguiendo la formulación presentada en el capítulo 4. Los resultados obtenidos con esta herramienta permiten comprender la respuesta estructural de un modelo de ala flexible sometida a deformaciones localizadas mediante actuadores piezoeléctricos.

Como se ha mencionado en el capítulo 4, la estructura propuesta para las alas de los UAVs reconfigurables está constituida por vigas estructurales, y por lo tanto es tan importante comprender la respuesta de una viga como comprender la respuesta de la estructura completa del ala. Es por ello que algunos análisis se realizan sobre vigas bidimensionales y otros corresponden a una estructura 3D.

Con el fin de verificar la implementación computacional del modelo estructural, primero se estudia el caso muy simple de una viga bidimensional (2D) que no tiene actuadores piezoeléctricos. Luego se resuelven cuatro casos para investigar la influencia de los actuadores piezoeléctricos sobre vigas 2D en voladizo. Finalmente se presentan los resultados de tres casos donde se estudia una estructura tridimensional tipo “peine” con actuadores PZT que modela el ala de un UAV.

5.3.1. Modelo 4: Viga 2D en voladizo sin actuadores

Caso de estudio 7 – Verificación de la herramienta computacional

Con la idea de verificar la herramienta numérica que implementa el modelo estructural desarrollado, se analizó el caso de una viga bidimensional en voladizo de propiedades uniformes. El objetivo es determinar las tres primeras frecuencias naturales y los tres primeros modos de vibrar en función de la cantidad de elementos usados en la discretización de la viga, y luego contrastarlos con resultados analíticos disponibles en la literatura [103].

Las propiedades mecánicas y las características geométricas de la viga adoptada como caso de estudio de sección rectangular se dan en la Tabla V-4.

Tabla V-4: Propiedades mecánicas y geométricas de la viga del modelo 4.

Módulo Y	Densidad ρ	Largo L	Ancho b	Alto h
150 GPa	8000 kg/m ³	1 m	1 cm	2 cm

Las expresiones analíticas para las frecuencias naturales y para los modos de vibrar de una viga en voladizo están dadas en las ecuaciones (5.16) y (5.17) [103],

$$\text{Frecuencias..... } \omega_i^a = (\alpha_i L)^2 \sqrt{(YI)/(\rho A_i L^4)} \quad (5.16)$$

$$\text{Modos..... } \phi_i^a(x) = \cosh(\alpha_i x) - \cos(\alpha_i x) - \beta_i [\sinh(\alpha_i x) - \sin(\alpha_i x)] \quad (5.17)$$

siendo

$$\alpha_i L = \frac{(2i-1)\pi}{2} \quad \beta_i = \frac{\cosh(\alpha_i L) + \cos(\alpha_i L)}{\sinh(\alpha_i L) + \sin(\alpha_i L)} \quad (5.18)$$

donde I es el momento de inercia del área transversal y el supraíndice “a” se usa para denotar solución ‘analítica’. Es importante mencionar que las soluciones analíticas presentadas en las ecuaciones (5.16) y (5.17) se dedujeron ignorando la inercia rotacional del área transversal de la viga.

Los valores para los primeros 3 coeficientes definidos en la ecuación (5.18) se dan en la Tabla V-5,

Tabla V-5: Coeficientes para la solución analítica.

i	$\alpha_i L$	β_i
1	1.87510407	0.734096
2	4.69409113	1.018470
3	7.85475744	0.999224

Para el modelo 4, las tres primeras frecuencias dadas por (5.16) son,

$$\omega_1^a = 87.900382 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad \omega_2^a = 550.8622 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad \omega_3^a = 1542.4303 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (5.19)$$

Con el fin de resolver el problema numéricamente, la viga es discretizada en un número finito, NE, de elementos uniformes. En las columnas 2, 3 y 4 de la Tabla V-6 se presentan los resultados numéricos para las tres primeras frecuencias naturales, ω_i , en función de la cantidad de elementos (NE) usados en la discretización de la viga. Notar que en la última fila de la tabla se escribieron los valores “exactos” presentados en (5.19) que fueron obtenidos usando la expresión (5.16).

En las tres últimas columnas de la Tabla V-6 se muestra la diferencia porcentual entre las soluciones numéricas y las analíticas, que se definen como,

$$d_i = 100 \left| \frac{\omega_i^a - \omega_i}{\omega_i^a} \right| \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (5.20)$$

Se observa que aún usando pocos elementos se tiene un error muy pequeño en la predicción de las frecuencias naturales. Para una misma cantidad de elementos la solución numérica predice con mayor exactitud las frecuencias más bajas que las más altas.

Tabla V-6: Caso 7 - Frecuencias naturales – Diferencias respecto a la solución analítica.

NE	ω_1	ω_2	ω_3	d_1 [%]	d_2 [%]	d_3 [%]
1	88.318289	870.17233	-----	0.475	57.9	----
2	87.942876	555.53686	1878.92708	0.0483	0.800	21.8
3	87.909290	552.671480	1561.64955	0.0101	0.328	1.25
4	87.903257	551.50416	1554.37231	0.00327	0.116	0.774
5	87.901570	551.13766	1547.97102	0.00135	0.0500	0.359
6	87.900957	550.99831	1545.25262	0.000654	0.0247	0.183
7	87.900693	550.93675	1544.00076	0.000354	0.0135	0.102
8	87.900565	550.90633	1543.36853	0.000208	0.00800	0.061
9	87.900496	550.88996	1543.02356	0.000130	0.00502	0.384
10	87.900456	550.88052	1542.82307	0.0000845	0.00331	0.0255
15	87.900396	550.86593	1542.50958	0.0000162	0.000660	0.00513
20	87.900386	550.86344	1542.45561	0.00000485	0.000210	0.00164
25	87.900384	550.86276	1542.44074	0.00000257	0.0000860	0.000673
∞	87.900382	550.86220	1542.43031	0.00000000	0.0000000	0.00000

En la Figura 5-20 se presenta la diferencia porcentual en función del número de elementos para mostrar el comportamiento de la convergencia.

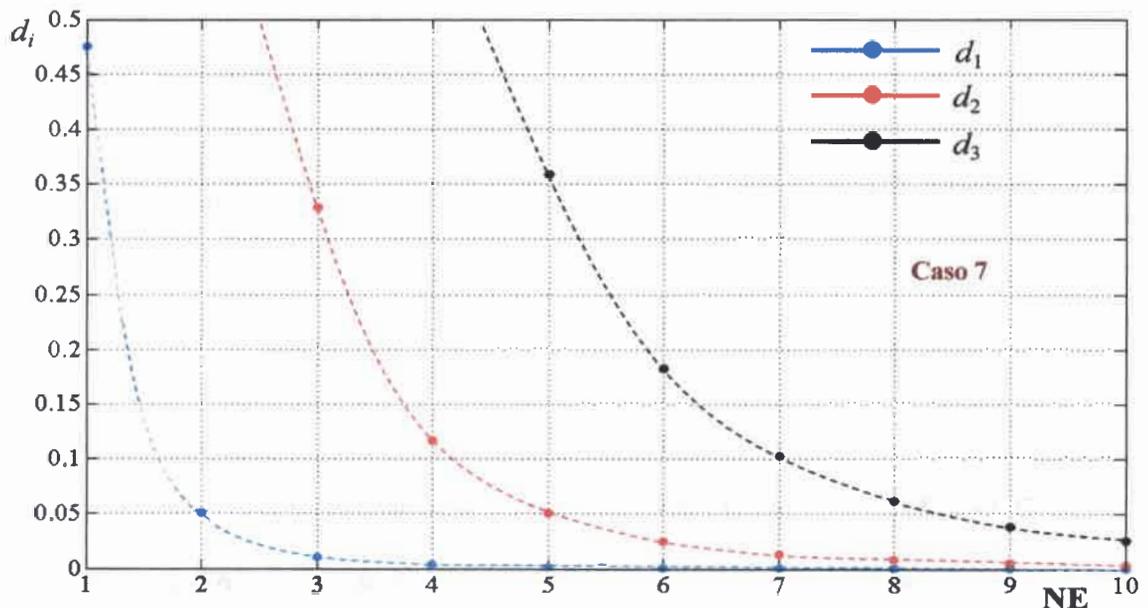


Figura 5-20: Caso 7 - Diferencia porcentual entre las frecuencias: Resultados numéricos y analíticos.

En la Figura 5-21 se comparan los modos dados por la ecuación (5.17) (línea continua) contra los modos obtenidos con la herramienta numérica (línea de puntos). Esta figura se organizó de tal manera que las filas corresponden a la cantidad de elementos y las columnas corresponden a los modos.

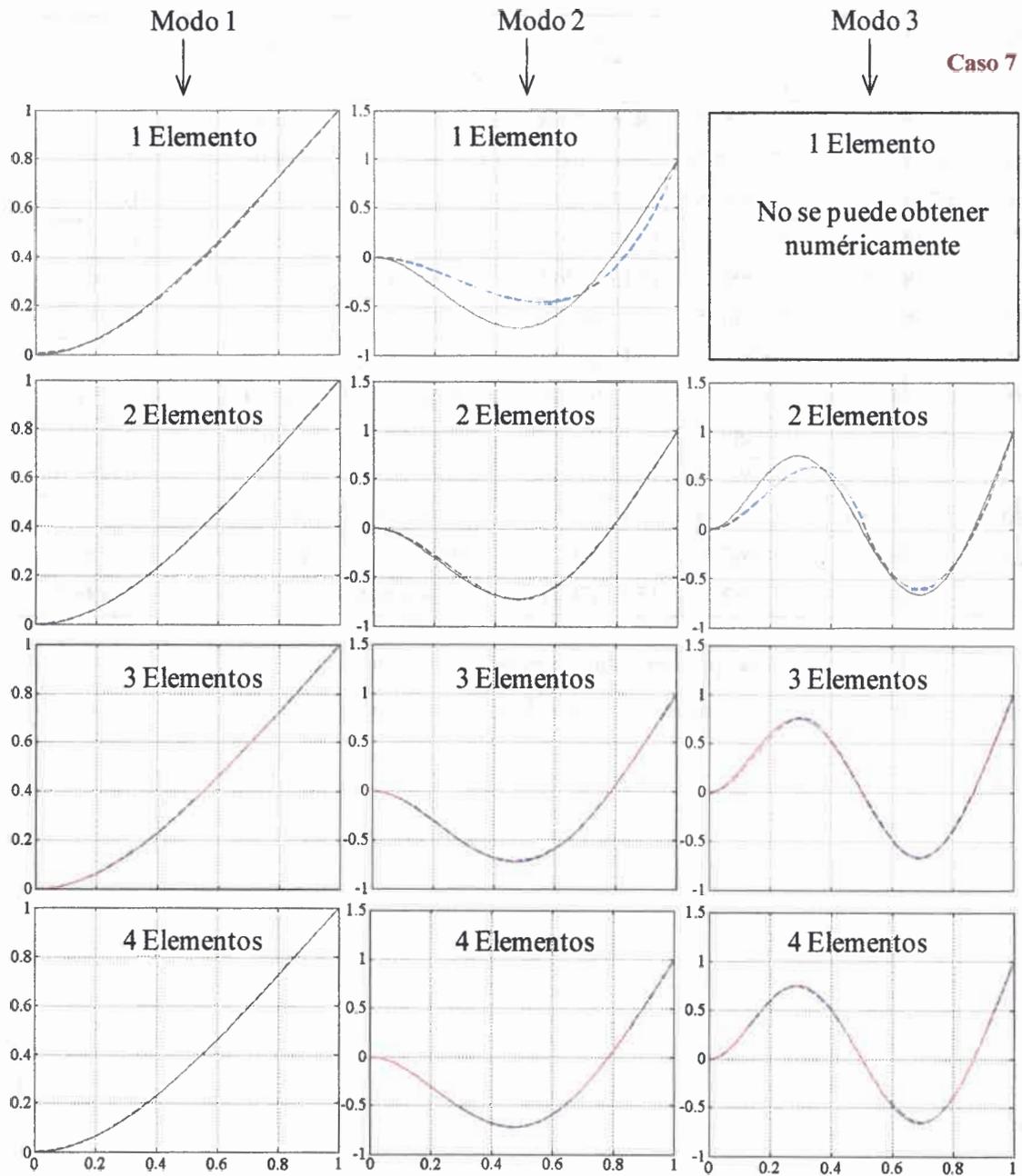


Figura 5-21: Caso 7 - Comparación entre modos: Resultados numéricos y analíticos.

Como se puede observar, considerando un solo elemento se predice el primer modo con una buena exactitud pero existe una diferencia importante en el segundo, y

además el tercer modo en flexión no se puede computar. Al considerar dos elementos, mejora la predicción del segundo modo pero existe una diferencia importante en el tercero. Las graficas muestran que al aumentar la cantidad de elementos se incrementa la exactitud con la se predicen los modos de vibrar. Con 3 y 4 elementos se tiene una exactitud suficientemente buena para el tercer modo.

5.3.2. Modelo 5: Viga 2D en voladizo con actuadores PZT

En esta subsección se investiga la respuesta estructural de una viga en voladizo sometida a la acción de actuadores piezoeléctricos. Para esta viga, que es dividida en 5 elementos de igual longitud, se estudian dos configuraciones diferentes. En la primera configuración se coloca un par de actuadores piezoeléctricos sobre el elemento número 1, y en la segunda configuración se distribuyen actuadores sobre todos los elementos (ver Figura 5-22).

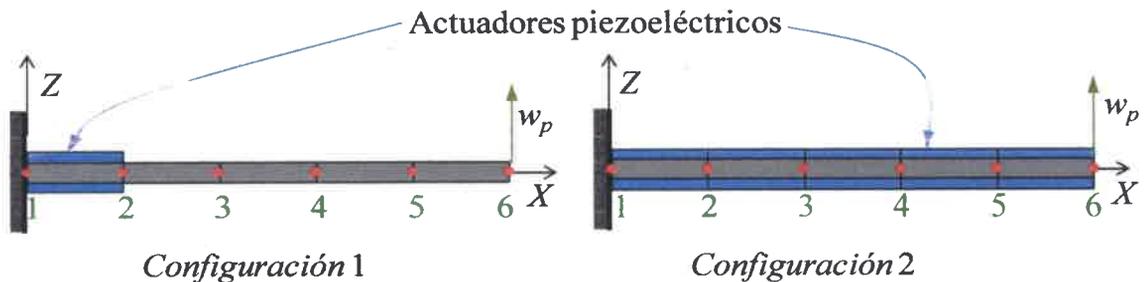


Figura 5-22: Dos configuraciones estructurales para el modelo 5.

La viga tiene 1 m de longitud y sus propiedades se dan en la Tabla V-7, los 5 elementos tiene el mismo largo. Las características de los actuadores se dan en la Tabla V-8.

Tabla V-7: Propiedades mecánicas y geométricas de los elementos de viga del modelo 5.

Módulo Y_b	Densidad ρ	Largo	Ancho	Alto
73.6 GPa	2700 kg/m ³	20 cm	4 cm	1 cm

Tabla V-8: Propiedades mecánicas y geométricas de los actuadores del modelo 5.

Módulo Y_p	d_{31}^*	Densidad ρ	Largo	Ancho	Espesor
60.6 GPa	-2.74×10^{-10} m/V	7500 kg/m ³	20 cm	4 cm	5 mm

* d_{31} es el coeficiente de acoplamiento electromecánico.

5.3.2.1. Caso de estudio 8: Respuesta dinámica de una viga 2D con actuadores PZT (modelo 5) excitada en resonancia

En este caso se estudia la respuesta dinámica de las vigas del modelo 5 cuando se aplica un voltaje sobre los actuadores de la forma,

$$V(t) = \pm 75 \sin(\omega_n t) \quad \forall E \quad (5.21)$$

donde ω_n es alguna de las frecuencias naturales de la estructura. El símbolo \pm indica que el voltaje aplicado sobre el actuador superior es positivo, y el aplicado sobre el actuador inferior es negativo. $\forall E$ significa para todo los elementos que tienen actuadores.

En la Tabla V-9 se presentan las dos primeras frecuencias y períodos naturales para cada una de las dos configuraciones de la viga del modelo 5 (ver Figura 5-22). El tiempo de simulación es 0.5 segundos (aproximadamente 6 veces el primer periodo natural de la estructura), y las condiciones iniciales son velocidad y posición de todos los grados de libertad iguales a cero.

Tabla V-9: Caso 8 - Frecuencias y períodos naturales de las dos configuraciones del modelo 5.

Configuración	Frecuencia [rad/seg]		Período [seg]	
	ω_1	ω_2	T_1	T_2
1	75.359	441.297	0.083376	0.014238
2	70.900	444.262	0.088620	0.014143

En las Figuras 5-23 y 5-24 se muestra la respuesta del extremo libre de la viga, w_p , para la configuración 1 y 2 respectivamente. En estas figuras la línea continua hace referencia a la respuesta asociada a la primera frecuencia natural, y la línea de puntos está referida a la respuesta asociada a la segunda frecuencia natural. Debido a que la frecuencia de la excitación coincide con una frecuencia natural de la estructura, la respuesta corresponde a un estado de resonancia. Como en el modelo no se ha considerado amortiguamiento el desplazamiento del extremo libre de la viga se incrementa indefinidamente a menos que se cambie la frecuencia de excitación. Para la configuración 1 se observa que la amplitud del extremo libre se incrementa más rápido cuando la excitación coincide con la segunda frecuencia natural de la estructura (Figura 5-23). Sin embargo, para la configuración 2 la amplitud del extremo libre crece más rápido cuando coincide con la primera frecuencia natural (Figura 5-24).

Es importante mencionar, aunque no se muestre aquí, que debido a la disposición espacial de los actuadores, sobre la configuración 1 resulta un momento aplicado en el

nudo 2, mientras que para la configuración 2 resulta un momento aplicado sobre el nudo 6. Esto puede verificarse calculando el vector de carga para la estructura completa.

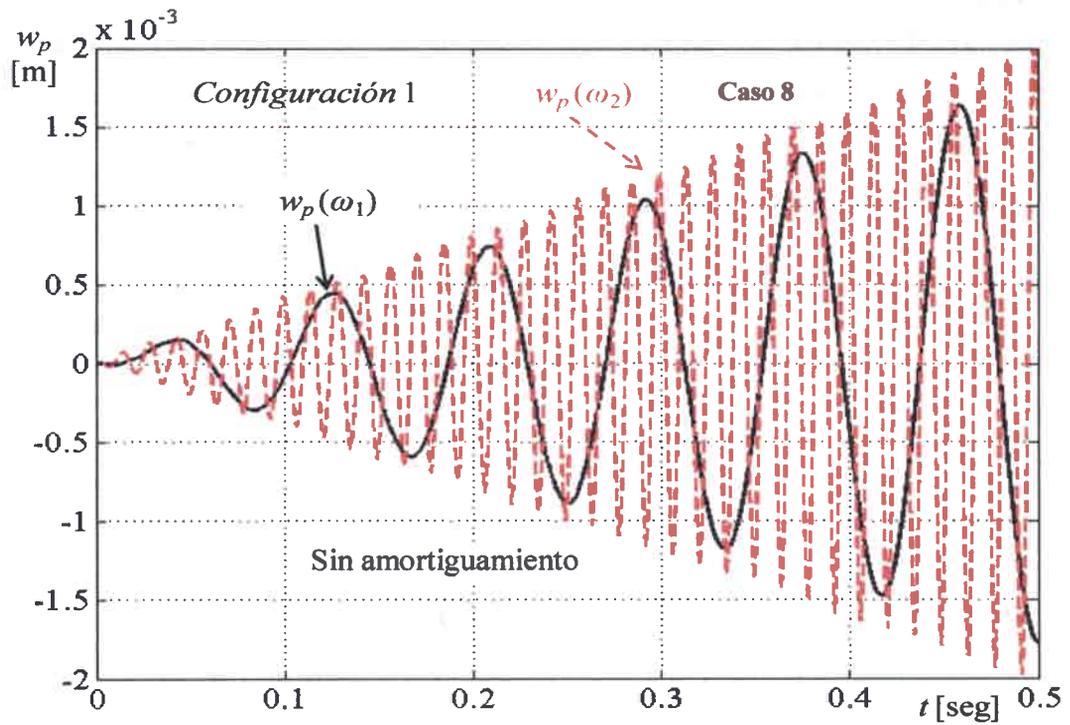


Figura 5-23: Caso 8 - Respuesta en resonancia del extremo libre para la configuración 1 del modelo 5.

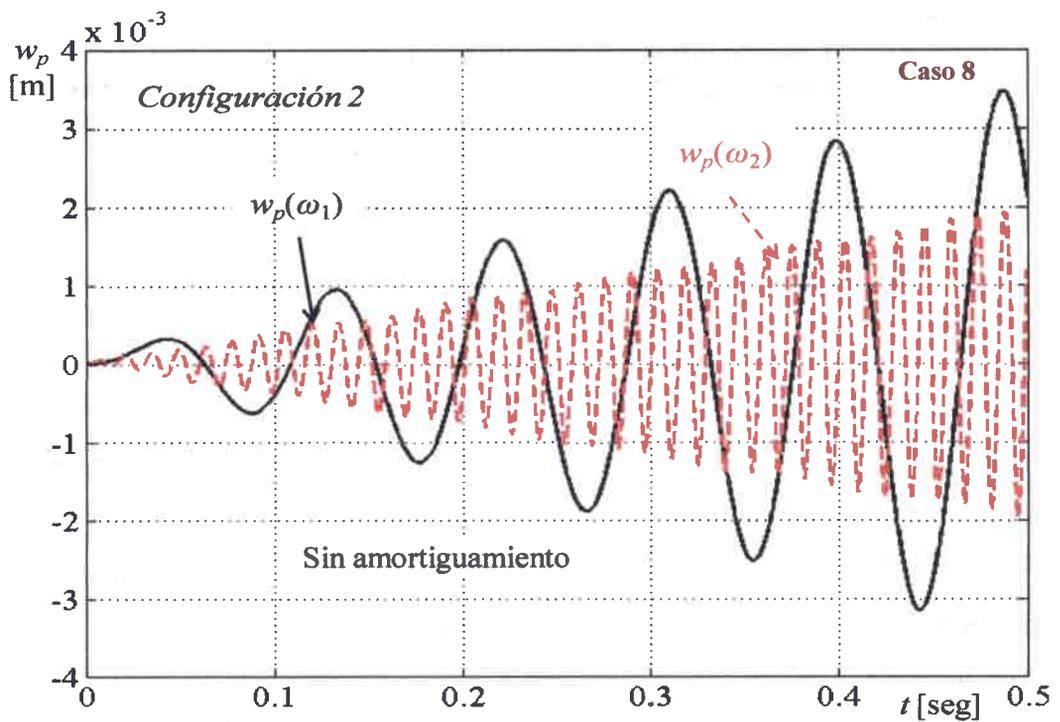


Figura 5-24: Caso 8 - Respuesta en resonancia del extremo libre para la configuración 2 del modelo 5.

Al aplicar un voltaje cuya frecuencia de excitación coincide con una frecuencia natural de la estructura, se excita el modo de vibrar asociado a esa frecuencia, haciendo que la estructura vibre con la forma de ese modo. En la Figura 5-25 se presenta la deformada de la viga para la configuración 1 para un dado instante de tiempo, cuando el voltaje varía con la primera frecuencia natural (Figura 5-25a) y cuando el voltaje varía con la segunda frecuencia natural (Figura 5-25b). En la figura previamente mencionada se puede ver las formas modales de una viga en voladizo.

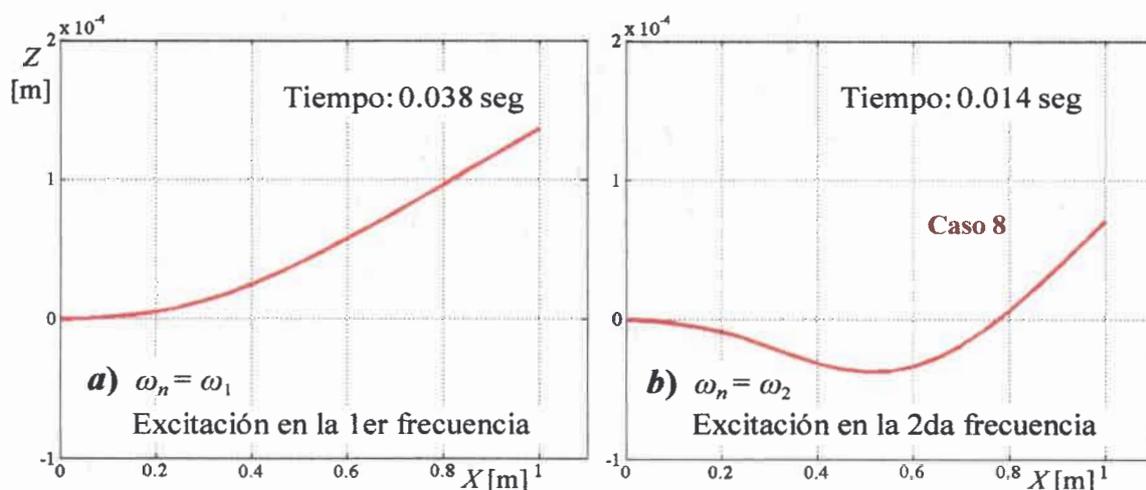


Figura 5-25: Caso 8 - Deformada de la viga con la configuración 1 excitada en las frecuencias naturales.

5.3.2.2. Caso de estudio 9: Respuesta dinámica de una viga 2D con actuadores PZT (modelo 5) con carga escalón

En este caso se estudia la respuesta dinámica de las dos configuraciones del modelo 5 cuando se aplica un voltaje sobre los actuadores de la forma de un escalón,

$$V(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \pm 100 & t \geq 0 \end{cases} \quad \forall E \quad (5.22)$$

En la Figura 5-26, se graficó el desplazamiento transversal del nodo 4 y del nodo 6 (extremo libre) para las configuraciones 1 y 2 del modelo 5 (Figura 5-22) causado por el voltaje descrito por la ecuación (5.22). Para ambos nodos la amplitud de vibración para la configuración 2 es mayor que para la configuración 1. Además los nodos de la configuración 2 vibran a una frecuencia un poco más baja que los nodos de la configuración 1. Aunque no se presente aquí, el desplazamiento transversal de todos los nodos de la viga, excepto el nodo 1, tienen el mismo comportamiento que los nodos 4 y 6.

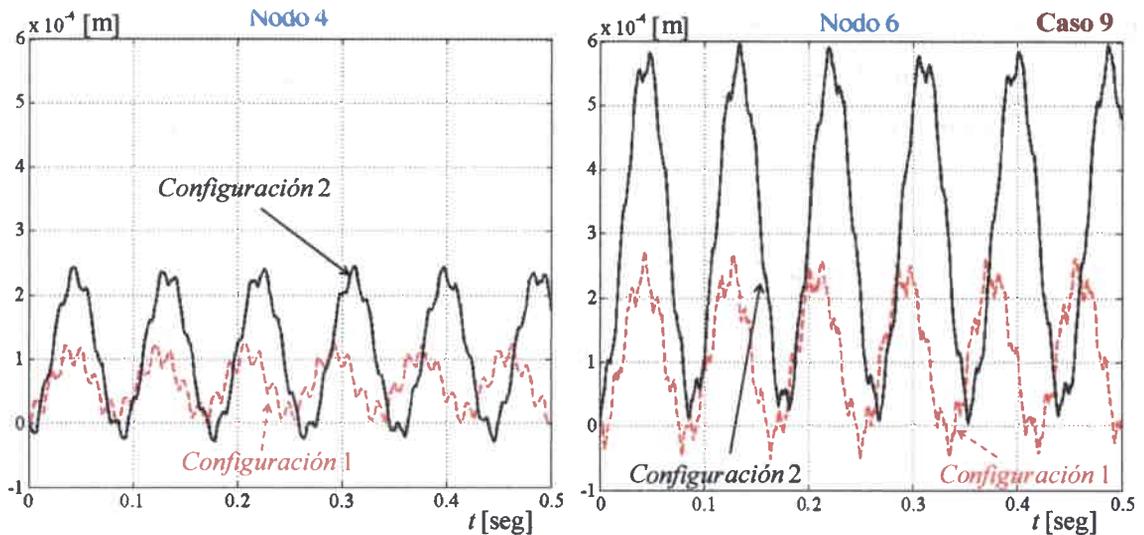


Figura 5-26: Caso 9 - Vibración transversal de los nodos 4 y 6 para las dos configuraciones del modelo 5.

5.3.2.3. Caso de estudio 10 :

Respuesta estática de una viga 2D con actuadores PZT (modelo 5)

En este caso se desea obtener la deformada de la viga, para ambas configuraciones del modelo 5, al aplicar un voltaje de ± 100 [V] sobre todos los pares de actuadores distribuidos sobre la estructura.

La configuración geométrica que adquiere la viga en estado estático puede obtenerse eliminando las fuerzas de inercia de la ecuación de movimiento y resolviendo la siguiente ecuación de equilibrio estático,

$$\mathbf{K}_g \mathbf{q}_g = \mathbf{Q}_g \quad (5.23)$$

donde \mathbf{q}_g son los grados de libertad, \mathbf{K}_g es la matriz de rigidez de la estructura y \mathbf{Q}_g es el vector de cargas.

Las deformadas de la viga para las configuraciones estructurales 1 y 2 se presentan en la Figura 5-27. En esa figura, donde se detallan los dominios de los elementos, se puede observar que para la configuración 1 la viga solo se curva en el dominio del elemento 1, mientras que en el resto del dominio se mantiene recto sin deformarse. Sin embargo, para la configuración 2 se observa que la viga se deforma en todo su dominio. Todo esto es debido a que los momentos concentrados en las configuraciones 1 y 2 están aplicados sobre los nodos 2 y 6 respectivamente. Hay que tener presente que la magnitud del momento es igual tanto para la configuración 1 como para la configuración 2, por ello sobre el dominio del elemento 1 los gráficos de las deformadas coinciden. Por otro lado,

para la configuración 2 se tiene la misma curvatura en todo el dominio de la viga, eso se debe a que las propiedades de la viga son uniformes y el momento aplicado en el extremo libre (nodo 6) produce un momento flector constante a lo largo de toda la viga.

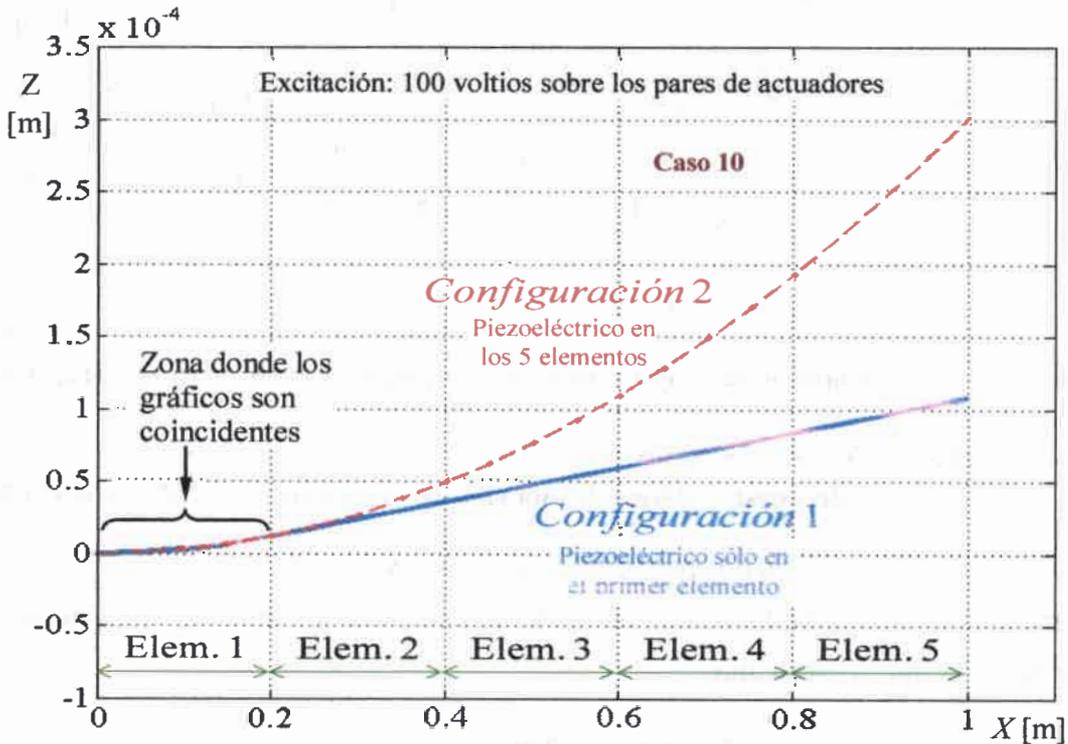


Figura 5-27: Caso 10 - Deformada de la viga para las dos configuraciones del modelo 5.

5.3.3. Modelo 6: Viga 2D en voladizo con actuadores discretizada en 10 tramos Caso de estudio 11: Respuesta estática del modelo 6

Como caso 11 se analiza el comportamiento estático de una viga en voladizo discretizada en 10 elementos de igual longitud que se denota como modelo 6. Este modelo tiene las mismas propiedades mecánicas y geométricas que el modelo 5 pero está discretizada en 10 elementos en lugar de 5.

Propiedades de la viga: longitud $L = 1$ m, sección rectangular (ancho = 4 cm, alto = 1 cm), densidad 2700 kg/m^3 y módulo de elasticidad $Y_b = 73.6 \text{ GPa}$.

Propiedades de los actuadores piezoeléctricos: sección transversal rectangular (ancho = 4 cm y espesor = 0.5 cm), módulo de elasticidad $Y_p = 60.6 \text{ GPa}$, densidad 7500 kg/m^3 y coeficiente de acoplamiento electromecánico $d_{31} = -2.74e^{-10} \text{ m/V}$, longitud de los elementos usados en la discretización ($l_e = 0.1$ m).

El voltaje aplicado sobre los actuadores piezoeléctricos adheridos a la estructura es de ± 100 [V]. Este voltaje que no cambia en el tiempo es positivo sobre los actuadores superiores y negativo sobre los actuadores inferiores.

$$V(t) = \pm 100 \quad \forall E \quad (5.24)$$

Como caso de estudio se desea calcular la respuesta estática para diferentes configuraciones. La configuración “ i ” se obtiene distribuyendo pares de actuadores desde el elemento número 1 hasta el elemento número i ($i = 1, 2, \dots, 10$). Por ejemplo la configuración 3 tiene actuadores únicamente sobre los elementos 1, 2 y 3.

En la Figura 5-28 se graficó la deformada de todas las configuraciones consideradas, se incluyó la configuración 0 la cual no tiene actuadores piezoeléctricos y por lo tanto no se ve afectada. En esta figura se puede observar, para cada una de las configuraciones, que la viga solo se deforma en el dominio donde están dispuestos los actuadores piezoeléctricos, mientras que en el resto del dominio la estructura se mantiene recta. Es interesante notar que cambiando la disposición de los actuadores es posible obtener diferentes deformadas para la viga, lo que permite utilizar a estos elementos adicionales sobre la estructura para lograr configuraciones geométricas del ala de acuerdo a las necesidades de operación de vuelo del UAV.

En la Figura 5-28 se puede ver que en todos los casos el máximo desplazamiento se presenta en el extremo libre de la viga, w_p . Este desplazamiento es presentado en término de la configuración i en la Figura 5-29, en la que se observa que para las primeras configuraciones el desplazamiento del extremo libre parece tener un comportamiento lineal, sin embargo desde la configuración 4 en adelante se ve claramente que esto no es así. Es importante destacar que a medida que se colocan más piezoeléctricos la rigidez de la estructura se incrementa, y además la posición espacial de las cargas inducidas por los actuadores también cambia, es decir es otra estructura, no significa que el modelo capte fenómenos no lineales.

El momento aplicado, por la acción de los actuadores piezoeléctricos, cambia de una configuración a otra. A modo de ejemplo en la Figura 5-29 se ilustran cuatro configuraciones ($i = 1, 3, 5$ y 9) en las que se señala donde se encuentra el momento aplicado.

Es importante mencionar que la magnitud del momento es la misma en todos los casos ya que depende de la magnitud del voltaje, lo que se puede deducir calculando el vector de cargas de la estructura.

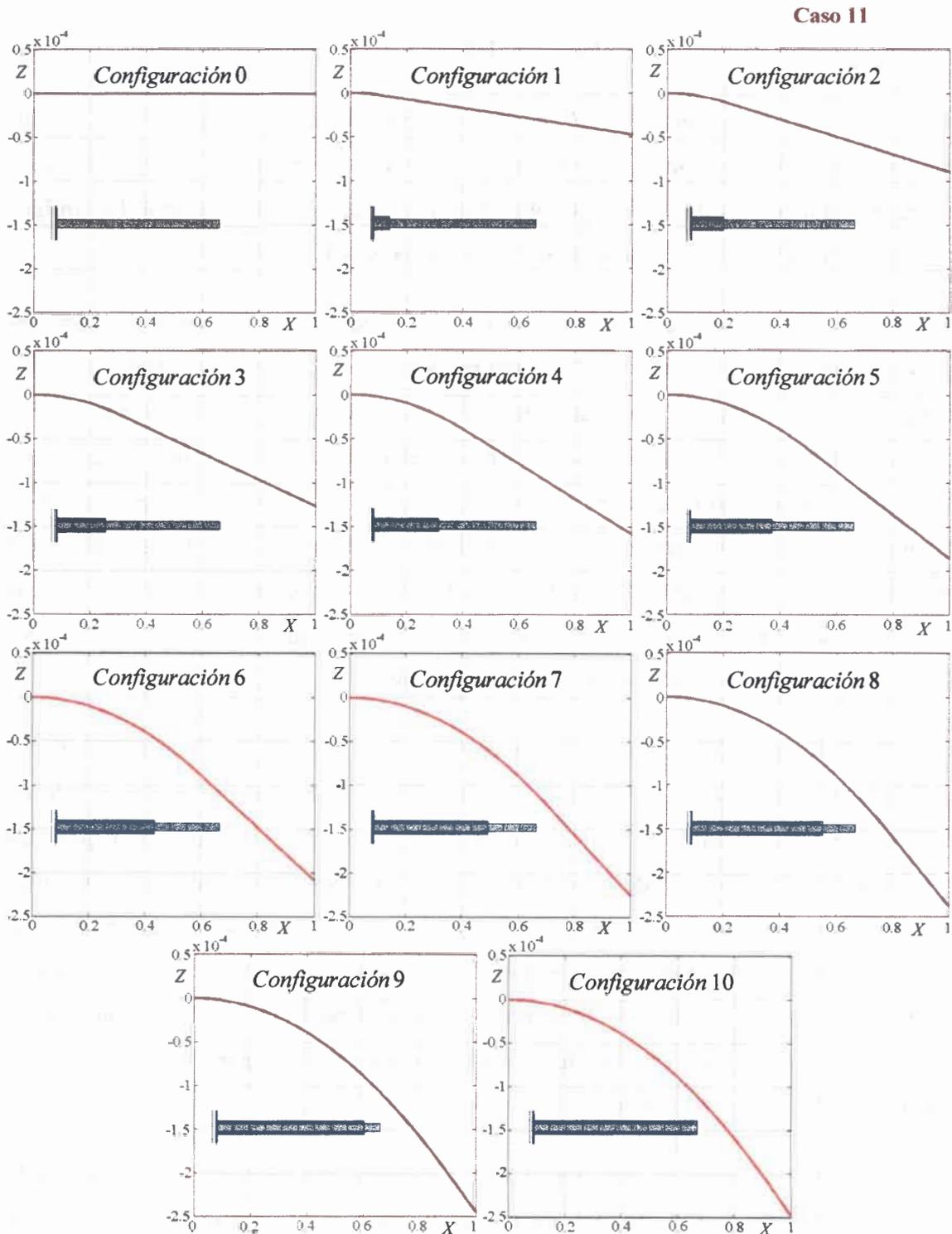


Figura 5-28: Caso 11 - Deformada de la estructura de todas las configuraciones del modelo 6.

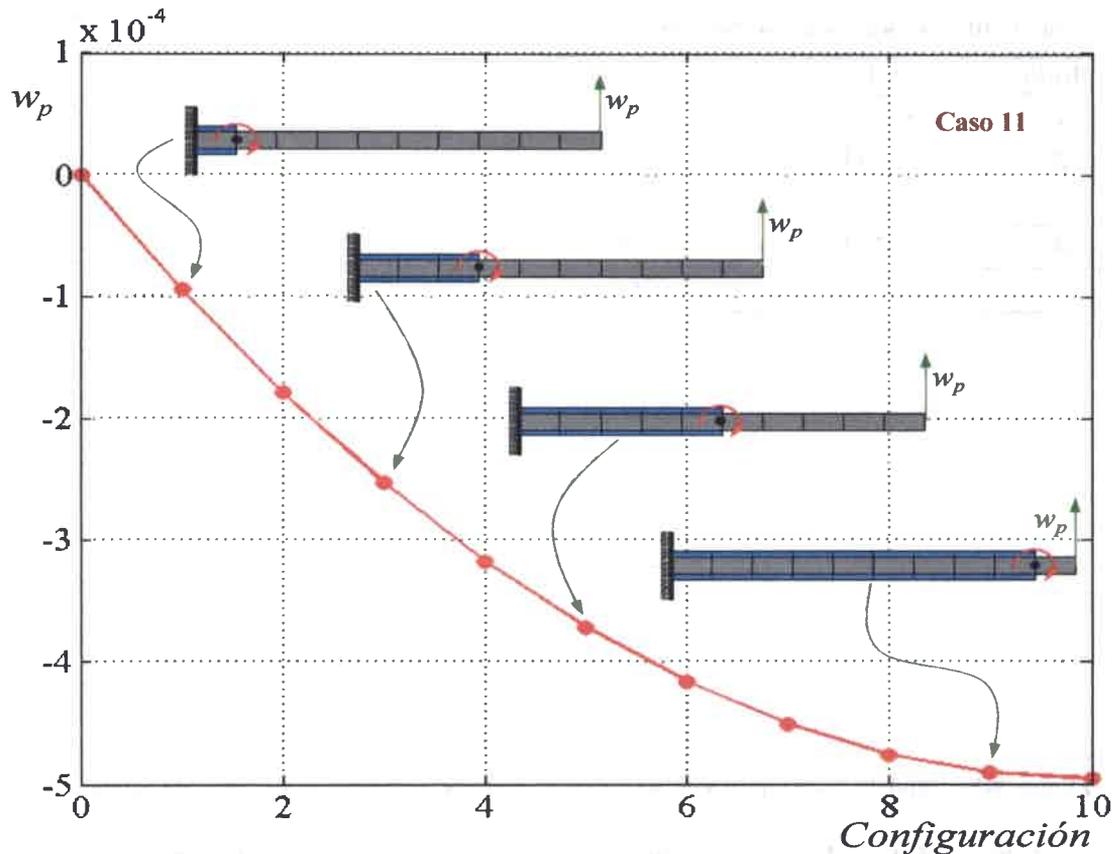


Figura 5-29: Caso 11 - Desplazamiento del extremo libre para las 10 configuraciones del modelo 6.

5.3.4. Modelo 7: Estructura tridimensional con actuadores PZT

Como modelo 7 se adoptó una estructura alar que incorpora actuadores piezoeléctricos adheridos sobre todas las vigas que constituyen la estructura tridimensional tipo “peine” que se muestra en la Figura 5-30 y que se usa para modelar el ala del UAV. El objetivo es analizar la respuesta estática y dinámica de ese tipo de estructura.

El modelo adoptado de ala flexible está compuesto por una viga principal en voladizo orientada a lo largo de la envergadura, y varias vigas secundarias orientadas a lo largo de la cuerda que están conectadas en uno de sus extremos a la viga principal. En este caso la estructura tiene 5 vigas secundarias vinculadas a la viga principal como se puede ver en la Figura 5-30.

La malla de la estructura tiene 25 elementos y 26 nodos cuyas coordenadas en el sistema global se presentan en la Tabla V-11.

Tabla V-10: Frecuencias naturales del modelo 7

Modo	Frecuencia [Hz]	Período [seg]
1	6.533	0.1531
2	8.143	0.1228
3	19.593	0.0510
4	33.303	0.0300
5	34.437	0.0290

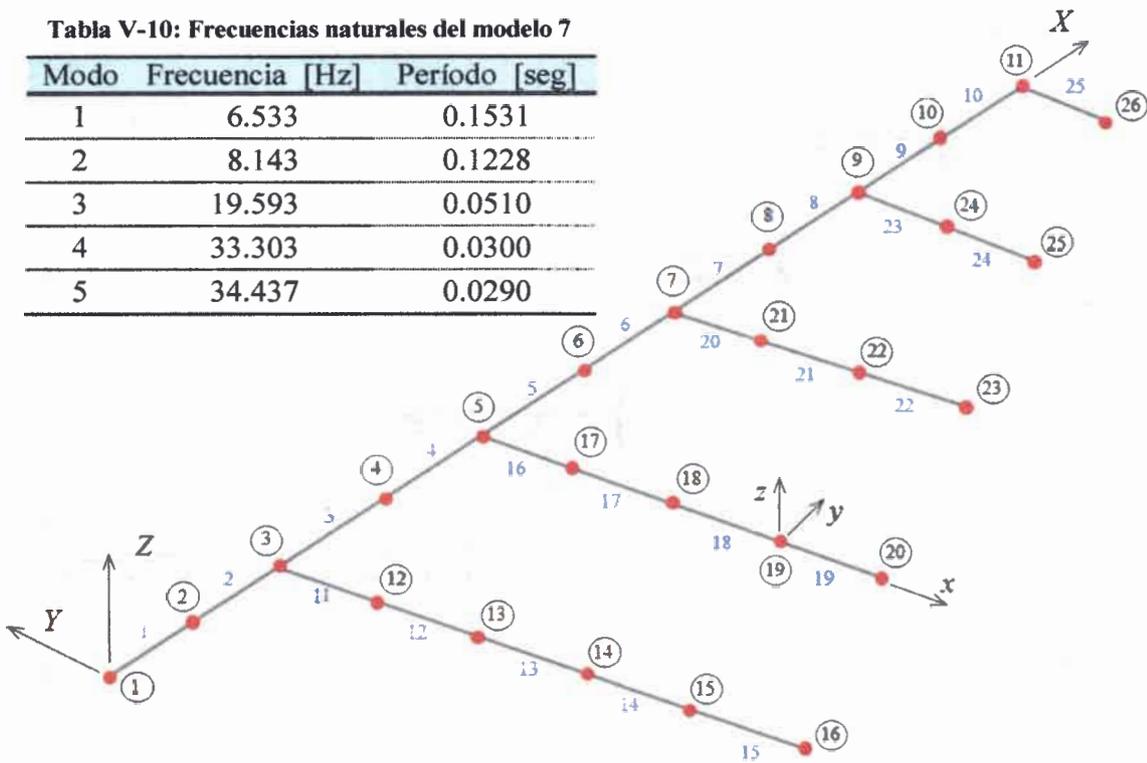


Figura 5-30: Modelo 7 – Frecuencias naturales – nodos y elementos – sistemas de referencia.

Tabla V-11: Coordenadas de los nodos de la estructura tridimensional del modelo 7.

Nodo	X	Y	Z	Nodo	X	Y	Z
1	0.0	0	0	14	0.2	-0.3	0
2	0.1	0	0	15	0.2	-0.4	0
3	0.2	0	0	16	0.2	-0.5	0
4	0.3	0	0	17	0.4	-0.1	0
5	0.4	0	0	18	0.4	-0.2	0
6	0.5	0	0	19	0.4	-0.3	0
7	0.6	0	0	20	0.4	-0.4	0
8	0.7	0	0	21	0.6	-0.1	0
9	0.8	0	0	22	0.6	-0.2	0
10	0.9	0	0	23	0.6	-0.3	0
11	1.0	0	0	24	0.8	-0.1	0
12	0.2	-0.1	0	25	0.8	-0.2	0
13	0.2	-0.2	0	26	1.0	-0.1	0

Los pares de actuadores piezoeléctricos están distribuidos sobre toda la estructura, es decir que todos los elementos tienen actuadores inferiores y superiores. Todas las vigas

tienen las mismas características geométricas y propiedades (dadas en la Tabla V-12), lo mismo ocurre con los actuadores cuyas propiedades se dan en la Tabla V-13.

Tabla V-12: Características geométricas y propiedades de las vigas del modelo 7.

Propiedades de las vigas				
C	G	ρ	Ancho	Alto
73.6 GPa	30 GPa	2700 kg/m ³	2 cm	1 cm

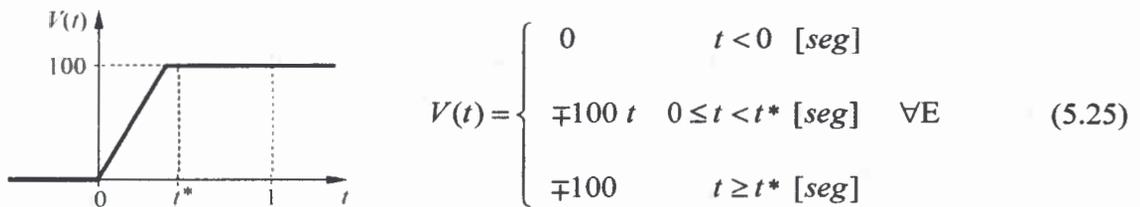
Tabla V-13: Características geométricas y propiedades de los actuadores del modelo 7.

Propiedades de los actuadores piezoeléctricos					
Q	D_{xy}	D_{xz}	ρ	Ancho	Espesor
60.6 GPa	23.47 GPa	23 GPa	7500 kg/m ³	2 cm	3 mm

Es importante mencionar que la longitud y orientación de los elementos pueden determinarse a través del conocimiento de las coordenadas de los nodos. El sistema de coordenadas local asociado a cada elemento de las vigas secundarias se dispone como se muestra para el elemento 19 en la Figura 5-30, cuyo origen se encuentra en el nodo 19. El eje y coincide con el eje X y el eje z coincide con el eje Z . El sistema de coordenadas locales de cada elemento de la viga principal tiene la misma orientación que el sistema global.

5.3.4.1. Caso de estudio 12: Respuesta dinámica de la estructura tridimensional del modelo 7 excitada con carga rampa

El objetivo de este caso de estudio es analizar la respuesta dinámica de la estructura del modelo 7 al aplicar sobre los actuadores piezoeléctricos un voltaje descrito por la siguiente ley de variación temporal del tipo “rampa”,



donde \mp indica que el voltaje aplicado sobre los actuadores superiores es negativo, y el

voltaje aplicado sobre los actuadores inferiores es positivo. La expresión $\forall E$ en la ecuación indica para todos los elementos que tienen actuadores piezoeléctricos. Es importante notar que la expresión (5.25) corresponde a una excitación rampa de duración t^* , y si $t^* = 0$ se tiene una excitación escalón.

El tiempo de simulación es 1 segundo, y las condiciones iniciales son velocidad y posición de todos los grados de libertad igual a cero. La simulación se realiza para los valores $t^* = 0, 0.2, 0.4$ y 0.6 segundos.

En la Figura 5-31 se muestra el desplazamiento transversal (dirección Z) del extremo libre de la viga principal (nodo 11) para los cuatro valores de la duración de la rampa, t^* . Se puede observar que para los valores $t^* = 0.2, 0.4$ y 0.6 la magnitud del desplazamiento del nodo 11 crece desde cero con una oscilación de amplitud muy baja y con la frecuencia del primer modo de vibración desde 0 hasta t^* , y luego vibra con una frecuencia donde predomina fuertemente el primer modo de la viga (6.53 Hz- ver Tabla V-10) con una amplitud aproximadamente constante alrededor de la respuesta estática para la carga final constante (-0.5 mm).

Cuando la duración de la rampa es nula ($t^* = 0$) el primer pico alcanza un valor de aproximadamente 1 mm, (doble de la respuesta estática debido a la carga escalón) y la amplitud es igual a la respuesta estática. Sin embargo, para $t^* = 0.6$ el primer pico alcanza un valor aproximado de 0.7 mm, un 30 % menos que para la excitación escalón ($t^* = 0$). De acuerdo a los resultados presentados en la Figura 5-31, se puede inferir que al incrementar la duración de la rampa, t^* , en la excitación, la amplitud de la vibración del extremo libre de la viga principal decrece.

En la Figura 5-32 se muestra la respuesta del desplazamiento transversal de algunos grados de libertad asociados a los nodos de la viga principal (2, 3, 5, 6, 8, 9) y asociados a los nodos de las vigas secundarias (23 y 25) para los casos en que la excitación se considera $t^* = 0$ y $t^* = 0.6$. En esta figura se puede ver que los desplazamientos de todos los nodos tienen un comportamiento cualitativamente similar al extremo libre de la viga (nodo 11) mostrado en la Figura 5-31. Esto permite concluir

que para una excitación caracterizada por la ecuación (5.25) es conveniente que t^* sea lo más grande posible, pero esto dependerá del tiempo que se requiera para deformar la estructura.

Caso 12

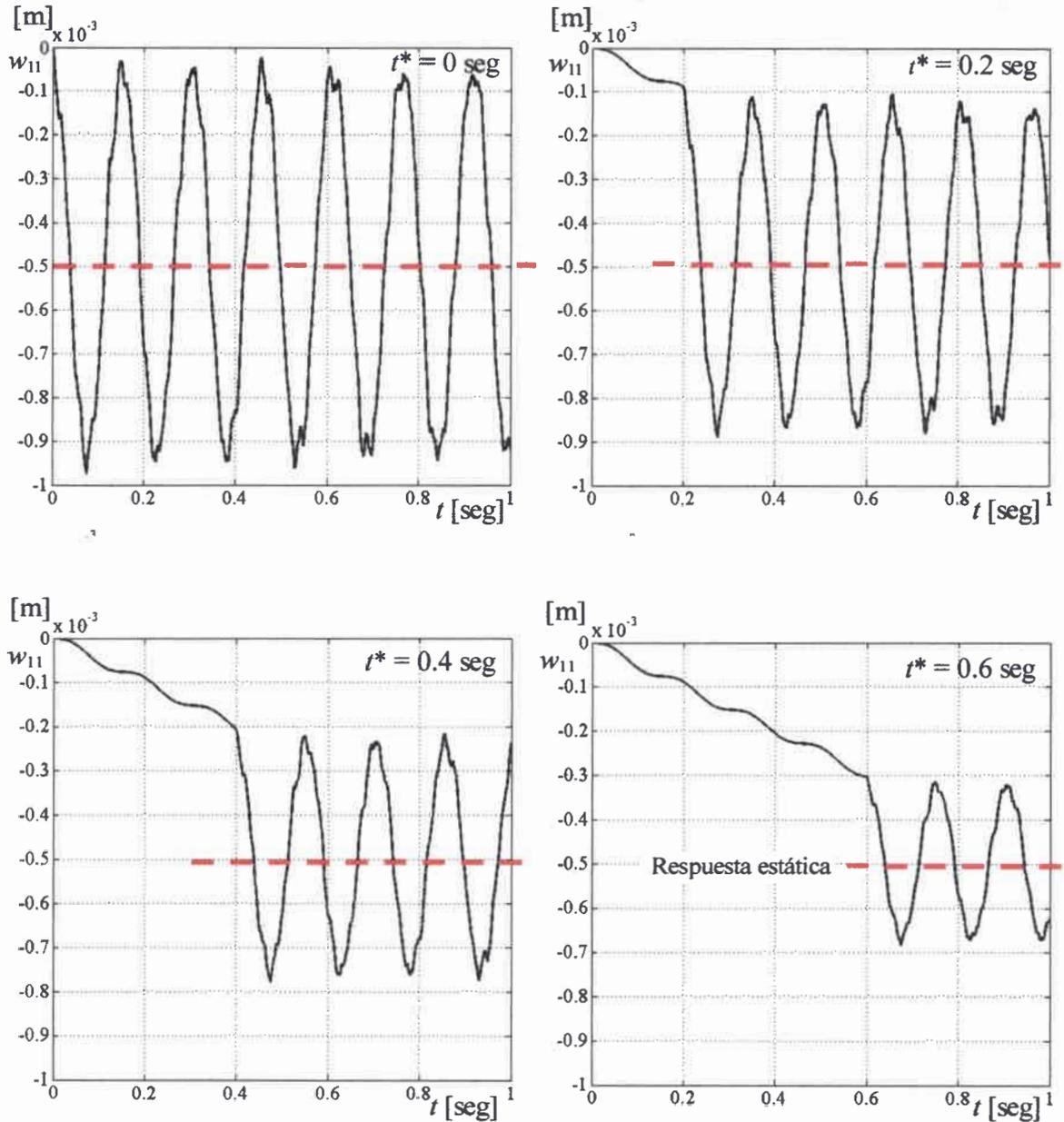


Figura 5-31: Caso 12 - Desplazamiento transversal del nodo 11 del modelo 7: Excitación rampa.

Observando la respuesta de los nodos de la viga principal se ve que la vibración transversal de los nodos que se encuentran más cercanos al empotramiento se ven afectados por frecuencias más altas y una amplitud de vibración menor.

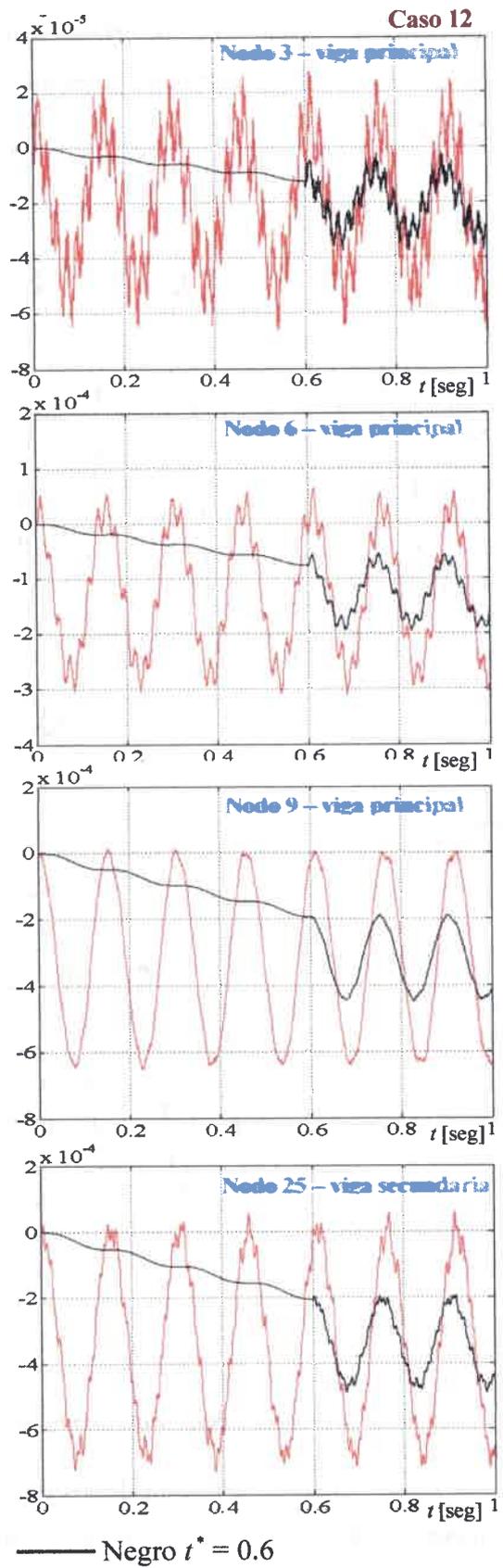
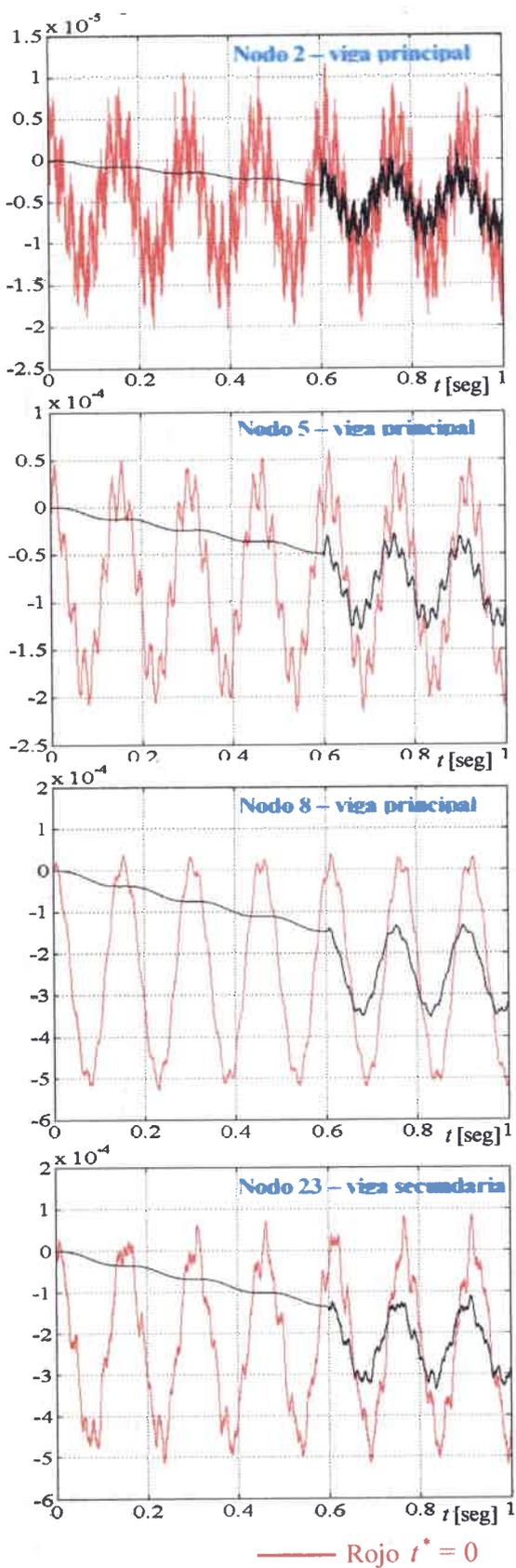


Figura 5-32: Caso 11 - Desplazamiento transversal de algunos nodos de la estructura [m].

5.3.4.2. Caso de estudio 13: Respuesta dinámica de la estructura tridimensional del modelo 7 – Carga creciente asintótica

En este caso se desea analizar la respuesta dinámica de la estructura tridimensional del ala tipo “peine” del modelo 7 de la Figura 5-30 cuando se le aplica un voltaje cuya variación temporal se describe mediante la siguiente expresión,

$$V(t) = \mp 100 (1 - e^{-at}) \quad \forall E \quad (5.26)$$

El tiempo de simulación es 5 segundos, y las condiciones iniciales son posición y velocidad de todos los grados de libertad iguales a cero. La simulación se realiza para los valores $a = 1/2, 1, 2$ y 5 .

En la Figura 5-33 se ha graficado la evolución temporal del voltaje durante los 5 segundos que duran las simulaciones para los diferentes valores de a . Se observa que para el caso $a = 5$ se llega al 98 % del máximo del voltaje en aproximadamente 0.78 s, para $a = 2$ en 2 s, para $a = 1$ en 3.9 s, mientras que para $a = 1/2$ en 7.8 s.

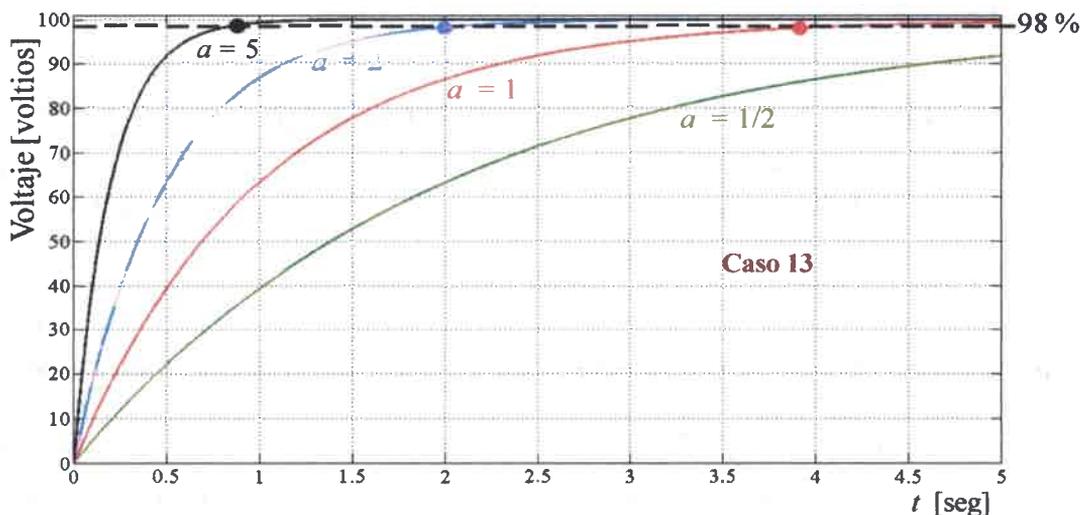


Figura 5-33: Caso 13 - Voltaje aplicado a los actuadores de la viga del modelo 7.

En la Figura 5-34 se presenta la evolución temporal del desplazamiento transversal del extremo libre de la viga principal (dirección Z) para los cuatro valores de a . Se puede observar que para todos esos valores la magnitud de la respuesta crece desde cero oscilando predominantemente en la frecuencia natural (6.53 Hz). A medida que a se hace más pequeño la amplitud de la oscilación es menor y la tendencia a un estado estacionario es más lenta. Es importante notar que para los valores $a = 1, 2$ y 5 , después

de haber transcurrido un cierto tiempo, la respuesta oscila alrededor del valor -0.5 mm que corresponde a la respuesta estática del extremo libre de la viga principal, como ya se había mencionado en el caso anterior. Sin embargo, para $a = \frac{1}{2}$ el tiempo de simulación no es suficiente para que la respuesta llegue a oscilar alrededor del valor -0.5 mm. Se ha realizado una ampliación en el intervalo de tiempo 4.5 y 5 segundo para mostrar que para $a = \frac{1}{2}$ la respuesta aún sigue creciendo, y para los otros valores la oscilación se produce alrededor de la respuesta estática antes mencionada.

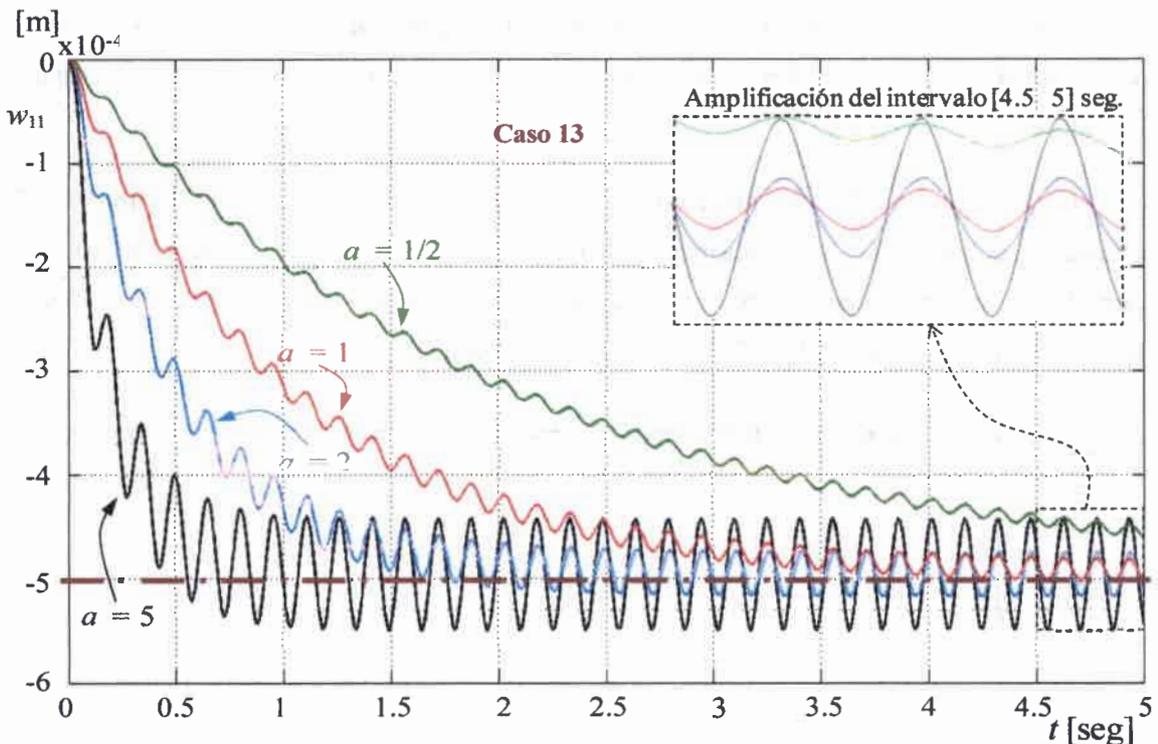


Figura 5-34: Caso 13 - Desplazamiento transversal del extremo libre de la viga principal (nodo 11).

En la Figura 5-35 se graficaron los desplazamientos transversales de algunos de los nodos de la estructura, con el fin de mostrar que todos tienen el mismo comportamiento desde el punto de vista cualitativo. En esa figura la línea roja corresponde al valor $a = 1$, la línea azul al valor $a = 2$ y la línea negra al valor $a = 5$.

Como se ha visto en este caso y en el anterior la forma en que se aplica el voltaje sobre los actuadores afecta significativamente la respuesta dinámica de la estructura. A la hora de diseñar una entrada de voltaje para obtener una determinada configuración geométrica del ala, se debe considerar la influencia que tendrá esta entrada en la respuesta dinámica de la estructura alar, ya que esto puede ser decisivo para el desempeño del UAV.

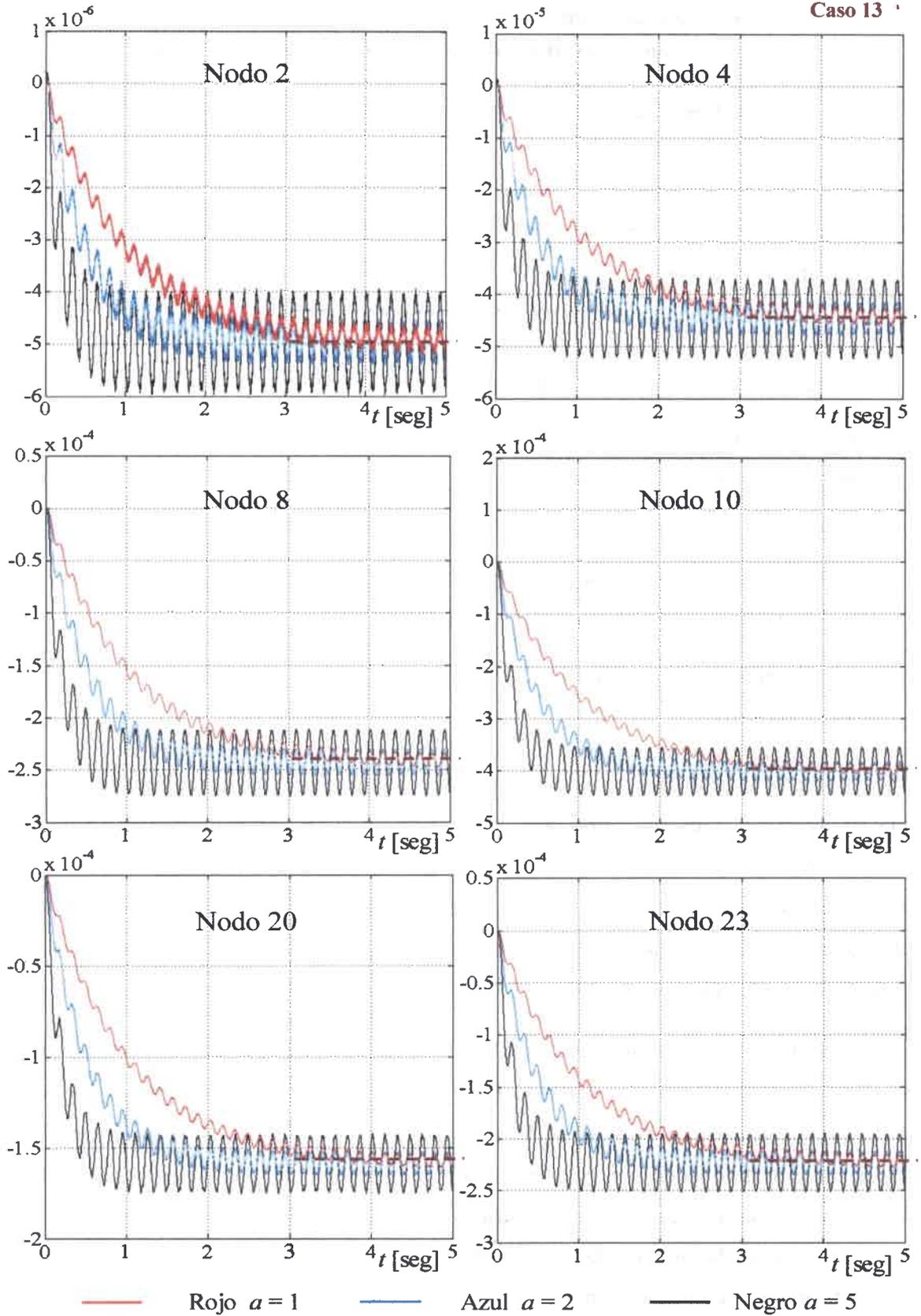


Figura 5-35: Caso 13 - Desplazamiento transversal de algunos nodos de la estructura [m].

5.3.4.3. Caso de estudio 14:

Respuesta estática de la estructura tridimensional del modelo 7

En este caso se presentan resultados que permiten visualizar las formas que adquiere la estructura alar del modelo 7 cuando se excita a los actuadores piezo-eléctricos con un determinado voltaje con el fin de reconfigurar la geometría del ala. Para obtener los desplazamientos de los nodos se debe resolver la ecuación (5.23) correspondiente a la estructura, y con el conocimiento de esos desplazamientos es posible graficar la deformada de la estructura del ala en estado estático.

Para la excitación de los actuadores se consideraron 4 casos:

- a) ∓ 100 V para todo los elementos de la viga principal y ± 100 V para todos los elementos de las vigas secundarias (Figura 5-36a),
- b) ∓ 100 V para todos los elementos de la estructura (Figura 5-36b),
- c) ± 100 V para todos los elementos de la viga principal, y ∓ 100 V para todo los elementos de las vigas secundarias (Figura 5-36c), y
- d) ± 100 V para los elementos desde el 1 al 5, y ∓ 100 V desde el elemento 6 al 25 (Figura 5-36d).

En la Figura 5-36 se muestra la forma que adopta la estructura del ala después de haber aplicado el voltaje. Comparando la Figura 5-36a con la 5-36b es posible apreciar que la punta del ala (extremo libre de la viga principal) tiene la misma deflexión, -0.5 mm. Además, analizando cada uno de los grados de libertad asociados a los nodos de la viga principal, valores que no se presentaron aquí, se puede concluir que el voltaje aplicado sobre las vigas secundarias no afecta la respuesta estática de la viga principal.

Adaptando la configuración del ala a través del voltaje, como se muestra en la Figura 5-36, es posible controlar las características aerodinámicas requeridas para una determinada operación de vuelo. Las cargas aerodinámicas que actúan sobre la superficie del ala pueden deformar a la estructura y provocar un cambio en su forma, induciendo a su vez cambios no deseados en las características aerodinámicas, sin embargo a través de los actuadores es posible proveer la rigidez necesaria para mantener una determinada configuración sin que se presenten los cambios no deseados antes mencionados.

Aunque las deflexiones de la estructura inducidas por los actuadores piezoeléctricos sean muy pequeñas, y posiblemente el cambio en los coeficientes aerodinámicos (objetivo del concepto *morphing*) sea insignificante, los resultados obtenidos con la herramienta computacional, tanto para los casos estáticos como para los dinámicos, permiten iniciar un investigación sobre los aspectos estructurales de UAVs reconfigurables y ayudan a comprender la respuesta de una estructura flexible sometida a la acción de actuadores piezoeléctricos.

Para obtener cambios significativos en la estructura flexible, quizás, sea necesario aplicar voltajes más intensos o diseñar algún dispositivo de amplificación de desplazamientos que provoque grandes cambios geométricos, sin embargo esto llevaría a la necesidad de desarrollar un modelo que permita considerar no-linealidades asociadas a los importantes cambios geométricos de la estructura.

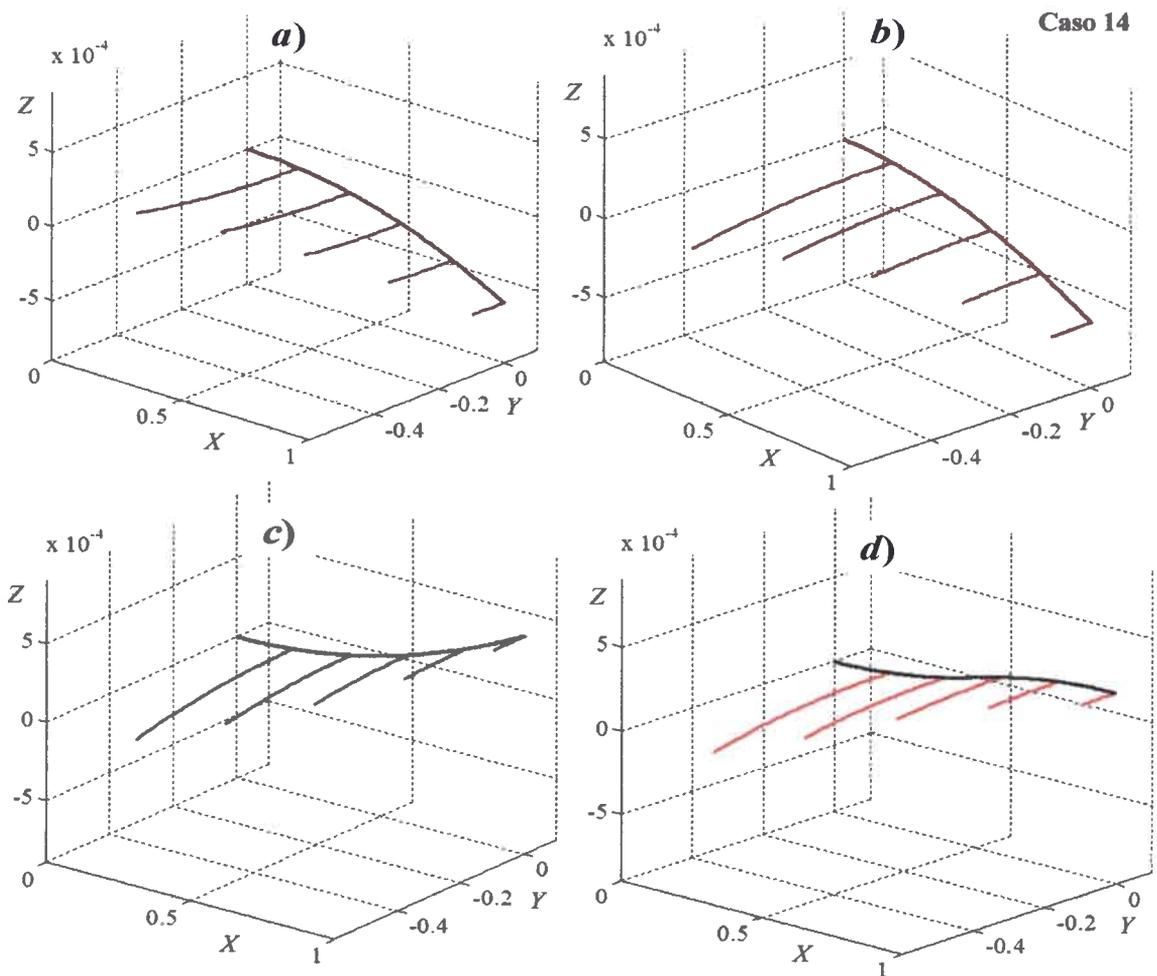


Figura 5-36: Caso 14 - Deformada de la estructura tridimensional para cuatro diferentes excitaciones.

The first part of the paper discusses the general theory of the
 subject, and the second part discusses the application of the
 theory to the case of the present problem. The theory is
 based on the assumption that the system is in a state of
 equilibrium, and that the forces acting on it are
 conservative. The application of the theory to the case of
 the present problem is based on the assumption that the
 system is in a state of equilibrium, and that the forces
 acting on it are conservative.

VI. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 Conclusiones

En este trabajo de tesis de Maestría se desarrolló: *i*) un modelo aerodinámico, basado en el método de red de vórtices no lineal e inestacionario, que permite a comprender el comportamiento aerodinámico de UAVs con alas que cambian de forma, *ii*) un modelo cinemático que permite describir la posición y velocidad de cualquier punto del ala durante el cambio de forma de la misma, y *iii*) un modelo estructural, de alas flexibles para UAVs reconfigurables que incluye actuadores piezoeléctricos distribuidos espacialmente sobre la estructura elástica del ala, que permite obtener la respuesta estática y dinámica de la estructura alar sometida a deformaciones localizadas inducidas mediante esos actuadores.

A partir de los primeros dos modelos mencionados (aerodinámico y cinemático), se implementó una herramienta numérica que permite investigar el comportamiento aerodinámico inherentemente no-lineal e inestacionario asociado a los UAVs con alas que cambian de forma. El acoplamiento entre ambos modelos se estableció a través de una de las condiciones de borde, la condición de no penetración, requeridas para resolver las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica de los fluidos. La herramienta numérica que se desarrolló permite obtener, en el dominio del tiempo, *i*) la distribución de presión sobre las alas, *ii*) las cargas aerodinámicas (C_L y C_D), *iii*) la distribución de vorticidad en la capa límite, *iv*) la distribución de vorticidad y posición de las estelas emitidas desde los bordes filosos de las alas (borde fuga y punta de alas).

Sobre la base de la formulación de un modelo estructural de ala flexible que incluye actuadores piezoeléctricos distribuidos espacialmente sobre las vigas que constituyen la estructura, se desarrolló e implementó una herramienta numérica para investigar la respuesta estática y dinámica de una estructura flexible (que modela el ala) sometida a la acción de actuadores piezoeléctricos. Las ecuaciones de movimiento fueron discretizadas espacialmente mediante el método de los elementos finitos, y para ello se implementó una versión de las ecuaciones de Lagrange, la cual no considera fuerzas de naturaleza no conservativa. Las ecuaciones diferenciales ordinarias, producto de la discretización espacial, que gobierna la dinámica de la estructura alar fueron integradas mediante el método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming. La herramienta numérica permite obtener la posición, velocidad y

aceleración de los grados de libertad asociados a los nodos que resultan de la discretización espacial.

Se presentaron y desarrollaron numerosos casos de estudio que ayudan a comprender el comportamiento aerodinámico y estructural asociado a UAVs reconfigurables. Los resultados presentados constituyen una etapa inicial en un proyecto que se viene llevando a cabo con el fin de comprender el comportamiento aeroservoelástico de vehículos aéreos no tripulados con alas que cambian de forma. En total se consideraron 7 modelos de alas reconfigurables y 14 casos de estudio divididos en dos grandes grupos, uno referido a aspectos aerodinámicos (6 casos) y otro a aspectos estructurales (8 casos).

El primer grupo de resultados brinda abundante información sobre el comportamiento aerodinámico asociado a las tres diferentes estrategias de mutación de alas reconfigurables propuestas en esta tesis. En ese grupo se consideraron 3 modelos de ala (uno para cada estrategia de mutación) y 6 casos de estudio (dos por cada modelo). Los resultados más relevantes son analizados a continuación.

Con el **modelo 1** de ala reconfigurable, *ángulos de diedro y flecha variables*, se investigaron dos casos (**casos 1 y 2**) donde se obtuvo información sobre el comportamiento inestacionario de las características aerodinámicas al pasar de una configuración a otra para dos cinemáticas prescriptas de los ángulos que describen la mutación (ángulo de diedro y de flecha). Se encontró que el ángulo de ataque no afecta el comportamiento cualitativo de las características aerodinámicas, sólo afecta el orden de magnitud. Se ubicaron las zonas de máximo y mínimo salto de presión para diferentes configuraciones del ala. Se presentaron gráficos de las sábanas libres para varias configuraciones donde queda en evidencia el arrollamiento de la estela desprendida desde la punta del ala y el hecho de que la reconfiguración del ala causa cambios en la forma de la estela.

Con el **modelo 2** de ala reconfigurable inspirado en el concepto desarrollado por Lockheed Martin, *alas plegables*, se investigaron dos casos (casos 3 y 4). En el **caso 3** las curvas de C_L en términos de los ángulos de configuración alar, además de mostrar el comportamiento de C_L , permitieron comprobar que la configuración de máxima sustentación se presenta cuando el ala está completamente extendida ($\beta=0^\circ$), y la configuración de mínima sustentación se presenta cuando el ala está completamente contraída ($\beta = 130^\circ$). Nuevamente los resultados mostraron que el ángulo de ataque sólo afecta la magnitud de la sustentación pero no a su comportamiento cualitativo. La

distribución de presión reveló que el ala sustenta más sobre el borde de ataque en una zona ubicada cerca de la puntera del ala (en la región R_C) y esta sustentación decrece hasta llegar a un mínimo en el borde de fuga del ala. Las evoluciones espacio temporal de las estelas mostraron que el modelo permite captar la interacción entre el ala y las estelas emitidas desde los bordes filosos. En el **caso 4** las curvas de C_L en términos de los ángulos de configuración permitieron analizar la influencia de los efectos inestacionarios sobre la sustentación para diferentes frecuencias reducidas ($k = 0.034$ y $k = 0.068$). La cinemática prescrita para los ángulos de reconfiguración provocó una reducción de sustentación, respecto al valor obtenido en estado estacionario, cuando $0^\circ \leq \beta \leq 110^\circ$ y un aumento de sustentación cuando $110^\circ \leq \beta \leq 130^\circ$.

Con el **modelo 3** de ala reconfigurable, *torsión y flexión variables*, se investigaron dos casos (casos 5 y 6). En el **caso 5**, se generaron curvas de C_L y curvas de eficiencia aerodinámica en función de los ángulos de configuración. Estas curvas revelaron que la configuración de máxima sustentación se obtiene para un ángulo de torsión $\phi_0 = 15^\circ$ y un ángulo de flexión próximo a $\beta_0 = 0^\circ$ (aproximadamente -2°), la sustentación mínima para $\phi_0 = 0^\circ$ y $\beta_0 = 15^\circ$, la configuración más eficiente es la asociada a $\phi_0 = 0$ y $\beta_0 = -15^\circ$, y la eficiencia aerodinámica mínima es la asociada a $\phi_0 = 15^\circ$ y $\beta_0 = 15^\circ$. Esto permite inferir que el incremento de sustentación está ligado al incremento en la torsión (ϕ_0), sin embargo para la eficiencia aerodinámica esto es a la inversa. La distribución de presión sobre el ala mostró que el mayor salto de presión se ubica en el centro del ala cuando no hay torsión ($\phi_0 = 0^\circ$), sin embargo para el caso donde hay torsión el mayor salto de presión se ubica en el borde de ataque del ala, y la intensidad de este salto se incrementa conforme aumente el ángulo de torsión. El salto de presión disminuye hasta llegar a un mínimo ubicado en una zona sobre el borde de fuga. En el **caso 6** se realizó un análisis inestacionario que ayuda a comprender cómo varían, en el dominio del tiempo, las características aerodinámicas asociadas a una cinemática prescrita para los ángulos de mutación (ángulos de torsión y flexión variables). Se observó nuevamente que el incremento de torsión provoca un aumento en las características aerodinámicas. La variación del ángulo de diedro causa una variación en esas características, pero su magnitud es insignificante respecto a la variación producida por la torsión. Para los requerimientos de grandes cambios en las características aerodinámicas sería conveniente utilizar como mecanismo de mutación la torsión del ala, sin embargo como mostraron los resultados en el caso anterior (caso 5) esto viene acompañado de un decremento en la eficiencia aerodinámica.

El segundo grupo de resultados está referido a aspectos estructurales y ayuda a comprender la influencia de los actuadores piezoeléctricos distribuidos sobre estructuras elásticas. En este grupo se consideraron 4 modelos de ala y 8 casos de estudio. Primero se estudió el caso muy simple de una viga bidimensional (2D) que no tiene actuadores piezoeléctricos, luego se desarrollaron cuatro casos para investigar la influencia de los actuadores piezoeléctricos sobre vigas 2D en voladizo y finalmente se presentaron los resultados de tres casos donde se estudia una estructura tridimensional con actuadores PZT que modela el ala de un UAV. Este grupo de resultados es analizado a continuación.

Con el **modelo 4** se verificó la correcta implementación computacional del modelo estructural analizando el caso muy simple de una viga bidimensional (2D) que no tiene actuadores piezoeléctricos, los resultados numéricos del **caso 7** mostraron excelente concordancia con los resultados analíticos disponibles en la literatura.

Con en el **modelo 5** que incluye dos configuraciones (denotadas 1 y 2) de una viga bidimensional en voladizo discretizada en 5 elementos que incorpora actuadores piezoeléctricos, se investigaron 3 casos (casos 8, 9 y 10). El **caso 8** ayudó a comprender la respuesta dinámica de la viga cuando los actuadores se excitan con un voltaje senoidal cuya frecuencia de excitación coincide con una de las frecuencias naturales de la estructura. Los resultados mostraron que en la configuración 1 la amplitud del extremo libre se incrementa más rápido cuando la excitación considera la segunda frecuencia natural de la estructura, sin embargo para la configuración 2 la amplitud del extremo libre crece más rápido cuando se considera la primera frecuencia natural. Esto permite inferir que la respuesta dinámica, ante la aplicación de un voltaje senoidal, depende de la disposición espacial de los actuadores. En el **caso 9** la respuesta dinámica, ante un voltaje cuya excitación se describe mediante una entrada escalón, mostró que la amplitud de vibración para la configuración 2 es mayor que para la configuración 1. Además los nodos de la configuración 2 vibran a una frecuencia más baja que los nodos de la configuración 1. Como el voltaje aplicado es el mismo, se confirma nuevamente que la respuesta dinámica depende de la disposición espacial de los actuadores. En el **caso 10** se determinó la deformada de la viga en estado estático para las dos configuraciones investigadas. La viga se deforma en el dominio donde hay actuadores piezoeléctricos, mientras que en el resto del dominio se mantiene recta.

Con el **modelo 6**, una viga bidimensional con actuadores piezoeléctricos que es igual al modelo 5 pero discretizado en 10 elementos en lugar de 5, se investigó la respuesta estática para diferentes disposiciones de los actuadores piezoeléctricos. Los resultados del **caso 11** mostraron que la deformada de la estructura, depende, además del voltaje aplicado, de la disposición espacial de los actuadores.

Con el **modelo 7**, desarrollado para representar un ala flexible de estructura tridimensional, se analizaron 3 casos (casos 12, 13 y 14). En el **caso 12** se estudió la respuesta dinámica cuando se aplica un voltaje que se describe mediante una entrada rampa, caracterizada por un parámetro " t^* ", donde el voltaje crece linealmente durante el tiempo t^* y luego permanece constante. Se encontró que la magnitud del desplazamiento transversal del extremo libre de la viga principal crece cuando $0 \leq t \leq t^*$ con una oscilación de amplitud muy baja y después de t^* vibra con una frecuencia donde predomina fuertemente el primer modo de la viga (6.53 Hz) con una amplitud aproximadamente constante alrededor de la respuesta estática (-0,5 mm) para la carga final constante. La amplitud de vibración en estado estacionario es menor conforme se incrementa el valor t^* que caracteriza la excitación. En el **caso 13** se aplicó un voltaje que crece desde cero hasta alcanzar un valor constante predeterminado $V_{\text{máx}}$ y que se describe con una ley exponencial del tipo $V_{\text{máx}}(1-e^{-at})$ caracterizada por un parámetro " a " donde el voltaje crece más rápidamente cuanto mayor es el valor de a . La magnitud del desplazamiento del extremo libre de la viga crece en forma oscilatoria hasta quedar oscilando alrededor de la respuesta estática. La amplitud de vibración es menor en el caso en que el parámetro " a " es menor. El comportamiento de los dos casos anteriores (12 y 13) muestra que la forma en que se aplica el voltaje sobre los actuadores afecta significativamente la respuesta dinámica de la estructura. A la hora de diseñar una entrada de voltaje para obtener una determinada configuración geométrica del ala, se debe considerar la influencia que tiene esta entrada sobre la respuesta dinámica de la estructura alar, ya que esto puede ser decisivo para el desempeño del UAV. En el **caso 14** se determinó la respuesta estática, para 4 diferentes voltajes aplicados y se graficó la estructura deformada en cada uno de los 4 casos, con ello se mostró que pueden ser obtenidas diferentes formas geométricas de la estructura tridimensional empleando voltajes apropiados. Aunque los desplazamientos obtenidos en la respuesta de la estructura resultaron pequeños, y posiblemente los cambios en las características aerodinámicas también lo sean, los resultados obtenidos permiten iniciar una investigación sobre la respuesta estructural de un ala flexible sometida a la acción de

actuadores piezoeléctricos. Con la aplicación de voltajes más intensos y con el desarrollo de dispositivos que permitan amplificar los desplazamientos se podrían obtener cambios más importantes sobre la estructura, sin embargo esto llevaría a la consideración de un modelo que permita captar las no linealidades de origen geométrico introducidas por los grandes desplazamientos necesarios para obtener cambios importantes sobre las características aerodinámicas.

6.2. Trabajos Futuros

El esfuerzo llevado a cabo en esta tesis es parte de un proyecto de mayor envergadura cuyo objetivo final es adquirir una comprensión cabal del comportamiento aeroservoelástico de vehículos aéreos no-tripulados con alas que cambian de forma, inspirados en el vuelo de las aves. Para lograr ese objetivo, en una próxima etapa está previsto desarrollar un modelo aeroelástico de alta fidelidad que permita representar correctamente los fenómenos no-lineales e inestacionarios asociados a la interacción fluido-estructura en dominios con fronteras sólidas altamente deformables.

Si bien los modelos presentados en esta tesis constituyen una sólida base para el desarrollo del modelo antes mencionado. Con el fin de incrementar las capacidades del modelo aeroelástico está previsto desarrollar un modelo estructural que considere las no linealidades geométricas producto de los grandes desplazamientos necesarios para cambiar significativamente las características aerodinámicas según lo requieran las operaciones llevadas a cabo por el UAV reconfigurable.

Para realizar las investigaciones referidas al comportamiento aeroservoelástico, el modelo aeroelástico deberá ser complementado con la implementación de un sistema de control capaz de decidir en cada etapa de una misión cuál es la configuración óptima de las alas de tal modo de incrementar la eficiencia aerodinámica, e incluso deberá ser capaz de suprimir cualquier tipo de oscilación no deseada de origen aeroelástico.

REFERENCIAS

- [1]. Z. Sarris, "Survey of UAV applications in civil markets". 9th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation. June, 2001, Dubrovnik, Croatia.
- [2]. T. H. Cox, C. J. Nagy, M. A. Skoog, "Civil UAV Capability Assessment". NASA's Report. December 2004.
- [3]. D. T. Grant. "Modeling and Dynamic Analysis of a Multi-joint Morphing Aircraft", Master of Science Dissertation, University of Florida, 2009.
- [4]. J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, January 2001.
- [5]. M. Landahl and H. Ashley, *Aerodynamics of Wings and Bodies*, Dover Publications, July 1985.
- [6]. L. M. Milne-Thomson, *Theoretical Aerodynamics*, Dover Publications, June, 1973.
- [7]. D. Moorhouse, B. Sanders, M. Von Spakovsky and J. Butt, "Benefits and design challenges of adaptive structures for morphing aircraft". Royal Aeronautical Society, The Aeronautical Journal, vol. 110, pp. 157-162, 2006.
- [8]. G. W. Reich, J. C. Bowman, B. Cannon, "Morphing Aircraft Structures: Research in AFRL/RB". Report of AFRL, 2008.
- [9]. P. Bourdin, A. Gatto, and M. I. Friswell, "The Application of Variable Cant Angle Winglets for Morphing Aircraft Control". Applied Aerodynamics Conference, June, 2006, San Francisco, California.
- [10]. T. A. Weisshaar, "Morphing Aircraft Technology – New Shapes for Aircraft Design". Aeronautics and Astronautics Department Purdue University West Lafayette, Indiana 47907 USA, 2006.
- [11]. O. Lilienthal. *Bird flight As the Basis of Aviation: A Contribution toward a System of Aviation*, Markowsky International Publishers, January 2001.

- [12]. C. Thill, J. Etches, I. Bond, K. Potter and P. Weaver, "Morphing skins", Royal Aeronautical Society, The Aeronautical Journal, Volume: 112, Pages: 1-23, 2008.
- [13]. Brenda Kulfan, "Dr. John McMasters: Following the Foot Steps of a Creative Paleoaerodynamicist". 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2009.
- [14]. Bell X-5. <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bell-X5-Multiple.jpg> (Consulta: Febrero de 2012).
- [15]. T. M. Seigler "Dynamics and Control of Morphing Aircraft". Ph.D. Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2005.
- [16]. S. G. Powers, L. D. Webb, E. L. Friend and W. A. Lokos. "Flight test results from a supercritical mission adaptive wing with smooth variable camber". NASA Technical Memorandum 4415, 1992.
- [17]. G. D. Miller, "Active Flexible Wing (AFW) Technology". Report of Rockwell International, 1988.
- [18]. B. Perry, S.R. Cole, and G.D. Miller, "A summary of the Active Flexible Wing program", AIAA Journal of Aircraft, Vol. 32 pp 9-76, 1992.
- [19]. J. N. Kudva, "Overview of the DARPA Smart Wing Project", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol.15. pp 261-267, April, 2004.
- [20]. The changing shape of future aircraft. <http://www.compositesworld.com/articles/the-changing-shape-of-future-aircraft>. (Consulta: diciembre de 2011).
- [21]. *The next 100 years of flight – part two*. <http://www.newscientist.com/article/dn4484> (Consulta: diciembre de 2011).
- [22]. D. R. Bye and P. D. McClure "Design of a Morphing Vehicle". 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2007.

- [23]. M.H. Love, P.S. Zink, R.L. Stroud, D.R. Bye, C. Chase. "Impact of Actuation Concepts on Morphing Aircraft Structures". 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, 2004.
- [24]. J. C. Bowman, B. Sanders, and B. Cannon, Development of Next-Generation Morphing Aircraft Structures. AIAA Structures Structural Dynamics and Materials Conference, pp 1-10, 2007.
- [25]. N. Gandhi, A. Jha, J. Monaco, T. M. Seigler, D. Ward, D. J. Inmank, "Intelligent Control of a Morphing Aircraft". 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2007.
- [26]. M. P. Snyder, B. Sanders, F. E. Eastep and G. J. Frank "Vibration and Flutter Characteristics of a Folding Wing". AIAA Journal of Aircraft, vol.46, No.3, pp 791-799, 2009.
- [27]. J. C. Bowman, G. W. Reich, and B. Sanders, "Simulation Tool for Analyzing Complex Shape-Changing Mechanisms in Aircraft". AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit. Keystone, Colorado, 2006.
- [28]. G. T. Ivanco, R. C. Scott, M. H. Love, S. Zink, and T.A. Weisshaar, "Validation of the Lockheed Martin Morphing Concept with Wind Tunnel Testing". 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2007.
- [29]. Dario H. Baldelli, and Dong-Hwan Lee, Ricardo, S. Sánchez Peña, Bryan Cannon. "Modeling and Control of an Aeroelastic Morphing Vehicle". Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008.
- [30]. John N. Scarlett and Robert A. Canfield, Brian Sanders, "Multibody Dynamic Aeroelastic Simulation of a Folding Wing Aircraft", 2006.
- [31]. The Morphing Aircraft Project (2005-2008). (Consulta: Diciembre de 2011).
<http://michael.friswell.com/research/morphing.html>.
- [32]. Morphing Aircraft. (Consulta: Diciembre de 2011).
http://www.aer.bris.ac.uk/research/morphing/morph-UoB_Research.html.

- [33]. D. Lentink, and A. Biewener, "Nature-inspired flight—beyond the leap". IOPscience Bioinspiration & Biomimetics, Vol. 5, No 4, 2010.
- [34]. D. Alexander and S. Vogel, *Nature's Flyers: Birds, Insects, and the Biomechanics of Flight*, Johns Hopkins University Press, 2004.
- [35]. An Eagle Morphing Into an Advanced Concept Vehicle. Consulta: junio 2012.
http://www.aeronautics.nasa.gov/videos/eagle_morph.htm.
- [36]. M. Abdulrahim and R. Lind, "Control and Simulation of a Multi-Role Morphing Micro Air Vehicle". AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
- [37]. M. Abdulrahim, H. Garcia, G. F. Ivey, and R. Lind, Flight Testing A Micro Air Vehicle Using Morphing For Aeroservoelastic Control. 5th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, 2004.
- [38]. BaTboT: a biological inspired flapping and morphing bat robot actuated by SMA-based artificial muscles. Consultado: febrero 2011
<http://www.disam.upm.es/~jdcolorado/BAT/Overview.html>
- [39]. A. J. Song and K. S. Breuery. "Dynamics of a Compliant Membrane as Related to Mammalian Flight". 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2007.
- [40]. J. S. Bae, T. M. Seigler, and D. J. Inman, "Aerodynamic and Aeroelastic Considerations of A Variable-Span Morphing Wing". 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, 2004.
- [41]. J. Blondeau, J. Richeson, and D. J. Pines, "Design, Development and Testing of a Morphing Aspect Ratio Wing Using an Inflatable Telescopic Spar," AIAA Paper 2003-1718, April 2003.
- [42]. R M. Ajaj, M I. Friswell, E. I. Saavedra Flores, and O. Little, A T. Isikveren. "Span Morphing: A Conceptual Design Study", 2012.

- [43]. F. H. Gern, D. J. Inman, and R. K. Kapania, "Structural and Aeroelastic Modeling of General Planform Wings with Morphing Airfoils," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 4, 2002, pp. 628-637.
- [44]. B. Sanders, F. E. Eastep, and E. Foster, "Aerodynamic and Aeroelastic Characteristics of Wings with Conformal Control Surfaces for Morphing Aircraft," *Journal of Aircraft*, Vol. 40, No. 1, 2003, pp. 94-99.
- [45]. M. Amprikidis, and J. E. Cooper, "Development of Smart Spars for Active Aeroelastic Structures," *AIAA Paper* 2003.
- [46]. J. C. Gomez, Ephraim Garcia, "Morphing unmanned aerial vehicles", *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, 2011.
- [47]. R. De Breuker, M. Abdalla, Z. Gürdal, D. Lindner, "Energy-Based Aeroelastic Analysis of a Morphing Wing". Volume 6523 - Modeling, Signal Processing, and Control for Smart Structures 2007.
- [48]. A. M. Wickenheiser and E. Garcia, "Aerodynamic Modeling of Morphing Wings Using an Extended Lifting-Line Analysis", *AIAA, Journal of Aircraft*, Vol. 44, No. 1, 2007.
- [49]. C. O. Johnston, D. A. Neal, L. D. Wiggins, H. H. Robertshaw, W. H. Mason, and D. J. Inman, "A model to compare the flight control energy requirements of morphing and conventionally actuated wings". 11th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference, April 2003.
- [50]. A. Niksch, J. Valasek, T.W. Strganac, L. A. Carlson, "Morphing Aircraft Dynamical Model: Longitudinal Shape Changes". *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, August 2008, Honolulu, Hawaii.
- [51]. R. H. Scanlan and R. Rosenbaum, *Introduction to the Study of Aircraft Vibration and Flutter*. The McMillan Company, New York, 1951.

- [52]. Y. C. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. Dover Publications Inc., New York, 1955.
- [53]. R. L. Bisplinghoff and H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*. Dover Publications Inc., New York, 1962.
- [54]. J. D. Anderson, "Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications", McGraw Hill, 1994.
- [55]. J. Blazek, "Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications", 2nd ed., Elsevier Science, 2006.
- [56]. M. C. Romanowski and E. H. Dowell, "Aeroelastic Analysis of an Airfoil Using Eigenmode Based Reduced Order Unsteady Aerodynamics", AIAA Paper 95-1380-CP, April 1995.
- [57]. E. H. Dowell, "Eigenmode Analysis in Unsteady Aerodynamics: Reduced Order Models", AIAA Paper 95-1450-CP, April 1995.
- [58]. K.J. Katz, A. Plotkin, "*Low speed aerodynamics: from wing theory to panel methods*". McGraw-Hill, 1991.
- [59]. S. M. Belotserkovskii, "Calculating the Effects of Gust of an Arbitrary Thin Wing", *Fluid Dynamics*, Vol. 1, No. 1, pp. 34-40, January-February 1966.
- [60]. S. D. Ermolenko, "Nonlinear Theory of Small Aspect Ratio Wings", *Soviet Aeronautics*, Vol. 9, pp. 5-11, 1966.
- [61]. S. M. Belotserkovskii, and M. I. Nisht, "Nonstationary Nonlinear Theory of a Thin Wing of Arbitrary Planform," *Fluid Dynamics*, Vol. 9, No. 4, pp. 583-589, 1974.
- [62]. D. T. Mook, and S. A. Maddox, "An Extension of a Vortex-Lattice Method to Include the Effects of Leading-Edge Separation," *Journal of Aircraft*, Vol. 11, No. 2, pp. 127-128, February 1974.

- [63]. P. Konstadinopoulos, D.T. Mook, and A.H. Nayfeh, "A numerical method for general unsteady aerodynamics", AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Albuquerque, New Mexico, August 19-21, 1981.
- [64]. S. Preidikman, "Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems," Ph.D. Dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1998.
- [65]. S. Preidikman, y D.T. Mook , "Time-Domain Simulations of Linear and Non-Linear Aeroelastic Behavior," J. Vibration and Control, Vol. 6, No. 8, pp. 1135-1176, 2000.
- [66]. R. Vepa, *Dynamics of Smart Structures*. John Wiley & Sons Ltd, 2010.
- [67]. B. Bandyopadhyay, T.C. Manjunath, and M. Umapathy, *Modeling, control and implementation of smart structures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [68]. B. Culshaw. "Smart Structures - a Concept or a Reality". Journal of Systems and Control Engineering, vol. 206, No. 1, pp. 1-8, February 1992.
- [69]. H. Hartmut Janocha, *Adaptronics and Smart Structures - Basics, Materials, Design and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999, 2007.
- [70]. C.Y.K. Chee, L. Tong, and G.P. Steven, "A Review on the Modelling of Piezo-electric Sensors and Actuators Incorporated in Intelligent Structures", Journal of Intelligent Materials Systems and Structures, Vol. 9, No 1, pp. 3-19, January 1998.
- [71]. V. K. Varadan, K. J. Vinoy, and S. Gopalakrishnan, *Smart Material Systems and MEMS: Design and Development Methodologies*. John Wiley & Sons Ltd, England, 2006.
- [72]. R. G. Ballas, *Piezoelectric MultiLayer Beam Bending Actuators: Static and Dynamic Behavior and aspects of sensor integration*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

- [73]. J-H Han, K-H Rew, and I. Lee, "An experimental study of active vibration control of composite structures with a piezo-ceramic actuator and a piezo-film sensor". *Smart Mater. Struct.* Vol. 6, 1997.
- [74]. H. Richter, E.A. Misawa, D.A. Lucca, H. Lu. "Modeling nonlinear behavior in a piezo-electric actuator", *Precision Engineering*, Vol. 25, No. 2, April 2001, pp 128–137.
- [75]. G. Song, V. Sethi, H.N. Li, "Vibration control of civil structures using piezoceramic smart materials: A review", *Engineering Structures*, Vol. 28, pp 1513–1524, 2006.
- [76]. J. H. Han, K. H. Rew and I. Lee, "An experimental study of active vibration control of composite structures with a piezo-ceramic actuator and a piezo-film sensor". *IOPscience Smart Materials and Structures*, Vol. 6, No 5, 1997.
- [77]. M. Sitti, D. Campolo, J. Yan, and R. Fearing, "Development of PZT and PZN-PT Based Unimorph Actuators for Micromechanical Flapping Mechanisms", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol.4, pp. 4263 – 4278, 2001.
- [78]. J. G. Smits, W. Choi, "The Constituent Equations of Piezoelectric Heterogeneous Bimorphs". *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 38, No 3, pp. 256 – 270, 1991.
- [79]. A. Erturk, and D. J. Inman. "An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations". *Smart Materials and Structures*, No. 18, 2009.
- [80]. Y. Ting, H-C Jar, C-Y Lin, J-S Huang. "A new type of parts feeder driven by bimorph piezo actuator". *Ultrasonics*, No 43, 2005, pp 566–573.
- [81]. I. Chopra, "Review of State of Art of Smart Structures and Integrated Systems". *AIAA Journal*, Vol.40, No 11, pp. 2145-2187, 2002.
- [82]. E. F. Crawley, and J. de Luis, "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures". *AIAA Journal*, Vol. 25, No 10, pp. 1373-1385, 1987.

- [83]. O. A. Bauchau, J. I. Craig, *Structural Analysis. With applications to aerospace structures*. Springer 2009.
- [84]. A. Benjeddou, M. A. Trindade and R. Ohayon, "A Unified Beam Finite Element Model for Extension and Shear Piezoelectric Actuation Mechanisms". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, No 12, pp. 1012-1025, 1997.
- [85]. M. Ganapathi, B. P. Patel, O. Polit, and M. Touratier, "A C1 finite element including transverse shear and torsion warping for rectangular sandwich beams". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, No 1, pp. 47-75, 1999.
- [86]. M. Ganapathi, B. P. Patel, M. Touratier, "A C1 finite element for flexural and torsional analysis of rectangular piezoelectric laminated/sandwich composite beams". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 61, No 4, pp. 584-610, 2004.
- [87]. Z.K. Kusculuoglu, B. Fallahi, T.J. Royston, "Finite element model of a beam with a piezoceramic patch actuator". *Journal of Sound and Vibration* 276 (2004) 27–44.
- [88]. S. Kapuria , N. Alam. "Efficient layerwise finite element model for dynamic analysis of laminated piezoelectric beams", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.195, No. 19–22, 2006, pp 2742–2760.
- [89]. O. J. Aldraihem and A. A. Khdeir, "Smart beams with extension and thickness-shear piezoelectric actuators". *Smart Materials and Structures*, 2000.
- [90]. M. A. Neto, W. Yu, S. Roy. "Two finite elements for general composite beams with piezoelectric actuators and sensors". *Finite Elements in Analysis and Design* 45 (2009), pp 295 – 304.
- [91]. S. Preidikman, M.F. Bandi, Julio C. Massa, "Accionamiento mediante actuadores piezoeléctricos de alas flexibles para micro-vehículos aéreos súper maniobrables inspirados en la biología", *Mecánica Computacional*, Vol. 25, pp. 2359-2381, 2006.

- [92]. S. Rao, and M. Sunar, "Piezoelectricity and Its Use in Disturbance Sensing and Control of Flexible Structures: A Survey". *Applied Mechanics Rev.*, Vol. 17, No 2, pp. 113-119, 1994.
- [93]. M. D. Shuster, "A survey of attitude representations". *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 41, pp. 439-517, 1993.
- [94]. H. Baruh, *Analytical Dynamics*, McGraw Hill, 1999.
- [95]. T. R. Kane, *Dynamics*. Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1968.
- [96]. W. Shyy, M. Berg, and D. Ljungvist, "Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles", *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, pp. 455-505, 1999.
- [97]. S. Katzir, *The Beginnings of Piezoelectricity: A Study in Mundane Physics*. Springer 2006.
- [98]. R. Solecki, R.J. Conant, *Advanced Mechanics of Materials*. Oxford University Press, New York, 2003.
- [99]. T.J. Chung, *General Continuum Mechanics*. Cambridge University press, 2007.
- [100]. C. CHEE, "Static shape control of laminated composite plate smart structure using piezoelectric actuators". Ph.D. Dissertation, Department of Aeronautical Engineering, Sydney 2000.
- [101]. The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., "IEEE Standard on Piezoelectricity", ANSI/IEEE Std 176-1987. Approved March 12, 1987.
- [102]. L.R. CEBALLOS "Desarrollo de simulaciones numéricas del comportamiento aerodinámico de vehículos aéreos no tripulados de alas unidas y con gran envergadura". Disertación de Maestría en Ciencias de la Ingeniería, Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto – Argentina 2010.
- [103]. D.H. Hodges, G.A. Pierce. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity* Cambridge University Press.

ANEXO:

LISTA DE PUBLICACIONES DEL AUTOR RELACIONADAS CON EL TEMA DE LA TESIS

En este anexo se listan las publicaciones del autor relacionadas con el tema de la tesis. Los textos completos de las publicaciones se encuentran disponibles en el disco compacto que se adjunta a este trabajo.

1. M. Verstraete, L. Ceballos, y S. Preidikman, “*Aviones no-tripulados inspirados en el vuelo natural con alas que mutan: Aspectos aerodinámicos*”. Mecánica Computacional. Editorial: Asociación Argentina de Mecánica Computacional. ISSN: 1666-6070, Volumen: 28, páginas: 2975-2993. Año: 2009.
2. M. Verstraete, S. Preidikman, y J. Massa. “*Características aerodinámicas de aviones no tripulados con alas que mutan*”. Mecánica Computacional. Editorial: Asociación Argentina de Mecánica Computacional. ISSN 1666-6070, Volumen: 29. páginas: 5081-5104. Año: 2010.
3. M. Verstraete, M. Maza, y S. Preidikman. “*Influencia de la variación dinámica de la flecha en la aerodinámica de aviones con alas que mutan*”. II Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica, CAIA 2010, 24 - 26 de noviembre de 2010, Córdoba - Argentina.
4. M. Maza, M. Verstraete, S. Preidikman, y J. Massa. “*Estudio aerodinámico de aviones con alas que mutan – Parte I: Influencia del diedro y de las mutaciones dinámicas*”. II Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica, CAIA 2010, 24 - 26 de noviembre de 2010, Córdoba - Argentina.
5. M. Verstraete, S. Preidikman, y J. Massa. “*Aviones no-tripulados con alas que mutan: aspectos aerodinámicos*”. III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI 2011, 9 – 11 de mayo de 2011, Bahía Blanca – Argentina.
6. M. Verstraete, S. Preidikman, y J. Massa. “*Aviones no-tripulados con alas que mutan: aspectos estructurales*”. III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI 2011, 9 – 11 de mayo de 2011, Bahía Blanca – Argentina.

7. M. Verstraete, S. Preidikman, y J. Massa. “*Desarrollo de un modelo estructural para vehículos aéreos no-tripulados con alas que mutan*”. VI Congreso de Argentino de Tecnología Espacial, CATE 2011, 18 – 20 de mayo de 2011, San Luis – Argentina.
8. M. Verstraete, S. Preidikman, L. Ceballos y J. Massa. “*Vehículos aéreos no-tripulados con alas que mutan: accionamiento de alas flexibles mediante actuadores piezoeléctricos*”. Mecánica Computacional. Editorial: Asociación Argentina de Mecánica Computacional. ISSN: 1666-6070. Volumen: 30, páginas: 1377-1394. Año: 2011.
9. M. Verstraete, S. Preidikman, L. Ceballos y J. Massa. “*Un modelo estructural no-lineal de alas flexibles para vehículos aéreos no-tripulados con alas que mutan*”. Mecánica Computacional. Editorial: Asociación Argentina de Mecánica Computacional. ISSN: 1666-6070. Volumen: 31, páginas: 2657-2670. Año: 2012.
10. M. Verstraete, S. Preidikman, B. Roccia y J. Massa. “*Simulaciones numéricas del comportamiento aerodinámico de aviones con alas que mutan: Resultados preliminares*”, Memorias del Cuarto Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial – IV MACI 2013, Buenos Aires, Argentina, 15-17 Mayo 2013.
11. M. Verstraete, S. Preidikman, B. Roccia y J. Massa. “*Modelo no-lineal para vigas con actuadores piezoeléctricos integrados: Implementación numérica*”, Memorias del Cuarto Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial – IV MACI 2013, Buenos Aires, Argentina, 15-17 Mayo 2013.
12. B. Roccia, S. Preidikman, L. Ceballos y M. Verstraete. “*Evaluación de las propiedades másicas de superficies sustentadoras de forma arbitraria mediante elementos finitos isoparamétricos*”, Séptimo Congreso Argentino de Tecnología Espacial – CATE 2013. Mendoza, Argentina, 15 al 17 de Mayo 2013
13. M. Verstraete, S. Preidikman, L. Ceballos y J. Massa. “*Resultados preliminares del estudio numérico del comportamiento aerodinámico de aviones con alas que mutan*”, Séptimo Congreso Argentino de Tecnología Espacial – CATE 2013. Mendoza, Argentina, 15 al 17 de Mayo 2013.

U.N.R.C
Biblioteca Central

73193



73193