

CASTELLINO, ARIEL M  
Diagnostico de falla

2013

72664

72664

<b>NFA:</b>
<b>Clasif:</b>
J010

72664



**DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN RODAMIENTOS DE  
MOTORES ELÉCTRICOS EMPLEANDO VARIABLES  
ELÉCTRICAS**

**por**

**Ariel M. Castellino**

**Tesis presentada para la obtención del grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería  
Mención: Ingeniería Eléctrica**

**FACULTAD DE INGENIERÍA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO**

Junio de 2013

**DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN RODAMIENTOS DE  
MOTORES ELÉCTRICOS A PARTIR DE LA MEDICIÓN  
DE VARIABLES ELÉCTRICAS**

por

**Ariel M. Castellino**



Dr. Ing. Cristian H. De Angelo  
Director



Dr. Ing. Guillermo R. Bossio  
Co-Director

Aprobado por



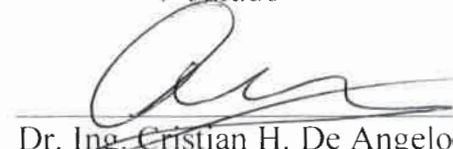
Dr. Ing. Anibal Zanini  
Jurado



Dra. Ing. Monica Romero  
Jurado



Dr. Ing. Leonardo Molisani  
Jurado



Dr. Ing. Cristian H. De Angelo  
Director



Dr. Ing. Leonardo Molisani  
Secretario de Posgrado de la Facultad de Ingeniería



Mg. Ing. Jorge Barrial  
Secretario de Posgrado y Cooperación Internacional de la UNRC

Junio de 2013

## **Dedicatoria**

*A mi esposa Vanesa por este primer año en el que compartimos nuestras vidas*

*A mis padres Victor y Nilda por su incansable apoyo*

*A mis queridos sobrinos Agu, Pauli, Lurdes y Guadalupe*

*A mis hermanos Darío y Eliana de quienes cada día aprendo un poco más*

## **Agradecimientos**

*Quisiera agradecer a quienes de una u otra forma colaboraron en materializar esta tesis...*

*A mi director Cristian De Angelo y a mi Co-Director Guillermo Bossio por el tiempo y la paciencia invertidos en mi formación y en la elaboración de esta tesis.*

*A la fundación YPF y al CONICET por el financiamiento recibido.*

*A la Facultad de Ingeniería y a la Universidad Nacional de Río Cuarto por brindarme el espacio y los medios para mi formación profesional.*

*Al los integrantes Grupo de Electrónica Aplicada (GEA) por recibirme a pesar de mis muchos defectos y mis pocas virtudes,*

*A Pablo y Carlos por su colaboración y amistad*

*A Dios por estas cosas y por todo lo demás*

## Tabla de contenido

Tabla de contenido.....	ix
Índice de tablas .....	xi
Índice de figuras .....	xiii
Resumen .....	xviii
Abstract.....	xviii
I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Descripción del problema.....	1
1.2. Fallas en rodamientos .....	2
1.3. Antecedentes.....	3
1.4. Objetivos.....	9
1.5. Organización de la tesis.....	10
II. FALLAS EN RODAMIENTOS.....	11
2.1. Introducción.....	11
2.2. Causas de falla en rodamientos .....	11
2.2.1. Solicitaciones internas y distribución interna de carga .....	12
2.2.2. Distribución de carga en rodamientos estáticamente cargados .....	13
2.3. Tipos de fallas en rodamientos .....	17
2.4. Etapas de evolución de una falla .....	21
2.5. Conclusiones.....	25
III. MODELADO DE FALLAS EN RODAMIENTOS .....	27
3.1. Introducción.....	27
3.2. Frecuencia característica de falla.....	29
3.3. Modelado de fallas en rodamientos.....	30
3.3.1. Descripción del modelo propuesto .....	31
3.3.2. Implementación y simulación.....	37
3.3.3. Resultados.....	40
3.3.4. Conclusiones.....	46
IV. DIAGNÓSTICO DE FALLAS A PARTIR DEL MONITOREO DE VARIABLES ELÉCTRICAS .....	48
4.1. Introducción.....	48
4.2. Diagnóstico de fallas a través de variables eléctricas.....	48

4.2.1.	Análisis de la firma de corriente.....	49
4.2.2.	Análisis del par electromagnético .....	51
4.2.3.	Análisis del radio del vector corriente.....	52
4.2.4.	Análisis de la potencia activa de fase .....	55
4.2.5.	Análisis de la potencia instantánea.....	57
4.2.6.	Análisis de la potencia real e imaginaria instantáneas .....	60
4.2.7.	Análisis del módulo de la potencia aparente compleja.....	63
4.3.	Conclusiones.....	65
V.	EVALUACION EXPERIMENTAL .....	66
5.1.	Introducción.....	66
5.2.	Diagnóstico de fallas en rodamientos a partir de variables eléctricas .....	67
5.2.1.	Implementación .....	67
5.2.2.	Resultados Experimentales.....	70
5.2.3.	Análisis de tendencias .....	80
5.3.	Conclusiones.....	84
	REFERENCIAS .....	86
	APÉNDICE A .....	i

## Índice de tablas

Tabla III.1 .....	Parámetros adoptados para la función de entrehierro.....	35
Tabla III.2 .....	Parámetros del motor modelado.....	37
Tabla III.3 .....	Características del rodamiento.....	38
Tabla V.1 .....	Parámetros del motor en ensayo.....	67
Tabla V.2 .....	Parámetros del rodamiento en ensayo.....	68
Tabla V.3 .....	Frecuencias características de falla para cada estado de carga.....	68
Tabla V.4 .....	Valores de referencia. Motor de inducción en vacío sin falla.....	80
Tabla A.1 ....	Características del elemento rotante y de la falla.....	A.i



## Índice de figuras

Figura II.1: Solicitaciones internas en un rodamiento. ....	14
Figura II.2: Desplazamiento radial del rodamiento debido a una carga estática radial. .	15
Figura II.3: Distribución de carga en rodamientos estáticamente cargados. ....	16
Figura II.4: Causas y porcentajes de fallas en rodamientos. ....	17
Figura II.5: Descascarillado .....	18
Figura II.6: Desescamado .....	19
Figura II.7: Rayado .....	19
Figura II.8: Fractura .....	19
Figura II.9: Grietas .....	20
Figura II.10: Rotura de la jaula .....	20
Figura II.11: Abolladura o brinelado .....	21
Figura II.12: Picaduras .....	21
Figura II.13: Desgaste .....	21
Figura II.14: Falso brinelado .....	22
Figura II.15: Creep .....	22
Figura II.16: Agarrotamiento o gripado .....	22
Figura II.17: Electroerosión .....	23
Figura II.18: Oxidación y corrosión .....	23
Figura II.19: Decoloración .....	24
Figura II.20: Velocidad de vibración vertical en el tiempo. ....	25
Figura II.21: Espectro de frecuencias de la velocidad de vibración vertical. ....	26
Figura III.1: Esquema de un rodamiento a bolas de simple hilera angular .....	31
Figura III.2: Falla puntual en rodamiento. ....	35
Figura III.3: $\mathbb{F}(\theta_r)$ en función de la posición de rotor .....	38
Figura III.4: Función de entrehierro en función de la posición de rotor .....	42
Figura III.5: Inductancia propia de la fase $a$ de estátor .....	43
Figura III.6: Inductancia propia de la fase $a$ del rotor. ....	43
Figura III.7: Inductancia mutua entre la fase $a$ de rotor y la fase $a$ de estátor .....	44
Figura III.8: Inductancia mutua entre la fase $b$ de rotor y la fase $a$ de estátor .....	44
Figura III.9: Derivada de inductancia propia de la fase $a$ de estátor. ....	45
Figura III.10: Derivada de inductancia propia de la fase $a$ de rotor. ....	45

Figura III.11: Derivada de la inductancia mutua entre la fase $a$ de rotor y la fase $a$ de estátor.....	45
Figura III.12: Derivada de la inductancia mutua entre la fase $b$ de rotor y la fase $a$ de estátor.....	46
Figura III.13: Par electromagnético en función del tiempo.....	46
Figura III.14: Espectro de frecuencias del par electromagnético.....	47
Figura III.15: Espectro de frecuencias del par electromagnético.....	48
Figura IV.1: Espectro de frecuencias de la corriente de la fase $a$ del MI con falla en vacío.....	52
Figura IV.2: Espectro de frecuencias del MVC del MI en vacío con falla.....	55
Figura IV.3: Espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase del MI en vacío con falla.....	57
Figura IV.4: Espectro de frecuencias de la potencia real instantánea del MI con falla en vacío.....	61
Figura IV.5: Espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea del MI en vacío con falla.....	62
Figura IV.6: Espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja.....	63
Figura V.1: Espectro de frecuencias de la velocidad vertical de vibración del MI en vacío.....	68
Figura V.2: Espectro de frecuencias de la corriente del MI para $k = 1$ .....	70
Figura V.3: Espectro de frecuencias de la corriente del MI para $k = 2$ .....	70
Figura V.4: Espectro de frecuencias del MVC para $k = 1$ .....	72
Figura V.5: Espectro de frecuencias del MVC para $k = 2$ .....	72
Figura V.6: Espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase para $k = 1$ . Banda lateral inferior.....	73
Figura V.7: Espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase para $k = 1$ . Banda lateral superior.....	74
Figura V.8: Espectro de frecuencias de la potencia real instantánea para $k = 1$ .....	75
Figura V.9: Espectro de frecuencias de la potencia real instantánea para $k = 2$ .....	75
Figura V.10: Espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea para $k = 1$ . .....	76
Figura V.11: Espectro de la potencia imaginaria instantánea para $k = 2$ .....	77
Figura V.12: Espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja para $k = 1$ .....	78

Figura V.13: Espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja para  $k = 2$ .  
..... 78

Figura V.14: Componentes equivalentes de falla en función de la carga..... 80

Figura V.15: Comportamiento de las componentes armónicas de falla como función del  
diámetro de la falla..... 81

## Resumen

Los rodamientos constituyen la causa más frecuente de falla de los motores de inducción, involucrando más del 40% de las fallas de estos motores. Por ello, la detección incipiente de fallas en rodamientos implica un considerable incremento en confiabilidad del motor y consecuentemente en los procesos industriales donde ellos funcionan.

En esta tesis se evalúan diferentes estrategias desarrolladas a partir de la medición de las variables eléctricas de motores de inducción para el diagnóstico de fallas incipientes en sus rodamientos. Para ello, se analizan en primera instancia las solicitaciones presentes en los rodamientos durante su funcionamiento normal. Asimismo, se estudia el efecto que producen en el motor diferentes tipos de fallas, según sean éstas puntuales o generalizadas. Posteriormente, se propone un modelo matemático del motor de inducción mediante el cual se estudia por simulación, el efecto que produce sobre el par electromagnético una falla puntual en la pista externa de uno de los rodamientos del motor.

A continuación se describen y fundamentan de manera analítica seis estrategias para el diagnóstico de fallas en rodamientos: la firma de corriente, el módulo del vector corriente, la potencia activa por fase, las potencias real e imaginaria instantáneas y el módulo de la potencia aparente compleja. Mediante datos de simulación del modelo del motor con falla, se implementan estas estrategias mostrando una correspondencia entre los resultados analíticos y de simulación.

Finalmente se implementan las estrategias mediante datos experimentales obtenidos a partir de un motor cuyo rodamiento del lado de la carga posee una falla puntual introducida de manera intencional en su pista externa. Los resultados experimentales muestran una marcada dependencia de la potencia activa por fase y de la potencia activa instantánea con el estado de carga del motor con falla. Asimismo la componente equivalente de falla se incrementa en amplitud con el incremento de la severidad de la falla en todas estas estrategias.

La amplitud de los armónicos de falla presentes en cada estrategia, pone en evidencia además los inconvenientes asociados a la detección de la falla en condiciones experimentales, cuanto más en el ámbito industrial en donde la relación señal-ruido es altamente desfavorable.

## Abstract

Bearings are the most frequent fault cause in induction motors, involving more than 40% of faults in these motors. Therefore, detection of incipient bearing faults involve a considerable increase in motor reliability and consequently on industrial process where they work.

In this thesis different strategies developed from measurement of electrical variables of induction motors for diagnosis of incipient bearings faults are evaluated. To do this, the stresses present in bearings during normal operation are firstly discussed. Furthermore, the effects of different types of faults on induction motors are studied, depending on if are they single point faults or generalized faults.

Furthermore, the effects of a single point fault on the electromagnetic torque are studied by simulation of a proposed mathematical model of single point bearing faults on induction motors.

Six strategies for bearing fault diagnosis are then analytically described: the current signature, vector current radius, active per phase power, the real and imaginary instantaneous power and the complex apparent power modulus. Using data from simulation of proposed mathematical model these strategies are implemented. This implementation shows a correspondence between the analytical and simulation results.

Finally, the experimental implementation of strategies are performed using data from a load side induction motor bearing, which has an intentionally generated single point outer race fault.

Experimental results show a marked dependence of the active power per phase and instantaneous active power with the faulted motor load state. Also in all these strategies there is an increase in the amplitude of the failure equivalent component with increasing fault severity. The amplitude of the failure harmonics present in each strategy also highlights the problems associated with the detection of failure in experimental conditions, worse in the industrial environments where noise-signals ratio is highly unfavorable.

# I. INTRODUCCIÓN

## ***1.1. Descripción del problema***

Los motores eléctricos de inducción (MI) se caracterizan por su robustez, bajo costo y eficiencia en relación a otro tipo de motores. Sin embargo, las solicitaciones de carga excesivas, las condiciones adversas del medio, y los ciclos de trabajo cada vez más exigentes a los que están expuestos estos motores, pueden generar un envejecimiento o desgaste prematuro de sus componentes. La situación anterior resulta aún más perjudicial si el motor integra un proceso de producción continuo. En estas circunstancias una falla en el motor no sólo implica la consecuente reparación de la máquina, cuando ésta es posible, sino que además produce la parada imprevista del proceso, con los perjuicios económicos que esto representa.

A fin de minimizar los inconvenientes mencionados y de incrementar la confiabilidad de los motores, y consecuentemente de los procesos de producción, es necesario implementar un plan adecuado de mantenimiento. En ese sentido, el mantenimiento preventivo o por condición [1][2] permite orientar las tareas de mantenimiento teniendo en cuenta aquellos indicadores de fallas inminentes en los diversos componentes del motor. De este modo es posible incrementar además la eficiencia de las tareas de mantenimiento, tanto en relación al tiempo de mantenimiento como en lo que respecta a los costos.

Las fallas que afectan a los MI pueden clasificarse de acuerdo a su procedencia, como fallas externas al motor y fallas de origen interno.

En relación a las fallas de origen externo al motor es posible distinguir dos vías de generación de fallas: la carga impulsada y la energía con la cual se alimenta el motor. Dentro de los posibles defectos asociados a la carga impulsada se encuentran la pulsación de carga [3][4] y los problemas de alineación de ejes [5][6], por mencionar algunos. Por otra parte, dentro los defectos asociados a la energía de alimentación se pueden distinguir la presencia de componentes armónicas [7][8] y el desequilibrio de las tensiones [9][10], ambos de régimen permanente, como algunos de los defectos más frecuentes que se presentan en el sistema eléctrico [11].

Las fallas internas, por su parte, pueden ser de origen eléctrico o mecánico, siendo posible además una combinación de ambas o bien, fallas eléctricas cuyo origen fue un

desperfecto mecánico o viceversa. En general, cerca del 80% de las fallas internas del motor se producen en el estator, en el rotor y en los rodamientos [12]. Particularmente, más del 40% de las fallas internas del motor se asocian a defectos en los rodamientos [1][13]-[20], constituyendo la causa de falla más frecuente.

Como consecuencia, la implementación de técnicas que permitan monitorear el estado de los rodamientos, detectando en ellos la presencia de fallas prematuras, garantizará un considerable incremento de confiabilidad en el funcionamiento del motor, con los beneficios que esto representa para la industria.

Al respecto, se han propuesto diversas técnicas para el diagnóstico de fallas en rodamientos, siendo el análisis de vibraciones la más popular en la industria [1][18][19]. Sin embargo, las limitaciones que presenta esta técnica han conducido al desarrollo de técnicas alternativas dentro de las cuales se encuentra el análisis de variables eléctricas del motor [1][18][20]. Esta técnica ha sido utilizada en diferentes tipos de fallas del MI permitiendo obtener resultados altamente favorables, por esta razón, analizar su desempeño en el diagnóstico de fallas en rodamientos constituye una de las motivaciones de esta tesis.

El diagnóstico de fallas en rodamientos a partir de la medición de variables eléctricas se ha llevado a cabo fundamentalmente mediante la implementación práctica de diferentes estrategias [1]-[5][9][10]. Sin embargo, los resultados obtenidos por esta vía demostraron ser altamente condicionados por la reducida relación señal-ruido. Por este motivo es necesario contar con herramientas complementarias para evaluar la aplicabilidad del análisis de variables eléctricas para fallas en rodamientos.

En ese sentido, la utilización de modelos matemáticos y de simulación ha demostrado ser una herramienta altamente efectiva para el análisis de diferentes tipos de fallas en MI [21]-[26], debido a su versatilidad en lo que respecta tanto a los tipos de fallas analizadas como al grado de complejidad de los modelos [27].

En esta tesis se evalúan diferentes estrategias basadas en el análisis de variables eléctricas para el diagnóstico de fallas puntuales en rodamientos, analizando para ello resultados experimentales y de simulación para condiciones equivalentes de falla del MI.

## **1.2. Fallas en rodamientos**

Los rodamientos son elementos de máquinas utilizados en una amplia variedad de aplicaciones. Éstos son diseñados considerando condiciones severas de funcionamiento, por lo cual, funcionando en condiciones de diseño, resulta poco probable la aparición de fallas dentro del período de vida útil del rodamiento [17]. Sin embargo, las condiciones inadecuadas de lubricación o instalación, o el exceso de carga pueden dar origen a una falla prematura [19]. Por otra parte, la manipulación inadecuada del motor en el traslado y en el almacenamiento, puede originar pequeños defectos superficiales dentro del rodamiento, a partir de los cuales se desarrollen posteriormente fallas más severas [29][30].

El empleo de accionamientos de velocidad variable que utilizan llaves de potencia con conmutación a alta frecuencia está cada vez más difundido en la industria y constituye una fuente adicional de generación de fallas en rodamientos. El tipo de falla característico del uso de estos accionamientos consiste en la circulación de corriente a través del rodamiento, lo que produce un deterioro superficial generalizado de los componentes del rodamiento [31]-[33].

A partir de la descripción anterior es posible caracterizar las fallas según su grado de distribución dentro del rodamiento. Así, se definen como fallas de tipo generalizadas aquellas que se encuentran distribuidas en gran parte o en la totalidad de la superficie de rodadura de alguno de los componentes del rodamiento, pistas o elementos rodantes, afectado por la falla. Dentro de este grupo se encuentran las fallas producidas por circulación de corriente a través del rodamiento y el incremento de holgura producido por el propio desgaste. Por otra parte, las fallas de tipo puntuales afectan entornos considerablemente pequeños de superficie de rodadura, y están originadas principalmente por la concentración de esfuerzos internos del rodamiento.

Cada tipo de falla presente en el rodamiento produce diferentes síntomas, por lo cual, se deben emplear diferentes tipos de estrategias para efectuar de manera eficiente su detección y diagnóstico.

## **1.3. Antecedentes**

Los métodos para diagnosticar el estado de los rodamientos son indirectos, es decir, la información a partir de la cual se elabora el diagnóstico proviene del monitoreo de aquellas variables del motor sobre las que se refleja el estado del rodamiento.



Dependiendo de cuál de estas variables se analice, es posible distinguir las siguientes técnicas:

**Análisis químico del lubricante.** Debido al calentamiento que sufre el lubricante del rodamiento durante sus períodos de funcionamiento, se generan en él ciertos compuestos que constituyen un indicio de la degradación del lubricante. En adición a este proceso, el deterioro de los principales componentes del rodamiento (pistas, elementos rotantes y jaula), libera restos sólidos de material que se depositan en el lubricante. A partir de un análisis químico posterior del lubricante es posible detectar la presencia de estos restos. Si se llevan a cabo análisis periódicos es posible además determinar la evolución del proceso de deterioro del rodamiento.

Como requerimiento principal para implementar esta técnica, se debe tener acceso al lubricante del rodamiento. Esto representa un inconveniente en motores de potencias menores a 50 kW, ya que en ellos se emplean habitualmente rodamientos sellados en los que no se tiene acceso al lubricante [18][19]. Por otra parte, esta técnica se debe llevar a cabo mientras la máquina está detenida (*off line*), no resultando útil para el monitoreo en línea. Una excepción a esto son aquellas máquinas que poseen rodamientos con lubricación forzada a través un circuito externo. En estos casos es posible llevar a cabo el monitoreo sobre el circuito de lubricación, sin necesidad de estar en contacto con el rodamiento [19].

**Análisis térmico o termográfico.** Las sollicitaciones originadas por cargas excesivas en el eje del motor, por instalación defectuosa del rodamiento o aquellas que surgen de una lubricación inadecuada, provocan un incremento en el desgaste y un calentamiento excesivo del rodamiento. Este calentamiento deteriora las propiedades del lubricante, reduciendo su viscosidad. Como consecuencia, disminuye la capacidad de amortiguamiento del lubricante dentro del rodamiento, dando lugar al contacto entre pistas y elementos rotantes y acelerando así los procesos de desgaste [17].

De lo anterior surge la posibilidad de diagnosticar la presencia de defectos en rodamientos monitoreando su temperatura. Para ello se pueden emplear termocuplas o sensores de temperatura resistivos (RTD), los cuales se instalan sobre la pista externa del rodamiento, emitiendo una señal cuya amplitud es linealmente proporcional a la temperatura sensada [19].

Alternativamente es posible analizar la temperatura del rodamiento a partir de la temperatura de su lubricante, esencialmente si se trata de rodamientos de lubricación forzada [34]. Sin embargo se debe tener en cuenta que la respuesta del lubricante ante

cambios de temperatura tiende a ser más lenta que la de los propios elementos del rodamiento [17].

Una alternativa para efectuar el monitoreo de la temperatura del rodamiento se basa en la hipótesis que la jaula es el componente del rodamiento en el que se genera el mayor calentamiento debido a que, entre otras cosas, su sección de disipación de calor es menor que la de los componentes restantes. Como consecuencia se propone una técnica de monitoreo sin contacto, consistente en la instalación de termocuplas inalámbricas sobre la jaula del rodamiento [35]. La principal desventaja en la implementación de esta técnica es precisamente la complejidad de la instalación de los sensores de temperatura sobre la jaula.

Otra alternativa para el monitoreo de la temperatura del rodamiento consiste en el análisis termográfico sobre el MI. Si bien este es un método no invasivo, la presencia de fuentes de calor externas al rodamiento condiciona en gran medida los resultados de la medición [1][17].

Antes de describir las siguientes técnicas, resulta conveniente mencionar las diferentes etapas por las que evoluciona o en las que se puede encontrar una falla. De acuerdo a lo propuesto en [1], es posible identificar el grado de severidad de la falla de acuerdo a la magnitud y frecuencia de la perturbación que se produce sobre la variable a monitorear. La primera etapa se caracteriza por la presencia de fallas de magnitud reducida en los componentes del rodamiento. Dichas fallas generan vibraciones de baja amplitud, así como un incremento del nivel de ruido en un rango de frecuencias de 5 a 25 kHz. En esa etapa las fallas son inapreciables mediante inspección visual y resulta complejo detectar los síntomas característicos de la falla.

La segunda etapa comprende fallas de mayor severidad, que pueden resultar de la evolución de fallas originadas en la etapa anterior. Las perturbaciones originadas en esta etapa son de mayor amplitud y menor frecuencia que en la etapa anterior, ingresando en la región comprendida entre 1 y 7 veces la frecuencia de traslación de la jaula del rodamiento.

A medida que la falla se intensifica, se ingresa a una tercera etapa, en la que las perturbaciones son de amplitudes cada vez mayores en un rango de frecuencias similar que en la etapa anterior. En esta etapa se incrementa la probabilidad de aparición de fallas puntuales, las cuales preceden a la inutilización definitiva del rodamiento en tiempos relativamente cortos, en función del grado de sollicitación del rodamiento.

Considerando las etapas mencionadas es posible distinguir las siguientes técnicas:

**Análisis de vibraciones.** En condiciones ideales de construcción, instalación y funcionamiento, las máquinas rotativas presentan equilibrio estático y dinámico. Sin embargo, debido a las asimetrías que se presentan en la realidad, la máquina produce vibraciones mecánicas. Por otra parte, la presencia de defectos en los rodamientos da lugar a la aparición de vibraciones adicionales a aquellas que son características del funcionamiento normal de la máquina. Como consecuencia, es posible monitorear el estado del rodamiento a través de las vibraciones de la máquina. Para ello, se instalan sobre el motor uno o más sensores de vibración (acelerómetros o transductores de velocidad) [1][19][36].

Una vez adquiridas las señales de vibración, las etapas subsiguientes dependerán del tipo de análisis que se realice con la información obtenida en el monitoreo. Una de las alternativas consiste en el análisis del valor global RMS de las vibraciones, destinado a la detección de los cambios que se producen en ciertas bandas de frecuencia principalmente asociadas a fallas de tipo generalizadas. Este análisis resulta en ocasiones poco sensible a la presencia de fallas puntuales y de fallas de tipo generalizadas en estado incipiente, es decir, en la primera etapa de evolución de la falla. Otra manera posible consiste en el análisis de las componentes en frecuencia de las vibraciones. Mediante este análisis se identifican en el espectro de frecuencias ciertas componentes asociadas a fallas en los distintos elementos que constituyen al rodamiento (pista interna o externa, elementos rodantes y jaula). El uso de esta estrategia presenta inconvenientes en la detección de fallas generalizadas, las cuales generan gran cantidad de componentes de pequeña magnitud y que por tanto pueden confundirse en el espectro con componentes ajenas a la falla [1][36].

**Análisis de desplazamiento láser.** Esta es una técnica alternativa para monitorear el desplazamiento de la máquina producido por las vibraciones mecánicas. En el caso del análisis tradicional de vibraciones se emplean sensores de aceleración o bien de velocidad vibración, por lo que para analizar el desplazamiento en las vibraciones mecánicas es necesario integrar de manera sucesiva las señales, con lo cual es posible introducir errores en la información.

Para evitar estos inconvenientes, como así también la necesidad de estar en contacto con la máquina es posible emplear sensores láser de desplazamiento. Estos sensores poseen ciertas características como bajo peso, tamaño reducido, gran precisión y amplia respuesta en frecuencia [37][38].

Dentro de las principales desventajas en la implementación de esta técnica se encuentra la necesidad de instalar el sensor en la proximidad de la zona en la que se aloja el rodamiento, lo cual requiere de cierta capacitación o conocimiento al respecto. Por otra parte, las perturbaciones (interferencia) provenientes del ambiente de trabajo en el que se encuentra funcionando el motor, afectan en gran medida la medición, tal como ocurre con algunos otros métodos [18]. Adicionalmente, el equipamiento necesario para la implementación de esta técnica presenta un costo elevado en comparación con el análisis de vibraciones [38].

**Análisis de emisiones acústicas.** En aquellas situaciones en las cuales el nivel de vibraciones del ambiente es elevado, resulta complejo y en ocasiones ineficiente el monitoreo de las mismas. Este hecho resulta aún más complejo si la máquina en la que se encuentra el rodamiento trabaja a un valor de revoluciones elevado. En esta situación la velocidad de propagación de la falla se incrementa por lo cual es necesario detectarla en un estado más prematuro, haciendo necesario el empleo de técnicas alternativas entre las cuales se encuentra el análisis de emisiones acústicas.

El análisis de emisiones acústicas se basa en la detección de las ondas de estrés que se generan en el rodamiento debido a la propagación de una falla, o bien debido al esfuerzo impulsivo que se produce por la interacción de una falla con alguno de los componentes del rodamiento. Las ondas de estrés se producen en un rango de frecuencias alrededor de los 100 kHz, superando la banda de frecuencia en la cual se encuentra en general el ruido de los ambientes industriales. Como consecuencia, a partir de esta técnica es posible obtener una mejor relación señal-ruido que mediante otras técnicas. Asimismo, debido al rango de frecuencias en el cual se efectúa el monitoreo, se pueden detectar fallas en rodamientos aún en estado más incipiente que mediante el análisis de vibraciones, lo cual constituye una ventaja adicional si se considera la velocidad de propagación de la falla en este tipo de máquinas.

Como contrapartida, en la implementación de esta técnica es de fundamental importancia la ubicación de los sensores, ya que se debe reducir tanto como sea posible la atenuación de las ondas de estrés y el nivel de interferencias durante la medición. Adicionalmente se debe tener en cuenta que, en comparación con los sensores de vibración, los transductores de emisión acústica poseen una respuesta en amplitud menos uniforme, pudiendo producir una mayor distorsión de la señal adquirida [39][40].

**Análisis de presión de sonido.** La presencia de anomalías en el rodamiento, tales como suciedad, contaminación del lubricante, defectos de alineación y deterioro, constituyen

al rodamiento como una fuente de emisión de ruido en el rango de frecuencias de entre 20 Hz y 2 kHz. Debido a que estas señales se encuentran en el rango de frecuencias audibles, se pueden registrar empleando sensores de bajos costo, en comparación con los utilizados en la técnica previamente descrita.

El principal inconveniente que presenta esta técnica radica en el hecho de que gran parte de los equipos presentes en un ambiente industrial convencional emiten señales sonoras en el rango de 0 a 20 kHz, por lo cual, para evitar que estas señales afecten la medición de interés es necesario aislar el equipo a medir de las perturbaciones mencionadas, o bien eliminar estas perturbaciones en las señales medidas mediante filtrado [41]. Este inconveniente limita la aplicación de la técnica a aquellos ambientes cuya cantidad relativa de máquinas sea baja [18].

**Análisis de variables eléctricas.** Esta técnica se basa en el análisis de las corrientes y tensiones de alimentación del motor [1][18][19][20][42]. La presencia de anomalías en el funcionamiento de la máquina produce alteraciones en el flujo de entrehierro y en el par, las que a su vez se manifiestan en las corrientes de alimentación. Este fenómeno se puede detectar analizando la corriente, la potencia o el par electromagnético de la máquina [42]. Para ello se monitorean las variables mencionadas extrayendo la información ya sea desde los transformadores de corriente y tensión, los cuales están disponibles habitualmente en los tableros de medición y control, o desde los sistemas microprocesados de protección del motor, o bien desde los tableros de potencia, adaptando las señales con los instrumentos de medición apropiados [43].

De lo anterior se concluye que la implementación de esta técnica se puede realizar a distancia, sin necesidad de estar en contacto directo con el motor, desde los puntos de medición mencionados. Sin embargo, debido a que las fallas en rodamientos son de carácter mecánico y no eléctrico, los síntomas de fallas sobre las variables eléctricas sufren una importante atenuación, resultando en una relación señal-ruido reducida [20][44]. Este es el principal inconveniente para la utilización del análisis de variables eléctricas como técnica de monitoreo para el diagnóstico de fallas incipientes en rodamientos.

El análisis de las corrientes y tensiones de alimentación de la máquina ha permitido obtener resultados satisfactorios en la detección de otros tipos de fallas producidas en el motor tales como desalineación [5], barras rotas [43][45], excentricidad [12]-[16] y fallas en el estator [46]-[49], por mencionar algunos. Este hecho es una motivación adicional para la aplicación de esta técnica a la detección de defectos en rodamientos.

De las técnicas mencionadas, en general, la de mayor aplicación en la industria es el análisis de vibraciones, debido a que la información que se obtiene a través de ella refleja de manera más directa el estado del rodamiento, facilitando el posterior diagnóstico del mismo.

Sin embargo, la aplicación de esta técnica presenta inconvenientes asociados a los requerimientos de accesibilidad al motor para la instalación de sensores [18]. Por estos motivos las investigaciones más recientes se han orientado hacia la búsqueda y perfeccionamiento de técnicas complementarias.

Tanto en el caso de análisis de vibraciones como en el análisis de las corrientes, es necesario procesar la información previamente a la etapa de diagnóstico. La etapa de diagnóstico puede implementarse empleando diferentes estrategias, siendo el camino más directo el análisis del espectro en frecuencias. A pesar de su eficiencia en cuanto a precisión de resultados, este método implica una importante inversión de tiempo y conocimiento previo sobre el tema.

Como una alternativa ante estos inconvenientes se han propuesto diferentes estrategias basadas en sistemas expertos entre las cuales se encuentra la utilización de modelos autoregresivos [50]. En este caso se utiliza la información histórica para crear un modelo, el cual una vez creado adquiere la capacidad de predecir la evolución de ciertas variables de la máquina.

Un tercer tipo de estrategia consiste en el empleo de inteligencia artificial, ya sea a través de redes neuronales [51][52], o bien por medio de sistemas neuro-fuzzy [53]. En el primer caso se entrena una red neuronal con pares de datos entrada-salida aprovechando su capacidad en el reconocimiento de patrones. El procedimiento para implementar sistemas neuro-fuzzy es similar, excepto que los datos de salida para el entrenamiento se crean a través de reglas causa-efecto.

Sin embargo, tanto en el análisis de vibraciones como en el basado en las variables eléctricas, la mayor parte de los desarrollos se han centrado en la detección de fallas de tipo puntual, dejando de lado un grupo importante de defectos de tipo generalizado [54]. El diagnóstico de este tipo de fallas, muy comunes por ejemplo en máquinas accionadas por inversores, está siendo investigado intensivamente [31]-[33].

A partir de las estrategias propuestas en la bibliografía, resulta evidente la posibilidad de optar por diferentes alternativas para llevar a cabo la detección y el diagnóstico de fallas en rodamientos.

Sin embargo, debido a que cada estrategia implica un proceso de implementación, es necesario disponer de criterios que permitan la elección de la estrategia más conveniente para cada aplicación.

En esta tesis se evalúan y comparan diferentes estrategias basadas en el análisis de variables eléctricas del motor. Las estrategias consideradas son el análisis de la firma de corriente, el análisis del módulo del vector de Park, el análisis el par electromagnético del motor, y el análisis de las potencias: real o activa instantánea, imaginaria o reactiva instantánea, y aparente compleja, siendo estas últimas obtenidas de la teoría  $p-q$  [55][56].

Para efectuar una evaluación y comparación integral de las estrategias se desarrolla un modelo, que permite estudiar los efectos de estas fallas mediante resultados de simulación y luego se realizan estudios experimentales para condiciones equivalentes de falla en rodamientos. Los resultados obtenidos son validados mediante el análisis de las vibraciones del motor para la misma condición de falla.

#### **1.4. Objetivos**

El principal objetivo de esta tesis es evaluar la aplicabilidad de diferentes estrategias basadas en el monitoreo de variables eléctricas, para efectuar el diagnóstico de fallas incipientes en rodamientos de motores eléctricos.

Como objetivos específicos se pretende:

- tomar conocimiento del estado del arte del tema de interés;
- desarrollar un modelo matemático para fallas en rodamientos que permita evaluar los efectos de las fallas sobre diferentes estrategias de diagnóstico tanto de forma analítica como a través de simulaciones;
- implementar de manera experimental las diferentes estrategias, comparando su desempeño en el campo experimental con su desempeño teórico;
- evaluar los resultados obtenidos en base a los que resultarían de un análisis convencional de vibraciones mecánicas ante condiciones similares funcionamiento.

Asimismo, los objetivos esta tesis forman parte de una línea de trabajo e investigación desarrollada en el Grupo de Electrónica Aplicada (GEA), orientada al diagnóstico integral de fallas en motores de inducción (MI), a partir de la medición de variables eléctricas.

## **1.5. Organización de la tesis**

En el primer capítulo de esta tesis se describe el problema en estudio, como así también su tratamiento en el ámbito tecnológico.

En el capítulo II se presenta una revisión de las principales sollicitaciones internas que intervienen en el rodamiento durante su funcionamiento. Asimismo se presentan las fallas más frecuentes, su causa asociada y el modo en que cada tipo de falla incide sobre las variables del MI.

En el capítulo III se propone un modelo matemático a partir del cual se simula una falla puntual en uno de los rodamientos del MI. Posteriormente se evalúa el efecto que tiene dicha falla sobre el par electromagnético.

En el capítulo IV se presentan seis estrategias desarrolladas a partir del monitoreo de las variables eléctricas del MI: el análisis de la firma de corriente, del módulo del vector de Park, de la potencia instantánea por fase, de las potencias real e imaginaria instantáneas y del módulo de la potencia compleja. Para cada una de las estrategias se presenta el fundamento que valida su utilización en el diagnóstico de fallas en rodamientos y se lleva a cabo su implementación utilizando variables eléctricas obtenidas por simulación del modelo presentado en el capítulo III. Particularmente se definen los parámetros del MI simulado, de modo tal de obtener resultados comparables con los del capítulo siguiente.

En el capítulo V se presentan los resultados obtenidos por la implementación experimental de las estrategias evaluadas. Para ello se utilizan variables eléctricas obtenidas mediante ensayos de laboratorio, a partir de un MI con una falla puntual producida intencionalmente en la pista externa del rodamiento del lado de la carga.

Posteriormente se extiende el análisis considerando diferentes estados de carga del MI así como fallas puntuales de distinto grado de severidad.



## **II. FALLAS EN RODAMIENTOS**

### ***2.1. Introducción***

Los rodamientos son elementos de máquinas utilizados de manera amplia en la industria con el fin de permitir el movimiento relativo entre dos cuerpos con la máxima eficiencia posible, minimizando las pérdidas por fricción [29]. En ciertas aplicaciones tales como motores eléctricos, los rodamientos deben ser, además, capaces de transmitir las solicitaciones mecánicas que impone la carga desde el eje hacia la fundación del motor [1].

Este capítulo tiene como objetivo presentar los mecanismos que pueden conducir a la ocurrencia de fallas en rodamientos. Asimismo se pretende analizar el comportamiento del MI ante diferentes tipos de fallas en sus rodamientos. De este modo será posible establecer criterios que permitan seleccionar las estrategias más adecuadas para llevar a cabo el diagnóstico de fallas en rodamientos

La organización de este capítulo es la siguiente:

En primera instancia se analizan las solicitaciones que intervienen en el rodamiento en presencia de carga. Asimismo se describe el modo en el cual una carga externa es transferida a través del rodamiento.

Posteriormente se efectúa una revisión de los tipos de fallas más frecuentes y sus causas, de acuerdo a la información provista por fabricantes de rodamientos y de máquinas eléctricas.

Finalmente se analiza el efecto que producen los diferentes tipos de fallas en rodamientos sobre las variables del MI y el modo en el cual este efecto varía a medida que la falla evoluciona hacia un estado más severo.

### ***2.2. Causas de falla en rodamientos***

Los rodamientos se diseñan para soportar condiciones intensivas de uso, sin embargo, durante su funcionamiento se encuentran en continuo movimiento, estando además sometidos a estados de carga que pueden variar de manera cíclica o bien ser excesivamente elevadas. Por este motivo, la ocurrencia de fallas en rodamientos resulta posible aún cuando éstos no hayan finalizado su vida útil.

### 2.2.1. Solicitaciones internas y distribución interna de carga

Las sollicitaciones internas a las que está sometido el rodamiento, durante su período de funcionamiento, resultan fundamentales en el desempeño del mismo.

La vida útil de un rodamiento se define como la cantidad de horas de funcionamiento admisibles antes de la aparición del primer síntoma de daño por fatiga, caracterizado por el desprendimiento de material superficial ya sea de las pistas o de los elementos rotantes [29][57].

La *vida útil estimada* del rodamiento se puede definir a partir de la carga aplicada cómo [29][58][59]:

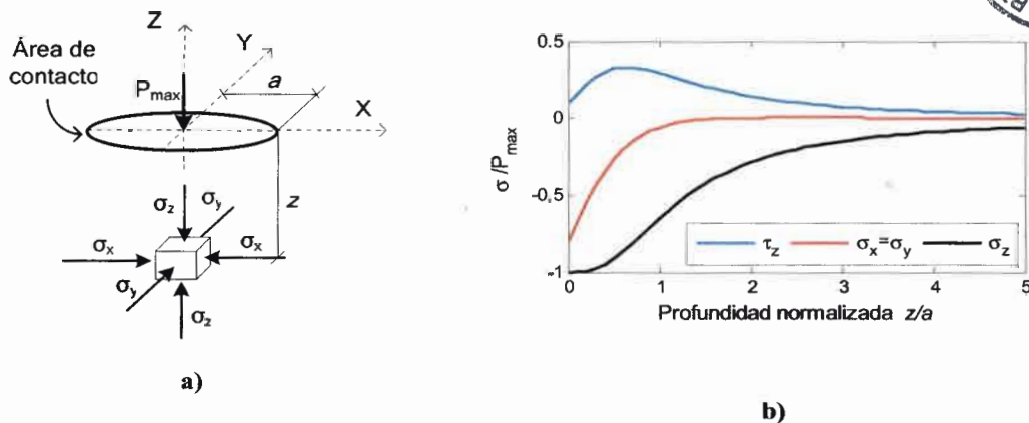
$$L = \left( \frac{C}{P} \right)^{k_p} \quad (2.1)$$

Donde  $L$  es la vida útil en millones de revoluciones,  $C$  es capacidad nominal de carga dinámica del rodamiento,  $K_p$  es un coeficiente empírico que asume el valor 3 ó  $10/3$  para rodamientos a bolas o a rodillos, respectivamente.  $P$  es la carga equivalente definida en función de la carga aplicada. A partir de la ecuación (2.1) resulta evidente la dependencia existente entre la vida útil del rodamiento y carga aplicada.

De acuerdo a establecido en [58][59], las sollicitaciones internas que se originan durante el funcionamiento habitual del rodamiento son fundamentales en el análisis de fallas por fatiga de las superficies de rodadura. Por consiguiente resulta de interés revisar los esfuerzos que se presentan bajo las áreas de contacto entre pistas y elementos rotantes en condiciones normales de funcionamiento.

En la figura II.1-a) se presenta un elemento diferencial, ubicado a una profundidad  $z$  de la superficie de rodadura. La carga aplicada al rodamiento se transfiere a través del área de contacto indicada en la figura, desde los elementos rotantes hacia la pista del rodamiento. En esta figura  $P_{max}$  indica el esfuerzo máximo de contacto entre las superficies debido a la carga aplicada en esa dirección, mientras que el  $a$  representa el radio del área de contacto. El cálculo de ambos parámetros se puede consultar en [59].

La figura II.1-b) presenta la variación de los esfuerzos de compresión  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  y de corte  $\tau_{zx}$  en la dirección del eje de carga  $z$ , a medida que se incrementa la profundidad [61]. Debido a que  $\sigma_x = \sigma_y$ , se cumple que  $\tau_{zy} = \tau_{zx}$ , mientras que  $\tau_{yx} = 0$ . La distancia en la dirección  $z$  y el esfuerzo han sido normalizados con respecto al radio del área de contacto  $a$  y al esfuerzo máximo  $P_{max}$ , de manera respectiva.



**Figura II.1: Solicitaciones internas en un rodamiento. a) Elemento diferencial de material. b) Variación de los esfuerzos internos en función de la profundidad.**

En la figura II.1 se puede ver que los esfuerzos de compresión son mayores en la región próxima a la superficie y se reducen de manera no lineal con la profundidad.

Por otra parte, el esfuerzo de corte máximo  $\tau_z$  el cual representa tanto a  $\tau_{zy}$  como a  $\tau_{zx}$ , posee signo opuesto al de los esfuerzos de compresión debido a su carácter de esfuerzo cortante. Una característica importante del esfuerzo de corte es que su valor máximo no se presenta en la superficie de contacto sino a una profundidad aproximada de  $0.6 a$ . Debido a este esfuerzo de corte, [29] y [60] sostienen que la fatiga superficial que se produce en el rodamiento en condiciones normales de funcionamiento, se origina en la región sub-superficial, emergiendo progresivamente hacia la superficie de rodadura, lo cual adicionado a la presión del lubricante, genera el desprendimiento de partículas.

En adición a los esfuerzos descriptos, durante el funcionamiento normal del rodamiento se generan sollicitaciones de carácter cíclico bajo la superficie de rodadura, así como sollicitaciones debidas al deslizamiento entre pistas y elementos rotantes [59]. Por ello, algunos autores sostienen que este esfuerzo origina las grietas por fatiga sub-superficial, las cuales al llegar a la superficie provocan el desprendimiento de material dando lugar al fenómeno de *pitting* o *spalling* según el tamaño de material que se desprende [60]-[62].

### **2.2.2. Distribución de carga en rodamientos estáticamente cargados**

La distribución que presentan dentro del rodamiento los esfuerzos asociados a una carga transferida a través del mismo, es también un factor condicionante del desempeño mecánico del rodamiento y consecuentemente de su vida útil.

De acuerdo a lo establecido en [58][63], la distribución interna de carga en un rodamiento sometido a una carga estática radial pura, se puede aproximar como función de la posición angular  $\psi$  de acuerdo a la ecuación de Stribeck:

$$Q_\psi = Q_{\max} \left[ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n \quad (2.2)$$

Donde:

$Q_\psi$  : es la carga transferida en función del ángulo espacial  $\psi$ .

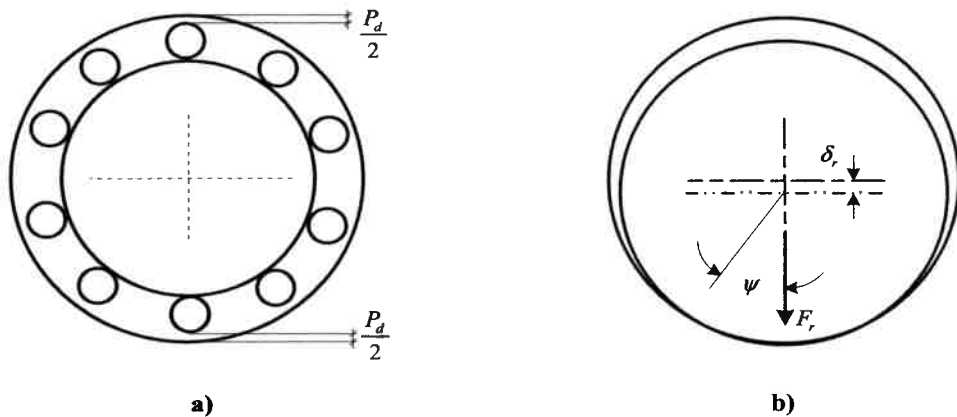
$Q_{\max}$  : es el valor máximo de la carga transferida.

$n$ : es una constante empírica de valor  $\frac{3}{2}$  para rodamientos a bolas y  $\frac{10}{9}$  para rodamientos a rodillos.

Asimismo,  $\varepsilon$  se obtiene como:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{P_d}{2\delta_r} \right) \quad (2.3)$$

mientras que  $P_d$  es la holgura del rodamiento y  $\delta_r$  es la máxima deformación producida por la carga estática radial pura  $F_r$ , tal como se representa en las figuras II.2-a) y II.2-b).



**Figura II.2: Desplazamiento radial del rodamiento debido a una carga estática radial pura. a) Rodamiento sin carga. b) Rodamiento con carga.**

Tal como se representa en la figura II.2-b), debido a la presencia de la carga  $F_r$  se produce un desplazamiento radial en la dirección de la carga el cual es función de la holgura o juego interno  $P_d$  del rodamiento. En estas circunstancias, los límites angulares de distribución de carga se pueden obtener a partir de  $P_d$  y de  $\delta_r$ , como:

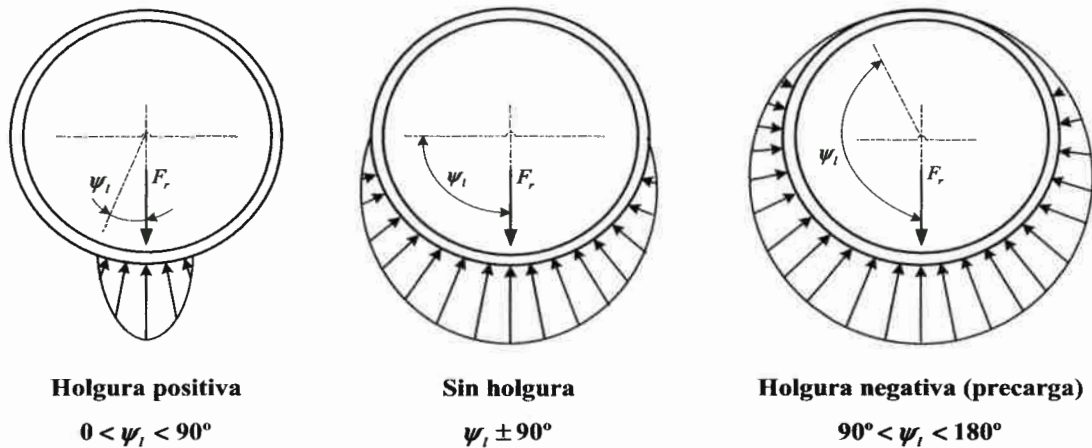
$$\psi_l = \cos^{-1} \left( \frac{P_d}{2\delta_r} \right) \quad (2.4)$$

Conociendo dichos límites, se puede obtener la función de distribución de carga asumiendo el equilibrio de fuerzas en la dirección vertical entre la fuerza aplicada  $F_r$  y la suma de fuerzas de reacción producidas por el rodamiento. De ese modo se llega a la ecuación (2.5):

$$F_r = Z Q_{\max} \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_l}^{\psi_l} \left[ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n \cos(\psi) d\psi \quad (2.5)$$

La solución de la ecuación (2.5) requiere la implementación de métodos iterativos en los cuales, conocida  $F_r$ , se presume en primera instancia un valor de  $\delta_r$ , y a partir de  $P_d$  obtenido de catálogo se calcula  $\varepsilon$  utilizando la ecuación (2.3). Luego se obtiene el valor de la integral de la ecuación (2.5), repitiéndose este proceso hasta satisfacer la igualdad en ambos lados de dicha ecuación.

La figura II.3 muestra las distribuciones internas de carga resultantes de la ecuación (2.5) para diferentes valores de holgura.



**Figura II.3: Distribución de carga en rodamientos estáticamente cargados.**

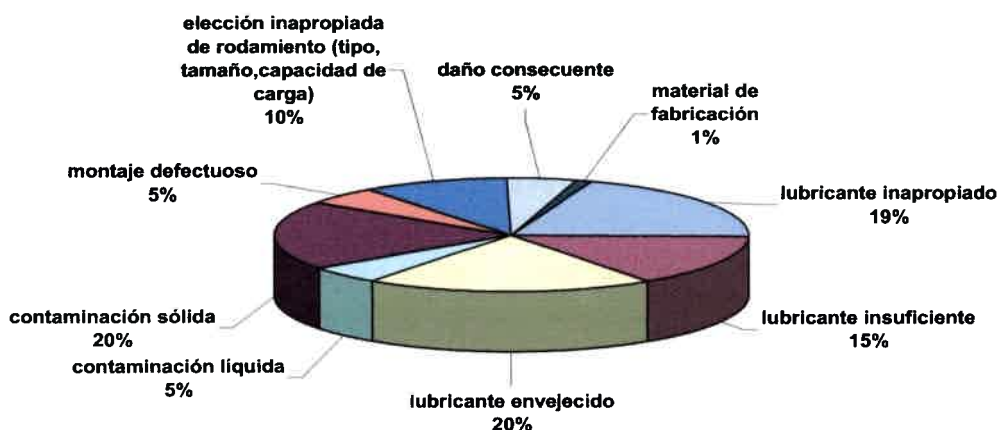
La figura II.3 permite observar que cuando se somete al rodamiento a una carga vertical pura, la distribución de esfuerzos no es uniforme, sino que la región inferior del rodamiento estará sometida a mayores esfuerzos que las zonas restantes. Este hecho resulta importante si se analizan las sollicitaciones del componente estacionario, sea este la pista interna o externa, ya que en ese componente los esfuerzos en las zonas mayormente sollicitadas provocaran un mayor envejecimiento por fatiga que en las zonas restantes.

Las solicitaciones descritas hasta el momento están presentes, como se dijo, cuando las condiciones de funcionamiento del rodamiento son las de diseño. De acuerdo a lo propuesto en [62], esto implica que:

- El tipo y tamaño de rodamiento es adecuado en relación a la carga a la que está expuesto.
- Las condiciones de montaje en cuanto a alineación y a dimensiones del eje y la carcasa del motor son adecuadas.
- El sistema, tipo y calidad de lubricación es adecuada de acuerdo a la aplicación para la cual se escoge el rodamiento. Asimismo, la velocidad a la que opera el rodamiento es adecuada para el tipo de lubricación que posee.
- En correspondencia con el punto anterior, la protección que posee el rodamiento contra la contaminación provocada por agentes externos es adecuada para el tipo de aplicación a la que está destinado.

La operación del rodamiento fuera de alguna de las condiciones mencionadas conduce frecuentemente al funcionamiento anormal, y como consecuencia, a la falla prematura de alguno de sus componentes.

De acuerdo a lo establecido en [30] y en consonancia con lo propuesto en [62], es posible cuantificar las causas más comunes de falla que se presentan en los rodamientos en las diversas aplicaciones, es decir, no sólo para motores y generadores eléctricos, de acuerdo a la siguiente gráfica:



**Figura II.4: Causas y porcentajes de fallas en rodamientos.**

A partir de la figura II.4 se puede concluir que el mayor porcentaje de fallas está asociado a problemas en el tipo, estado o cantidad de lubricante.

Por otra parte, se observa que la presencia de contaminante sólido resulta altamente nociva para el rodamiento. Este tipo de contaminación trae asociados dos inconvenientes principales. Por un lado, el contaminante sólido interfiere en el proceso normal de rodadura, pudiendo en los casos más severos impedir la rotación de los elementos rotantes del rodamiento. Por otra parte, la presencia de contaminante sólido produce la reducción localizada de la capa de lubricante, el cual tiene como función principal evitar el contacto directo entre componentes del rodamiento. Como consecuencia se produce el contacto y sobrecalentamiento localizados en algunos puntos del rodamiento en donde se acelera el envejecimiento del material [62].

Las fallas denominadas “consecuentes” son aquellas que no se originan en el rodamiento sino en componentes de la máquina próximos a los rodamientos o vinculados a ellos por algún medio y que inducen como consecuencia, fallas en los rodamientos. Debido a sus características, la solución ante fallas de este tipo radica en encontrar la causa raíz de la falla más que en la sustitución del rodamiento [30].

### **2.3. Tipos de fallas en rodamientos**

A continuación se describen de manera breve las fallas más frecuentes encontradas en rodamientos de motores eléctricos de inducción [30][57][64][65]. Las imágenes utilizadas fueron extraídas de [57] [64] y [65].



**Figura II.5: Descascarillado**

**Descascarillado:** Fenómeno en el cual se produce el desprendimiento localizado de material proveniente de las superficies de rodadura como consecuencia de la fatiga de dichas superficies. Este tipo de fallas es un indicativo del final de la vida útil del rodamiento, sin embargo esta falla se puede presentar en forma prematura como consecuencia de un exceso de carga radial cíclica y de lubricación defectuosa.



**Figura II.6: Desescamado**

**Desescamado:** A diferencia del descascarillado, en el defecto denominado desescamado se desprenden de la superficie de rodadura partículas de menor espesor, pero que afectan porcentajes mayores de las superficies de rodadura.



**Figura II.7: Rayado**

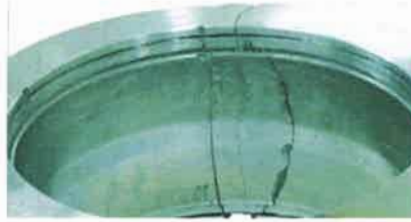
**Rayado:** Defecto superficial que tiene lugar cuando, en condiciones inadecuadas de lubricación, se produce el deslizamiento entre superficies que en condiciones normales deberían interactuar mediante un proceso de rodadura. Como consecuencia de dicha interacción se generan rayas circunferenciales sobre las superficies de rodadura.



**Figura II.8: Fractura**

**Fractura:** La fractura se refiere a la rotura de porciones de material debido a carga excesiva o esfuerzos impulsivos (de impacto) actuando localmente sobre el borde de alguna de las pistas del rodamiento. Este tipo de falla generalmente se produce por procedimientos inadecuados de montaje o por caída del rodamiento.





**Figura II.9: Grietas**

**Grietas:** La aparición de grietas tanto en las superficies de rodadura de las pistas como en elementos rotantes tiene lugar como consecuencia de la concentración de tensiones en zonas puntuales del rodamiento. Entre las causas más frecuentes que conducen a la aparición de grietas se encuentra la manipulación inadecuada durante el montaje y la aplicación de fuerzas impulsivas de manera directa sobre el rodamiento.

Otra causa frecuente viene asociada a un diámetro excesivo del eje, lo que obliga a la dilatación excesiva de la pista interna del rodamiento y el dimensionado incorrecto entre el rodamiento y el eje de la máquina. Asimismo, la deficiencia en el ajuste entre la pista interna del rodamiento y el eje del motor, o bien entre la pista externa y la carcasa del motor, pueden producir tensiones mecánicas excesivas que generen grietas cuando el rodamiento se pone en funcionamiento.



**Figura II.10: Rotura de la jaula**

**Rotura de la jaula:** Este tipo de falla incluye la deformación y la fractura de la jaula y el desgaste de los pilares. Incluye además el desgaste tanto de las superficies visibles como el de las superficies no visibles. Debido a que en general el material de construcción de la jaula es de menor dureza que el resto de los componentes del rodamiento, debe ponerse especial atención en su manipulación, ya que el desprendimiento de material de la jaula puede conducir a la obstrucción completa del giro del rodamiento.



**Figura II.11: Abolladura o brinelado**

**Abolladura de la superficie de rodadura o brinelado:** Este tipo de falla surge por la presencia de partículas metálicas contaminantes sobre las superficies de rodadura. Debido a estas partículas, el paso de los elementos rotantes provoca la abolladura de las pistas y de los propios elementos rotantes.



**Figura II.12: Picaduras**

**Picaduras:** Este tipo de fallas tiene como característica generar la opacidad o pérdida de brillo de las superficies de rodadura, como consecuencia de contaminación sólida del lubricante, o bien por la exposición del rodamiento a un ambiente de trabajo con elevada humedad en conjunto con una lubricación insuficiente.



**Figura II.13: Desgaste**

**Desgaste:** El desgaste es el deterioro de las superficies por deslizamiento. El desgaste se presenta entre todos aquellos elementos que se encuentran en contacto y que idealmente interactúan mediante un proceso de rodadura pura entre ellos. El caso particular del desgaste abrasivo incluye además la presencia de contaminantes sólidos en las superficies de rodadura.



**Figura II.14: Falso brinelado**

**Falso brinelado:** El falso brinelado es un tipo de falla producida generalmente en los períodos de no operación del motor, durante los cuales no existe película lubricante entre las superficies. Esto hace posible el contacto entre dichas superficies haciendo que cualquier deslizamiento que se produzca entre los componentes del rodamiento de lugar al brinelado de las superficies.



**Figura II.15: Creep**

**Creep:** Se denomina de este modo al desgaste producido por el deslizamiento entre las superficies de montaje del rodamiento. Debido a ese desgaste se incrementa la diferencia de dimensiones entre las superficies de montaje del motor (eje o carcasa), y las superficies de montaje del rodamiento. Esto a su vez provoca un mayor deslizamiento entre pistas y elementos rotantes del rodamiento durante su funcionamiento, ya que la presión de contacto entre ellos se reduce.



**Figura II.16: Agarrotamiento o gripado**

**Agarrotamiento o gripado:** El funcionamiento del rodamiento a temperaturas superiores a las admisibles durante períodos prolongados origina la fusión de pequeñas partículas de material de las superficies de rodadura. Como consecuencia, los

componentes del rodamiento giran con mayor dificultad y por consiguiente con menor eficiencia. Asimismo, la pérdida de eficiencia se traduce en un mayor calentamiento de los componentes, lo que a largo plazo reduce su resistencia superficial.



**Figura II.17: Electroerosión**

**Electroerosión:** Este tipo de fallas se presenta generalmente por pérdida de aislamiento de los bobinados del motor, o en aquellos motores comandados por controladores electrónicos. El paso de corriente a través del rodamiento genera la electroerosión y consecuentemente un incremento en la rugosidad de las superficies de los componentes del rodamiento, en aquellas zonas en las que dichos componentes interactúan (zonas de contacto), atravesando para ello la capa de lubricante que separa las superficies.



**Figura II.18: Oxidación y corrosión**

**Oxidación y corrosión:** La presencia de oxidación o de corrosión están directamente asociadas a la existencia de humedad en el ambiente de trabajo del rodamiento, sumadas a una lubricación insuficiente, ya que el lubricante no sólo evita el contacto entre componentes sino que además constituye una protección para este tipo de fallas. La corrosión y oxidación no están limitadas sólo a las superficies de rodadura sino también a todas aquellas superficies expuestas al agente que la provoca.



**Figura II.19: Decoloración**

**Decoloración:** La decoloración tiene lugar debido a la reacción química que se produce entre el lubricante a alta temperatura y las superficies de los componentes del rodamiento. Debido al carácter de esta falla, no presenta mayores riesgos para la vida útil del rodamiento.

#### ***2.4. Etapas de evolución de una falla***

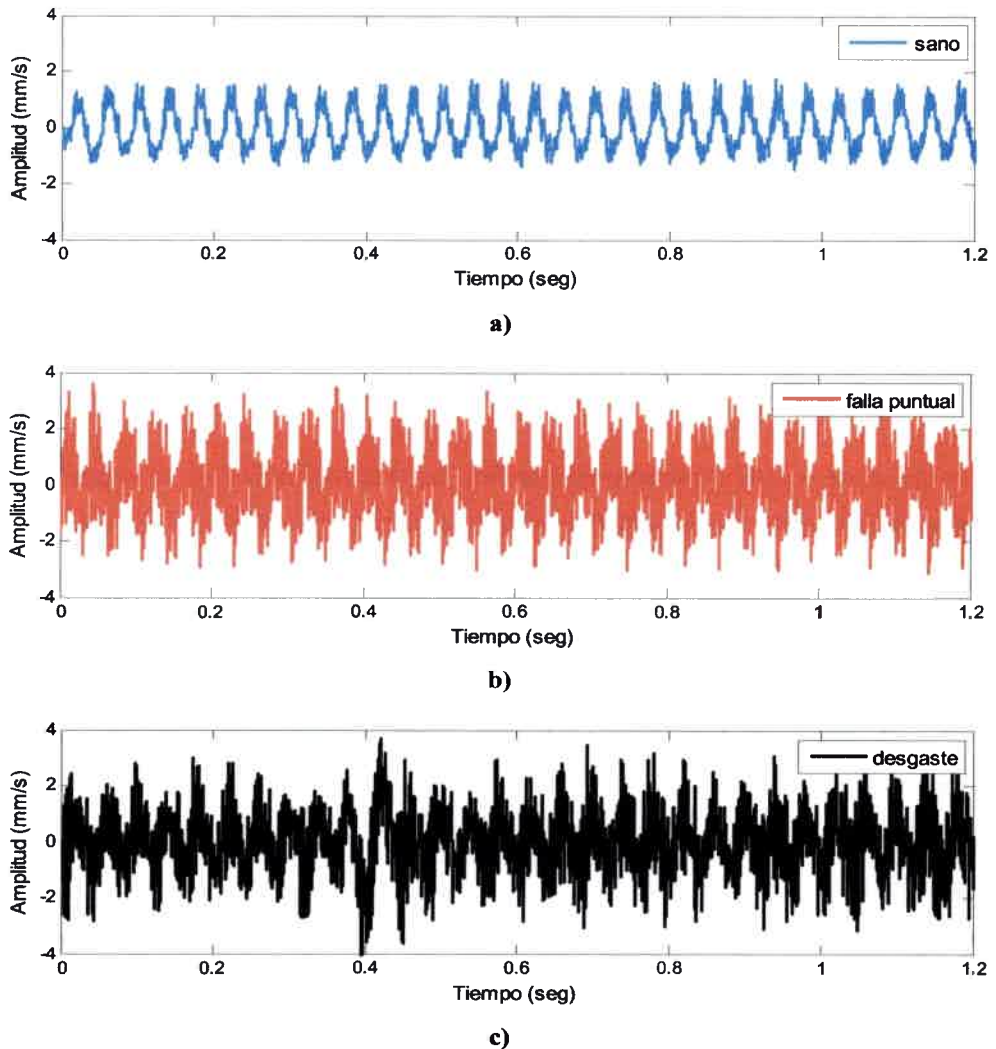
Las fallas descritas previamente pueden ser discriminadas en dos grupos, dependiendo del porcentaje de superficie del componente involucrado que afecten. Por un lado se tiene aquellas fallas distribuidas en gran parte de la superficie ya sea de una o ambas pistas o de los elementos rotantes. Ejemplos de este tipo de fallas pueden ser la electroerosión y el desgaste.

Por otra parte, se encuentran aquellas fallas que afectan de manera puntual o local alguno de los componentes del rodamiento. Ejemplo de esto lo constituyen las grietas y las fracturas.

La diferencia existente entre uno y otro grupo no sólo radica en el grado de afección y el desempeño del componente involucrado, sino también en el comportamiento del rodamiento, y consecuentemente del motor, en presencia de uno u otro tipo de falla. Este hecho a su vez responde no sólo a la falla tal cual se genera, sino también a su estado de evolución con el período de uso del rodamiento post producción de la falla. Asimismo, la distribución de carga y sollicitaciones internas del rodamiento juegan un papel decisivo en la manera en que evolucionará la falla luego de su aparición [62].

Desde el punto de vista de las estrategias de diagnóstico, el tipo de falla y su grado de evolución se pueden determinar efectuando un seguimiento de ciertas variables del motor sobre las que se refleja la presencia de la falla. El análisis de las vibraciones mecánicas del motor resulta ser una herramienta ampliamente difundida para efectuar dicho seguimiento [1][19][36].

Las figuras II.20 y II.21 permiten apreciar el efecto que producen los diferentes tipos de falla en rodamientos sobre la vibración en la carcasa del MI. La figura II.20 presenta la velocidad de vibración vertical del MI en vacío en función del tiempo.



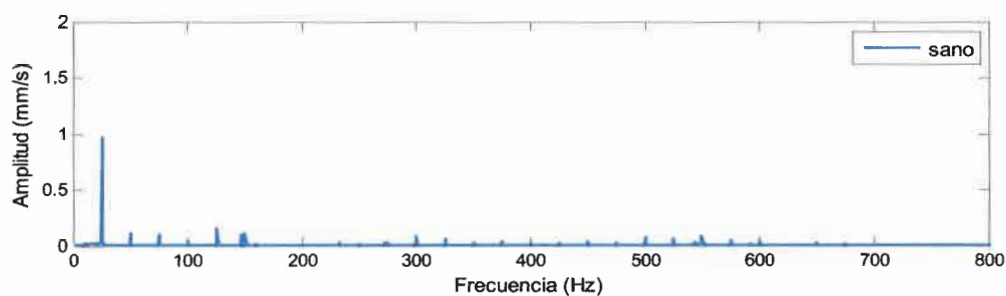
**Figura II.20: Velocidad de vibración vertical en el tiempo. a) Rodamiento sano. b) Rodamiento con falla puntual. c) Rodamiento con desgaste. Resultados experimentales.**

La figura II.20.a) corresponde a un MI sin falla. La figura II.20.b) corresponde a un MI cuyo rodamiento del lado de la carga posee una falla puntual en su pista externa. La figura II.20.c) corresponde a un MI cuyo rodamiento del lado de la carga posee un desgaste excesivo.

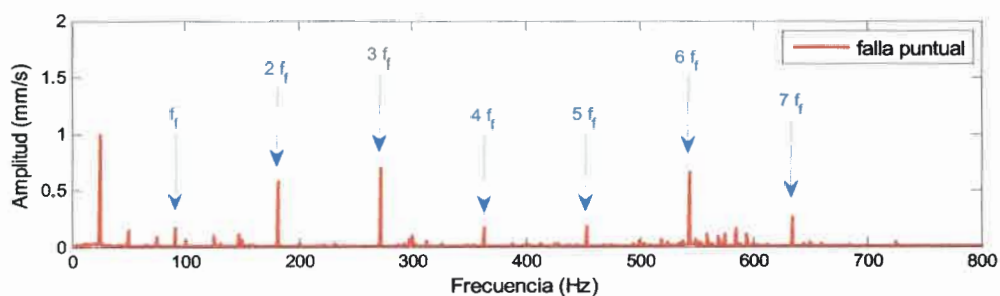
Mediante la figura II.20 es posible apreciar un incremento en la intensidad de las vibraciones temporales debido a ambas fallas. Sin embargo, la variación que se produce en la amplitud de las vibraciones del MI es diferente según el tipo de falla que afecte al rodamiento. Particularmente se observa al comparar los dos tipos de fallas, que en el

caso del rodamiento desgastado las amplitudes instantáneas de vibraciones son en general mayores que en el caso de la falla puntual. Este comportamiento da como resultado un incremento en el valor global de vibraciones (RMS), el cual es menos significativo para las fallas de tipo puntuales.

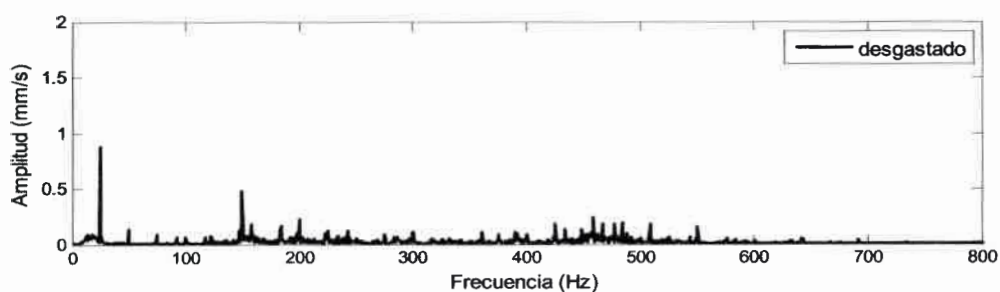
La figura II.21 presenta el espectro de frecuencias de la velocidad de vibración vertical del MI en vacío. La figura II.21.a) corresponde al MI sin falla. La figura II.21.b) corresponde a un MI cuyo rodamiento del lado libre posee una falla puntual en su pista externa. La figura II.21.c) en tanto, corresponde a un MI cuyo rodamiento del lado libre posee un desgaste excesivo.



a)



b)



c)

**Figura II.21: Espectro de frecuencias de la velocidad de vibración vertical. Resultados experimentales.**

A partir de la figura II.21 es posible apreciar que el contenido de componentes de frecuencia en las vibraciones del MI es también diferente según el tipo de falla que se presente en el rodamiento.

Así, las fallas puntuales se caracterizan por generar vibraciones adicionales a la frecuencia de falla  $f_f$  y en múltiplos enteros de esta frecuencia, tal como se indica mediante flechas en la figura II.20.b). Estas componentes están asociadas a la frecuencia de paso de los elementos rotantes sobre la falla.

Por otra parte, las fallas generalizadas permiten una mayor holgura y consecuentemente deslizamiento entre los componentes del rodamiento. Debido a ello, se producen vibraciones en el MI en un amplio rango de frecuencia. Para el caso mostrado en la figura II.20.c) este rango se extiende entre los 100 Hz y los 550 Hz.

De manera general, se pueden describir las etapas por las que evoluciona una falla de la siguiente manera [1][29]:

En una primera etapa, se desarrollan bajo las superficies de rodadura grietas microscópicas como consecuencia de la fatiga que provocan en el material del rodamiento las sollicitaciones internas descritas en la primera parte de este capítulo. Las fallas originadas en esta etapa generan perturbaciones en frecuencias superiores a los 20 kHz, por lo que la detección de fallas en esta etapa requiere del uso de técnicas de ultrasonido. Debido a que la vida útil del rodamiento es aún considerable no resulta económicamente conveniente su reemplazo, por lo que en el tiempo subsiguiente la falla evolucionará a una nueva etapa.

En una segunda etapa, denominada *etapa de prefalla* [1], las fallas sub-superficiales emergen provocando el desprendimiento de material de la superficie de rodadura. También en esta etapa es posible encontrar fallas superficiales en estado incipiente, tal como se describió previamente. Debido a la interacción de la falla con los elementos rotantes del rodamiento, se generan en esta etapa vibraciones en el rango comprendido entre los 5 y los 20 kHz.

En una tercera etapa, debido al incremento en la severidad de la falla las vibraciones poseen una mayor amplitud y se presentan a una frecuencia comprendida entre  $f_f$  y  $7 f_f$ , siendo  $f_f$  la frecuencia de falla, la cual está asociada a la frecuencia de desplazamiento relativo entre los elementos rotantes y la falla. En esta etapa se puede extraer la mayor información a cerca de la falla. Por ello, la mayor parte de las técnicas descritas en el capítulo previo obtienen información aprovechable a partir de esta etapa. Como se



observa en la figura II.20, en esta etapa es posible identificar el tipo de falla y su ubicación dentro del rodamiento.

Debido a la severidad que posee una falla en esta etapa, resulta **pertinente** el reemplazo del rodamiento. Si el rodamiento no es reemplazado la falla **continúa** su evolución hacia una etapa denominada *etapa de falla catastrófica*. Las vibraciones generadas por la falla provocan la fatiga y desprendimiento del material en torno de la **falla** incrementando la superficie afectada. Como consecuencia, las fallas en esta etapa se caracterizan por un incremento de las vibraciones de baja frecuencias comprendido entre  $f_r$  y  $3f_r$ , siendo  $f_r$  la frecuencia de giro del rotor. La presencia de fallas con estas características implica una sustitución inminente del rodamiento a fin de evitar su falla catastrófica con las consecuencias que esta puede representar para el MI.

## **2.5. Conclusiones**

En este capítulo se presentó una revisión de los principales factores que intervienen en la aparición y evolución de fallas en los rodamientos del MI.

En la primera parte del capítulo se analizaron las sollicitaciones internas que se presentan en el proceso normal de rodadura del rodamiento. En este análisis se observó que los máximos esfuerzos de corte se producen en la región inmediatamente debajo de la superficie de rodadura, dando lugar a la aparición de grietas sub-superficiales por fatiga. Asimismo se observó que la distribución interna de esfuerzos en rodamientos estáticamente cargados no es uniforme. Consecuentemente, aquellos sectores del rodamiento con una mayor concentración de esfuerzos presentarán un envejecimiento por fatiga del material más significativo.

Por otra parte se observó que el tipo y calidad de lubricación del rodamiento juegan un papel fundamental tanto en lo que respecta al desempeño del rodamiento como en lo relativo a la progresión de las fallas que se presentan en el mismo.

En relación a los tipos de fallas en rodamientos, se observó que según sean éstas puntuales o generalizadas, su efecto sobre las variables del MI es diferente y por tanto las estrategias utilizadas para el diagnóstico de cada una de ellas deberán ser también diferentes.

### **III. MODELADO DE FALLAS EN RODAMIENTOS**

#### **3.1. Introducción**

En el capítulo precedente se clasificaron los tipos de fallas como generalizadas y puntuales. Debido a que cada uno de esos tipos de falla se manifiesta de distinta manera sobre el MI, es necesario que el tratamiento y análisis de cada una sea también diferente.

Los antecedentes acerca del tratamiento de fallas puntuales coinciden en la aparición de perturbaciones a la frecuencia de la falla y múltiplos enteros de esta frecuencia sobre las diferentes variables del MI [1][30][54][62][66]. Por este motivo, las estrategias destinadas a la detección de fallas puntuales se orientan a la búsqueda de componentes espectrales en dichas frecuencias. En este aspecto, se han propuesto diferentes estrategias para el diagnóstico de fallas puntuales en rodamientos de MI, dentro de las cuales se encuentran aquellas basadas en el análisis de las variables eléctricas [18][20][50][54].

Cada estrategia posee un fundamento teórico que valida su utilización, sin embargo los resultados experimentales muestran una relación señal-ruido altamente desfavorable si se comparan con aquellos obtenidos a partir de estrategias basadas en el análisis convencional de vibraciones mecánicas [67]. Esto dificulta en gran manera el estudio del efecto de las fallas sobre las estrategias basadas en el análisis de variables eléctricas. La utilización de modelos matemáticos se presenta como una alternativa respecto a estas limitaciones, ya que permite estudiar el comportamiento de las variables eléctricas del MI bajo diferentes condiciones de falla, favoreciendo así la detección de perturbaciones de baja amplitud.

En virtud de esto, es posible encontrar modelos matemáticos para el análisis de fallas en rodamientos. Dichos modelos responden a diferentes concepciones a cerca del efecto que estas fallas producen sobre en MI [67].

En [21] se describe la respuesta de un sistema simple con un grado de libertad ante la excitación producida por una falla puntual en la pista interna de un rodamiento. Para ello se propone un modelo matemático para evaluar la propagación de las vibraciones, teniendo en cuenta los efectos de la distribución de carga dentro del rodamiento, así como la posición relativa entre la falla y el acelerómetro. La excitación producida por la falla se modela a través de un tren de impulsos de frecuencia de falla en pista interna,

teniendo en cuenta posteriormente el decaimiento exponencial de la respuesta natural del sistema.

En [22] se propone un modelo estocástico para la respuesta del MI ante la excitación producida por una falla puntual en la pista interna de uno de sus rodamientos, utilizando la información contenida en las vibraciones mecánicas del motor. Este trabajo considera los efectos de la falla utilizando como excitación de entrada del modelo un tren de impulsos a frecuencia de falla en pista interna, obteniendo resultados similares a los presentados en [21].

Finalmente, en [23] propone un modelo analítico para obtener las expresiones correspondientes a las corrientes del motor en presencia de fallas en rodamientos. En este último caso los autores consideran la presencia de la falla en el rodamiento tal como se propone en [21].

En el presente capítulo se propone un modelo matemático para la simulación de fallas de tipo puntuales en los rodamientos de un MI de rotor bobinado. Este modelo considera el caso de una falla en pista externa [68] y se puede modificar de manera simple para extender el análisis a fallas puntuales en pista interna y fallas en jaula.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: en primera instancia se realiza una breve revisión del efecto que produce la presencia de fallas puntuales en rodamientos, sobre las variables del MI. Posteriormente se describe el modelo propuesto y se evalúa su alcance y limitaciones. Finalmente se presentan los resultados obtenidos de la implementación y simulación del modelo.

### ***3.2. Frecuencias características de las fallas***

Las fallas en rodamientos pueden ser causadas por diferentes procesos. Una vez que se origina la falla, se produce una fuerza impulsiva cada vez que un elemento rotante se pone en contacto con la falla. Como consecuencia, el rodamiento vibra a su frecuencia natural produciendo una respuesta amortiguada [36].

Desde el punto de vista de las estrategias de diagnóstico, las fallas puntuales tiene la particularidad de manifestarse como alteraciones periódicas sobre las variables del motor. Estas alteraciones ocurren a una frecuencia definida según el componente del rodamiento en el cual se presente la falla. La frecuencia asociada a fallas en cada componente del rodamiento se obtiene considerando la geometría del rodamiento y la velocidad relativa de traslación entre la falla y los elementos rotantes [69]. De ese

modo, las expresiones que describen la frecuencia asociada a la falla en cada componente del rodamiento serán las siguientes [1][18][22][30][36][69]:

Frecuencia de falla en la pista externa

$$f_{fpe} = \frac{z}{2} f_r \left[ 1 - \frac{D_B \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (3.1)$$

Frecuencia de falla en la pista interna

$$f_{fpi} = \frac{z}{2} f_r \left[ 1 + \frac{D_B \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (3.2)$$

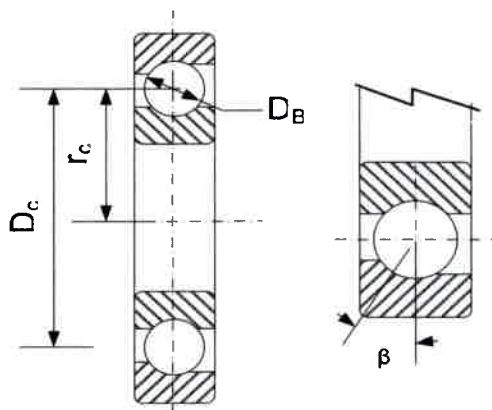
Frecuencia de falla en la jaula

$$f_{fc} = \frac{1}{2} f_r \left[ 1 - \frac{D_B \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (3.3)$$

Frecuencia de falla en los elementos rotantes

$$f_{fb} = \frac{D_C}{2 D_B} f_r \left[ 1 - \left( \frac{D_B \cos(\beta)}{D_C} \right)^2 \right] \quad (3.4)$$

En la figura III.1 se ilustra de manera esquemática un rodamiento de bolas con contacto angular, indicando los términos que intervienen en las expresiones (3.1) a (3.4).



Donde:

$z$  : Número de bolas o rodillos

$D_B$  : Diámetro de bola o rodillo [mm]

$D_C$  : Diámetro medio de la jaula [mm]

$\beta$  : Ángulo de contacto [grados]

$f_r$  : Velocidad del rotor [Hz]

**Figura III.1: Esquema de un rodamiento a bolas de simple hilera con contacto angular.**

En este capítulo se propone un modelo en el cual se considera un MI con falla puntual en la pista externa de uno de sus rodamientos, partiendo de la consideración de que la frecuencia de la falla puede calcularse según las expresiones anteriores.

### **3.3. Modelado de fallas en rodamientos**

Para ser adecuado, el modelo de un sistema debe ser realista, es decir, debe imitar el comportamiento del sistema. Por otra parte, un modelo debe ser simple de manipular e implementar. Estos son requerimientos contradictorios por lo que la elaboración de un modelo requiere una solución de compromiso entre la precisión del resultado y la complejidad del modelo.

La visualización del grado de influencia de cada factor sobre el comportamiento del modelo es fundamental para la simplificación adecuada del mismo, ya que garantiza la calidad de los resultados obtenidos [27][70].

En este aspecto, para el desarrollo de un modelo matemático adecuado de fallas en rodamientos resulta fundamental conocer el efecto que produce la falla sobre las variables del MI. Algunos autores afirman al respecto, que las fallas puntuales en rodamientos pueden tratarse como excentricidades transitorias del entrehierro [42][71]. Otros autores en cambio [72], sostienen que la falla es más notoria si se analiza la alteración impulsiva que sufre la potencia al pasar los elementos rotantes sobre la falla. En base a la alteración que se considere será posible adoptar distintas estrategias para detectar la presencia de la falla en el rodamiento.

En este capítulo se propone un modelo para evaluar el comportamiento de un MI con una falla de tipo puntual en la pista externa de uno de sus rodamientos. Este modelo puede modificarse para analizar fallas puntuales en la pista interna y falla en la jaula, en cuyos casos debe incluirse el efecto del paso de la falla por la zona de carga del rodamiento con cada ciclo del rotor [58].

En el modelo propuesto se tratan las fallas puntuales en rodamientos asumiendo que su efecto es equivalente al de una excentricidad en el entrehierro del MI. Dicha consideración se fundamenta en el hecho de que algunas asimetrías mecánicas pueden producir vibraciones, las cuales provocan a su vez variaciones en el entrehierro de la máquina. Particularmente, las fallas de tipo puntuales en los rodamientos originan desplazamientos relativos entre el rotor y el estátor, afectando a las corrientes del MI de manera similar a una excentricidad [20][42][73].

Con base en la motivación precedente, y de acuerdo a lo propuesto en [67][23], la inclusión de la falla en el modelo del motor se realizó mediante una combinación entre el modelo de una excentricidad estática y una función adicional encargada de habilitar y deshabilitar el efecto de la excentricidad. Dicho efecto, por lo tanto, se presenta en el

modelo con una periodicidad dada por la frecuencia característica de falla puntual en el componente afectado.

### 3.3.1. Descripción del modelo propuesto

De manera general, el comportamiento de un MI se puede describir a través de un modelo matemático que combina los sistemas eléctrico y mecánico del motor. A continuación se describen las ecuaciones que componen cada uno de estos sistemas considerando un MI trifásico con rotor bobinado en cortocircuito [74][75].

El sistema eléctrico está definido por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{R}_s \mathbf{I}_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{R}_r \mathbf{I}_r = -\frac{d\lambda_r}{dt} \quad (3.6)$$

donde  $\mathbf{R}_i$ , representa la matriz de resistencias de cada circuito (estátor,  $s$ , y rotor,  $r$ ),  $\mathbf{I}_i$  y  $\lambda_i$  representan los vectores corriente y flujo de manera respectiva, tanto para los circuitos del estátor como para los circuitos del rotor y  $\mathbf{V}_s$  representa el vector tensión de estátor. La tensión de rotor es considerada nula ya que el rotor está en cortocircuito.

Los flujos  $\lambda_s$  y  $\lambda_r$  se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A su vez, cada sub matriz de (3.7) está constituida como se muestra en (3.8)-(3.10)

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{asas} + L_{ls} & L_{asbs} & L_{ascs} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} + L_{ls} & L_{bscs} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} + L_{ls} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{arar} + L_{lr} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{brar} & L_{brbr} + L_{lr} & L_{brcr} \\ L_{crar} & L_{crbr} & L_{cr cr} + L_{lr} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{asar} & L_{asbr} & L_{ascr} \\ L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bscr} \\ L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscr} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{rs}^T \quad (3.10)$$

Las matrices (3.8) y (3.9) están conformadas del modo siguiente: cada elemento  $L_{nsm}$  corresponde a la inductancia entre las fases  $n$  y  $m$  del estátor, siendo  $n, m = a, b, c$ . De manera similar, cada elemento  $L_{nrm}$  corresponde a la inductancia entre las fases  $n$  y  $m$  del rotor. Además,  $L_{ls}$  y  $L_{lr}$  representan las inductancias de dispersión por fase del estátor y rotor respectivamente. Por su parte, cada elemento de (3.10) definido como  $L_{nsmr}$ , corresponde a la inductancia mutua entre la fase  $n$  del estátor y la fase  $m$  del rotor. Para el cálculo de los elementos de (3.8) a (3.10) se asume idealmente que el sistema es invariante en la dirección axial de la máquina. Esta consideración implica que la falla produce variaciones en el plano radial del motor, manteniendo estas variaciones a lo largo de todo el eje [26]. Físicamente este comportamiento se obtendría si existieran dos fallas puntuales idénticas, una en cada rodamiento del MI, de modo tal que pudieran afectar al MI de manera simultánea provocando el desplazamiento paralelo del eje de la máquina. Como consecuencia de esta consideración el efecto de la falla se verá magnificado en relación a un modelo que considere la variación lineal de la excentricidad a lo largo del eje del MI.

La consideración mencionada permite eliminar una variable en cálculo de las inductancias, reduciendo así su complejidad. De este modo, las inductancias  $L_{nsm}$ ,  $L_{nrm}$  y de  $L_{nsmr}$  se obtienen mediante la siguiente ecuación [75]:

$$L_{mn}(\theta_r) = \mu_0 r \int_0^{2\pi} \int_0^L n_m(\phi, \theta_r, z) N_n(\phi, \theta_r, z) g^{-1}(\phi, \theta_r, z) dz d\phi \quad (3.11)$$

donde

$L_{mn}(\theta_r)$  es la inductancia de la fase  $n$  con respecto a la fase  $m$ , sean éstas de estátor, de rotor o una de ellas de estátor y la otra de rotor de manera indistinta;

$\mu_0$  es la permeabilidad del vacío;

$r$  es el radio medio entre rotor y estátor;

$n_m(\phi, \theta_r)$  es la función de distribución de bobinado de la fase  $m$ ;

$N_n(\phi, \theta_r)$  es la función de distribución de bobinado modificada de la fase  $n$ ;

$g^{-1}(\phi, \theta_r)$  es la inversa de la función entrehierro;

$\phi$  es la posición angular medida sobre un marco estacionario;

$\theta_r(t)$  es la posición angular instantánea del rotor medida sobre un marco estacionario.

A continuación se incorpora en el modelo del motor la falla en el rodamiento. Para ello se considera el efecto de la falla de acuerdo a lo propuesto en [67][23] como una excentricidad que se produce cada vez que uno de los elementos rotantes del rodamiento atraviesa la falla. Para satisfacer estos requerimientos se propone una función de entrehierro de la forma

$$g_e(\phi, \theta_r, z, t) = g_0 [1 - e_0 \cos(\phi + \psi(t)) F(\theta_r)] \quad (3.12)$$

siendo:

$g_0$  la longitud media de entrehierro del motor sano;

$e_0$  la excentricidad relativa;

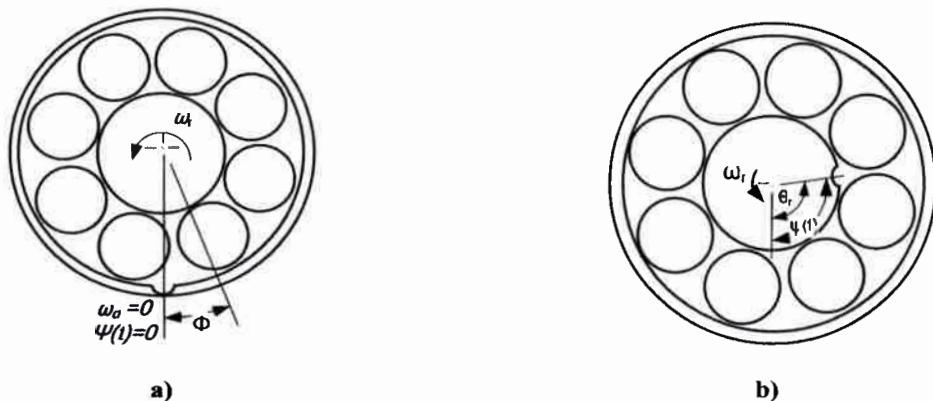
$F(\theta_r)$  una función mediante la cual se habilita la excentricidad, como se describirá posteriormente;

$\psi(t)$  una función que determina la posición angular de la falla respecto a un marco estacionario.

Asumiendo que  $\omega_d$  es la frecuencia angular de la falla respecto del marco estacionario se puede definir a  $\psi(t)$  como:

$$\psi(t) = \omega_d t \quad (3.13)$$

A partir de la ecuación (3.13) es posible distinguir tres casos diferentes como se describe a continuación.



**Figura III.2: Falla puntual en rodamiento. a) Falla en pista externa. b) Falla en pista interna.**



a). *Falla puntual en pista externa*

En este caso, debido a que la pista externa del rodamiento se encuentra solidaria a la carcasa de la máquina, la velocidad de desplazamiento de la falla es nula, es decir que  $\omega_d = 0$  y por lo tanto  $\psi(t) = 0$ . En la figura III.2-a) se ilustra un rodamiento con falla en pista externa suponiendo de manera arbitraria que la falla se ubica en  $\phi = 0$ .

En estas condiciones la ecuación (3.12) se reescribe como:

$$g_e(\phi, \theta_r, z) = g_0 [1 - e_0 \cos(\phi) \mathbb{F}(\theta_r)] \quad (3.14)$$

b). *Falla puntual en pista interna*

En los motores eléctricos la pista interna del rodamiento se encuentra solidaria al eje de la máquina. Por ello, una falla situada en la pista interna gira a la velocidad del rotor, tal como se representa en la figura III.2-b). Luego, siendo  $\omega_d = \omega_r$ , se tiene que  $\psi(t) = \omega_r t$ . Asimismo, es posible reescribir  $\psi(t)$  efectuando el siguiente cambio de variables:

$$\theta_r = \omega_r t \quad (3.15)$$

de lo que resulta

$$\psi(t) = \theta_r \quad (3.16)$$

Remplazando (3.16) en (3.12) se obtiene la función de entrehierro para falla en pista interna

$$g_e(\phi, \theta_r, z) = g_0 [1 - e_0 \cos(\phi + \theta_r) \mathbb{F}(\theta_r)] \quad (3.17)$$

c). *Falla en jaula*

Para una falla en la jaula, asumiendo un contacto pista-bola con deslizamiento reducido, se tiene que  $\omega_d = 0.5 \omega_r$  [58]. Utilizando (3.16) la función de entrehierro resulta:

$$g_e(\phi, \theta_r, z) = g_0 \left[ 1 - e_0 \cos\left(\phi + \frac{\theta_r}{2}\right) \mathbb{F}(\theta_r) \right] \quad (3.18)$$

Una vez definida la expresión de la excentricidad producida por la falla, es necesario encontrar  $\mathbb{F}(\theta_r)$ .

Como se mencionó previamente, para que el modelo imite el comportamiento del sistema real, la excentricidad estática debe producirse cada vez que un elemento rotante

atraviesa el defecto puntual, mientras que en el tiempo restante la función de entrehierro debe asumir el valor medio de la función de entrehierro sin falla, definido como  $g_0$ . Este comportamiento se consigue a través de una función periódica  $\mathbb{F}(\theta_r)$  que posee amplitud unitaria en  $t_k$  definido por la ecuación (3.19).

$$t = \frac{k}{f_F} \forall k \rightarrow \text{entero} \quad (3.19)$$

donde  $f_F$  es la frecuencia de falla asociada a cada elemento del rodamiento, tal como se presentó en las ecuaciones (3.1) a (3.4). En los valores de tiempo restantes la función debe valer cero, de modo tal de eliminar el efecto de la excentricidad.

Para conseguir este objetivo se propone una función trapezoidal descrita por la siguiente serie infinita [76]:

$$\mathbb{F}(t) = \frac{A}{T_F} (d_1 + d_2) + \frac{A T_F}{\pi^2 (d_2 - d_1)} S_g(t) \quad (3.20)$$

siendo

$$S_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [\cos(n\omega_F d_1) - \cos(n\omega_F d_2)] \cos(n\omega_F t) \quad (3.21)$$

y  $T_F = \frac{2\pi}{\omega_F} = \frac{1}{f_F}$  el período de falla obtenido de las ecuaciones (3.1) a (3.4);  $A$  la amplitud de la función;  $d_1$  la mitad del ancho de la parte superior del trapecio; y  $d_2$  la mitad del ancho de la base del trapecio.

A su vez, la ecuación (3.21) se puede reescribir utilizando (3.15), con lo que se obtiene

$$S_g(\theta_r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [\cos(n\omega_F d_1) - \cos(n\omega_F d_2)] \cos\left(n \frac{\omega_F}{\omega_r} \theta_r\right) \quad (3.22)$$

De esta forma, (3.20) se puede escribir en función de la posición del rotor,

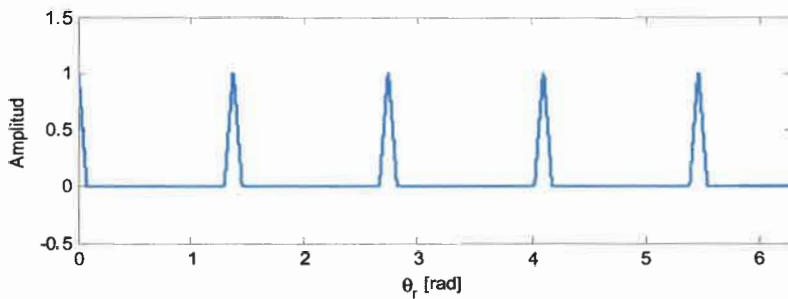
$$\mathbb{F}(\theta_r) = \frac{A}{T_F} (d_1 + d_2) + \frac{A T_F}{\pi^2 (d_2 - d_1)} S_g(\theta_r) \quad (3.23)$$

En estas condiciones las ecuaciones (3.22) y (3.23) describen una función trapezoidal con las características previamente requeridas. Para el modelo propuesto en este capítulo se consideraron los valores para la función  $\mathbb{F}(\theta_r)$  resumidos en la tabla III.1 de la siguiente página.

**Tabla III.1: Parámetros de la función de entrehierro**

$A$	1
$d_1$	$1 \times 10^{-4}$ [seg]
$d_2$	$1,25 \times 10^{-4}$ [seg]
$n$	400

De acuerdo a estos parámetros se obtiene la función  $\mathbb{F}(\theta_r)$ , tal como se presenta en la figura III.3 para una vuelta completa de rotor.



**Figura III.3:  $\mathbb{F}(\theta_r)$  en función de la posición de rotor.**

Una vez definida la función de entrehierro  $g_e(\phi, \theta_r)$ , se procede a describir los elementos restantes necesarios para completar la ecuación (3.11).

En primera instancia se define la función de distribución de bobinados, la cual se supone sinusoidal tanto para el rotor como para el estátor. Con ello, la función de distribución de bobinados para la fase  $m$  del estátor se obtiene como:

$$n_{ms}(\phi, \theta_r) = \frac{N_s}{2} (1 - \cos(P\phi + \beta_m)) \quad (3.24)$$

Mientras que para la fase  $n$  del rotor

$$n_{nr}(\phi, \theta_r) = \frac{N_r}{2} \{1 - \cos[(P\phi - \theta_r) + \beta_n]\} \quad (3.25)$$

donde  $N_s$  y  $N_r$  son los números de vueltas equivalentes por fase de estátor y rotor respectivamente, mientras que  $P$  es la cantidad de pares de polos del motor. Asimismo,  $\beta_m$  y  $\beta_n$  representan los ángulos de fase de las fases  $m$  de estátor y  $n$  de rotor respectivamente. Luego, para  $n, m = a, b, c$  se tiene que  $\beta_a = 0$ ,  $\beta_b = -120^\circ$  y  $\beta_c = 120^\circ$ .

La función de distribución de bobinados modificada de la fase  $m$  se calcula tanto para rotor como para estátor, como:

$$N_m(\phi, \theta_r) = n_m(\phi, \theta_r) - \frac{1}{2\pi L \langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle} U(\phi, \theta_r) \quad (3.26)$$

siendo

$$U(\phi, \theta_r) = \int_0^{2\pi} n_m(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (3.27)$$

La expresión  $\langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle$  se define como el valor medio de la inversa de la función de entrehierro y se determina a través de la siguiente ecuación:

$$\langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (3.28)$$

La etapa siguiente en el desarrollo del modelo matemático consiste en el modelado del sistema mecánico.

Para satisfacer las condiciones de equilibrio del sistema mecánico del motor se debe cumplir (3.29)

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L + B\omega_r \quad (3.29)$$

donde  $J$  es la inercia del sistema,  $T_e$  es el par electromagnético,  $T_L$  es el par de carga y  $B$  es el coeficiente de fricción.

A su vez la velocidad del rotor está relacionada con su posición angular como:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (3.30)$$

Por otra parte, el par electromecánico se puede definir en función de la coenergía de la máquina  $W_{co}$  como:

$$T_e = \left[ \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_r} \right]_{I_s, I_r = cte} \quad (3.31)$$

donde la derivada de la coenergía respecto de la posición angular del rotor está definida de la siguiente manera:

$$\frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_r} = \frac{1}{2} \mathbf{I}_s^T \frac{\partial \mathbf{L}_{ss}}{\partial \theta_r} \mathbf{I}_s + \mathbf{I}_s^T \frac{\partial \mathbf{L}_{sr}}{\partial \theta_r} \mathbf{I}_r + \frac{1}{2} \mathbf{I}_r^T \frac{\partial \mathbf{L}_{rr}}{\partial \theta_r} \mathbf{I}_r \quad (3.32)$$

Con estas ecuaciones se completa el modelo matemático del MI con falla puntual en rodamientos. De la ecuación anterior se puede observar que las fallas en rodamientos, al

modificar las inductancias propias y mutuas, producirán perturbaciones en el par electromagnético del motor.

### 3.4. Implementación y simulación

El modelo matemático descrito en el apartado precedente se simuló utilizando Simulink® de Matlab®.

Para llevar a cabo la implementación se utilizaron los parámetros de un MI trifásico de rotor bobinado, los cuales se obtuvieron mediante ensayos de vacío y rotor calado en el laboratorio. Los parámetros del motor se presentan en la Tabla III.2.

**Tabla III.2: Parámetros del motor para el modelo con falla en rodamiento**

Parámetro	Denominación	Valor
Tensión nominal de fase	$V_{fn}$	220 [V]
Corriente nominal	$I_n$	11.1 [A]
Potencia nominal	$P_n$	5.5 [kW]
Velocidad en vacío	$\omega_v$	2996.4 [rpm]
Velocidad a plena carga	$\omega_L$	2951.1 [rpm]
Frecuencia de alimentación	$f_e$	50 [Hz]
Pares de polos	$P$	1
Resistencia del estátor	$R_{st}$	0.67 [ $\Omega$ ]
Resistencia del rotor	$R_{rot}$	0.43 [ $\Omega$ ]
Reactancia de magnetización	$X_m$	38.17 [ $\Omega$ ]
Reactancia de dispersión del estátor	$X_{ls}$	0.57 [ $\Omega$ ]
Reactancia de dispersión del rotor	$X_{lr}$	0.57 [ $\Omega$ ]
Espiras por fase	$N_{st}=N_{rot}$	80 [1:10:12]
Longitud axial efectiva	$L$	0.115 [m]
Radio medio entre rotor y estátor	$r$	0.075 [m]
Entrehierro medio	$g_0$	$0.45 \times 10^{-3}$ [m]
Inercia	$J$	0.08 [Kg m <sup>2</sup> ]

Una vez definidos los parámetros, se simuló en primera instancia el motor sin falla. Para ello se utilizaron las ecuaciones (3.5) a (3.11) para el sistema eléctrico y (3.29) a (3.32) para el sistema mecánico, asumiendo que para el motor sano:

$$g_e(\phi, \theta_r) = g_0 \quad (3.33)$$

En estas condiciones se simuló el modelo del motor sano para las condiciones de vacío y plena carga. Posteriormente se incorporó al modelo una falla puntual en pista externa empleando los parámetros de un rodamiento 6007 de SKF, el cual corresponde al apoyo del lado de la carga del motor modelado.

Las características geométricas del rodamiento se resumen en la Tabla III.3.

**Tabla III.3: Características del rodamiento modelado**

Número de bolas	$N_b$	11
Diámetro de bola	$D_b$	$7.925 \times 10^{-3} [m]$
Diámetro medio entre pistas	$D_c$	$48.489 \times 10^{-3} [m]$
Ángulo de contacto	$\beta$	$0^\circ$

A partir de los parámetros de las Tablas III.2 y III.3, y utilizando la ecuación (3.1), se obtuvieron las siguientes frecuencias de falla para cada condiciones de carga evaluada.

Frecuencia de falla en pista externa en vacío

$$f_{fpe\_v} = 230 [Hz]$$

Frecuencia de falla en pista externa plena carga

$$f_{fpe\_L} = 226 [Hz]$$

Por otra parte, el valor de excentricidad producida por la falla se obtuvo considerando una falla de 1.2 mm de diámetro, considerando la relación geométrica entre el diámetro de la falla y del diámetro de cada elemento rotante del rodamiento, lo que resulta en una excentricidad relativa de  $e_0 = 10.15 \%$  (ver Apéndice).

Para calcular la función de entrehierro así como las inductancias del MI y sus derivadas se adoptó un paso de cálculo de  $\pi \times 10^{-4}$ . Esto implica un ángulo de avance del rotor de  $\pi \times 10^{-4} [rad]$  entre cada valor calculado. A partir de los requerimientos establecidos se calculó  $g_e(\phi, \theta_r)$  adoptando los parámetros definidos en la Tabla III.1. En la figura III.4 se presenta la función de entrehierro  $g_e(\phi, \theta_r)$  en relación con la posición del  $\theta_r$ ,

para una vuelta completa del rotor y considerando arbitrariamente que la falla puntual se sitúa en  $\phi = 0$ .

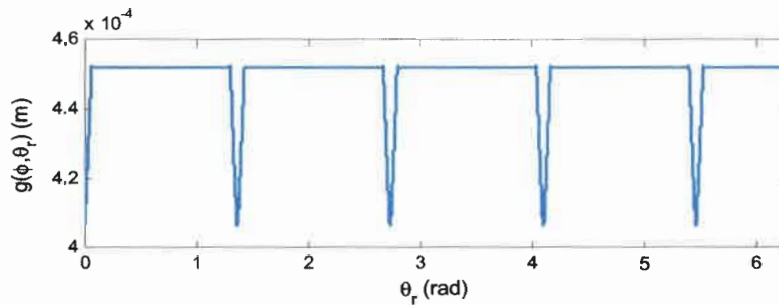


Figura III.4: Función de entrehierro en función de la posición de rotor.

Como se puede observar en la figura III.4, la función de entrehierro asume su valor de mayor amplitud para

$$\theta_r = k \omega_r T_F \rightarrow \forall k \text{ entero} \quad (3.34)$$

En los valores de  $\theta_r$  restantes la función asume el valor de la longitud media de entrehierro  $g_0$ . Utilizando la función de entrehierro presentada se calcularon entonces las inductancias propias y mutuas de rotor, de estátor, y las inductancias mutuas entre rotor y estátor, ecuaciones (3.8) a (3.10), al igual que sus derivadas, necesarias para implementar (3.31).

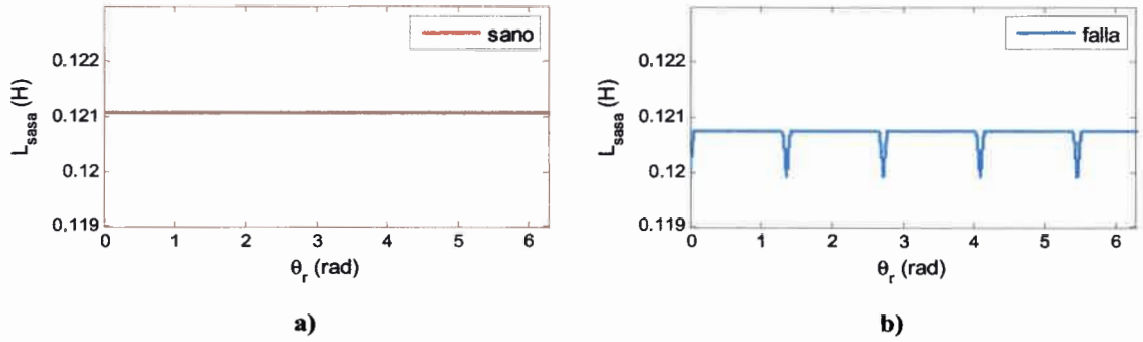
Una vez definido el modelo del motor con falla se realizaron simulaciones considerando los mismos estados de carga que para el motor sano.

### 3.4.2. Resultados

En este apartado se resumen los resultados obtenidos a partir del modelo propuesto. En primera instancia se presenta la variación que se produce en las inductancias del motor y en sus derivadas al introducir la falla en el modelo. Posteriormente se evalúa el desempeño del MI en presencia de la falla.

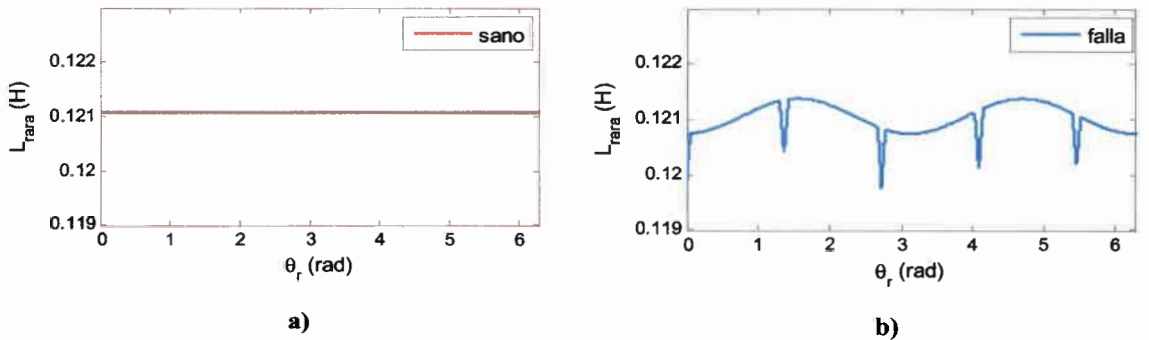
Particularmente el análisis se centra en el par electromagnético del MI, evaluando las condiciones de operación en vacío y plena carga. El análisis de los efectos que produce la falla sobre otras variables eléctricas de interés se presentará en los capítulos siguientes.

En la Figura III.5 se grafica la evolución de la inductancia propia de la fase  $a$  del estátor para el motor con y sin falla, elemento [1,1] de la matriz (3.8), como función de la posición del rotor.



**Figura III.5: Inductancia propia de la fase  $a$  de estator. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

En la figura III.6 se muestra la evolución de la inductancia propia de la fase  $a$  del rotor para el motor con y sin falla, elemento [1,1] de la matriz (3.9), como función de la posición del rotor

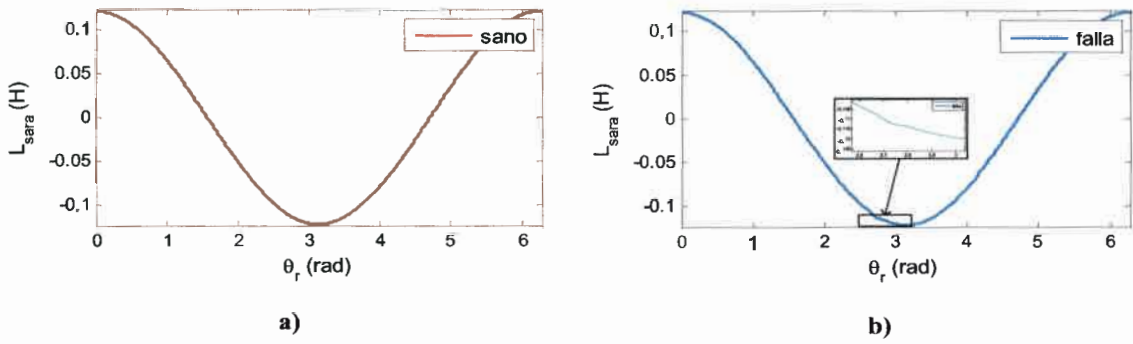


**Figura III.6: Inductancia propia de la fase  $a$  del rotor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

Como se observa en las figuras III.5 y III.6, la incorporación de la falla en el modelo se pone de manifiesto sobre las inductancias como una perturbación periódica, a frecuencia de falla dada por la ecuación (3.1) y expresada en función de la posición de rotor a través de la ecuación (3.34). En la figura III.6-b se observa además una oscilación en la inductancia propia de la fase  $a$  del rotor debida a la falla.

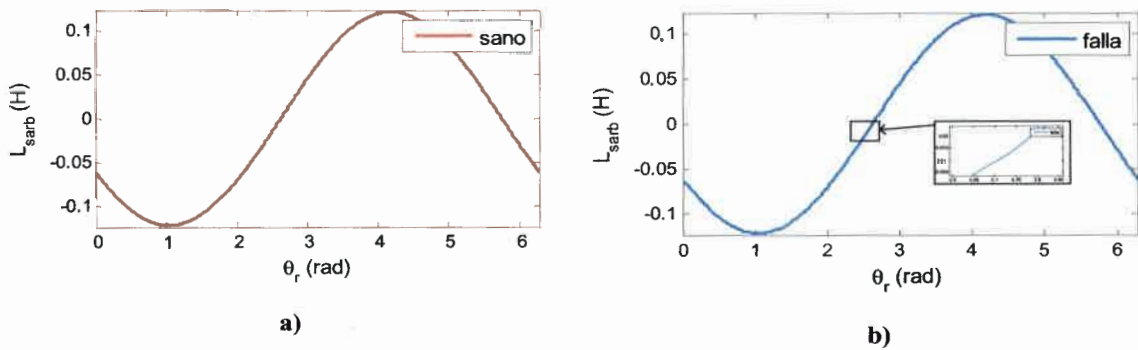
En la figura III.7 se muestra la evolución de la inductancia mutua de la fase  $a$  del rotor con respecto a la fase  $a$  del estator para el motor con y sin falla, elemento [1,1] de la matriz (3.10), como función de la posición del rotor.





**Figura III.7: Inductancia mutua entre la fase *a* de rotor y la fase *a* de estátor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

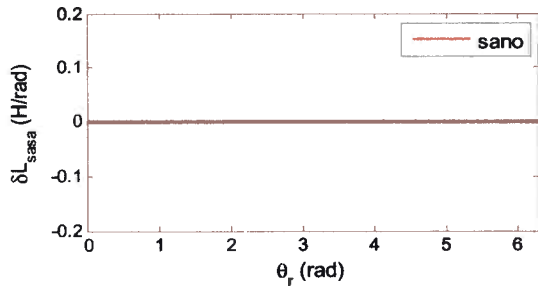
En la figura III.8 se grafica la evolución de la inductancia mutua de la fase *b* del rotor con respecto a la fase *a* de estátor para el motor con y sin falla, elemento [2,1] de la matriz (3.10), como función de la posición del rotor.



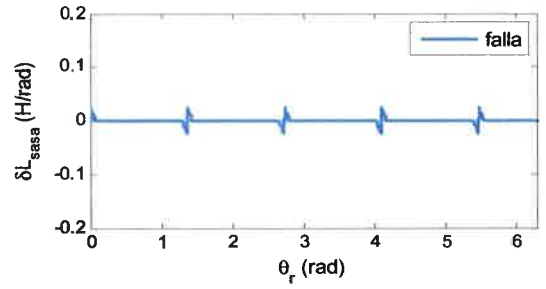
**Figura III.8: Inductancia mutua entre la fase *b* de rotor y la fase *a* de estátor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

En las figuras III.7 y III.8 se puede observar que, al igual que lo ocurrido con las inductancias propias, la presencia de la falla produce perturbaciones sobre las inductancias mutas del MI tal como se puede ver en el detalle de estas figuras. Las perturbaciones en las inductancias mutuas son de un orden 10 veces menor que en las inductancias propias. Estas variaciones se pueden apreciar sobre las derivadas de las inductancias mutuas, o bien con el uso de herramientas como el análisis de ondas [77]. Una vez obtenidas las inductancias del MI para cada posición del rotor, se calcularon las sus derivadas. Este cálculo es necesario para obtener el par electromagnético, tal como se expresa en las ecuaciones (3.31) y (3.32).

En las figura III.9 y III.10 se grafican la derivada de la inductancia propia de la fase *a* de estátor y de la fase *a* de rotor de respectivamente, para el motor con y sin falla.

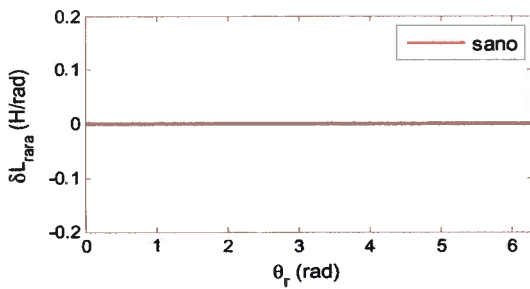


a)

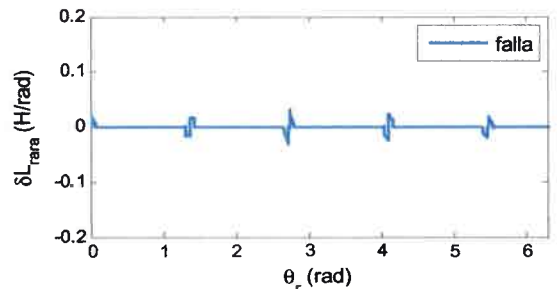


b)

**Figura III.9: Derivada de inductancia propia de la fase  $a$  de estátor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**



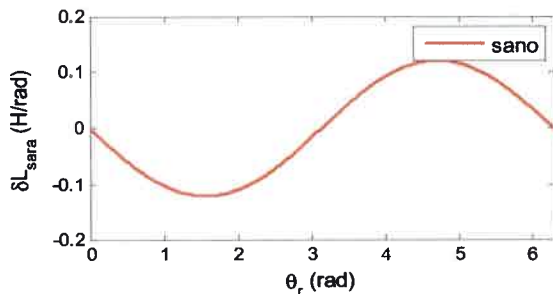
a)



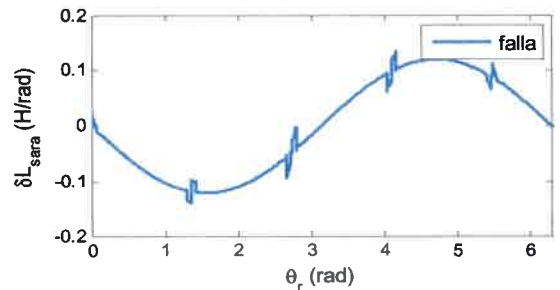
b)

**Figura III.10: Derivada de inductancia propia de la fase  $a$  de rotor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

En la figura III.11 se grafica la derivada de la inductancia mutua entre la fase  $a$  de rotor y la fase  $a$  de estátor. Asimismo, en la figura III.12 se grafica la derivada de la inductancia mutua entre la fase  $b$  de rotor y  $a$  de estator tanto para el motor sano como para el motor con falla.

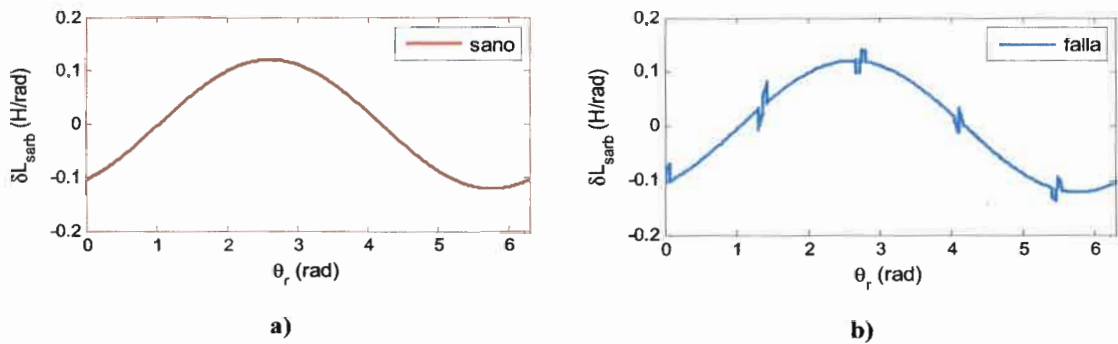


a)



b)

**Figura III.11: Derivada de la inductancia mutua entre la fase  $a$  de rotor y la fase  $a$  de estátor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

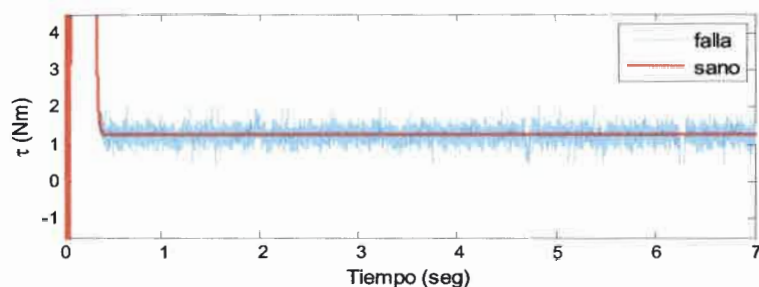


**Figura III.12: Derivada de la inductancia mutua entre la fase *b* de rotor y la fase *a* de estátor. a) Motor sano. b) Motor con falla.**

Como se puede ver en las figuras III.9 a III.12, la presencia de la falla da como resultado una alteración periódica sobre las derivadas de las inductancias. Estas perturbaciones poseen la frecuencia de falla en pista externa y se presentan para aquellos valores de  $\theta_r$  dados por la ecuación (3.34), tal como ocurrió con las inductancias de la máquina. Por otra parte, al comparar las figuras III.5 a III.8 con las figuras III.9 a III.12, se observa que la presencia de la falla resulta más evidente sobre las derivadas de las inductancias de la máquina que sobre las inductancias mismas. Este hecho se debe al cambio instantáneo de pendiente que presenta la función de entrehierro.

Una vez calculadas las inductancias y sus derivadas se efectuó la simulación del modelo completo. En primera instancia se simuló el motor en vacío considerando de manera sucesiva los modelos con y sin falla. Posteriormente se realizaron simulaciones del motor en estado de carga nominal. En estas condiciones se evaluaron los efectos de la falla sobre el par electromagnético obteniendo los resultados que se describen a continuación.

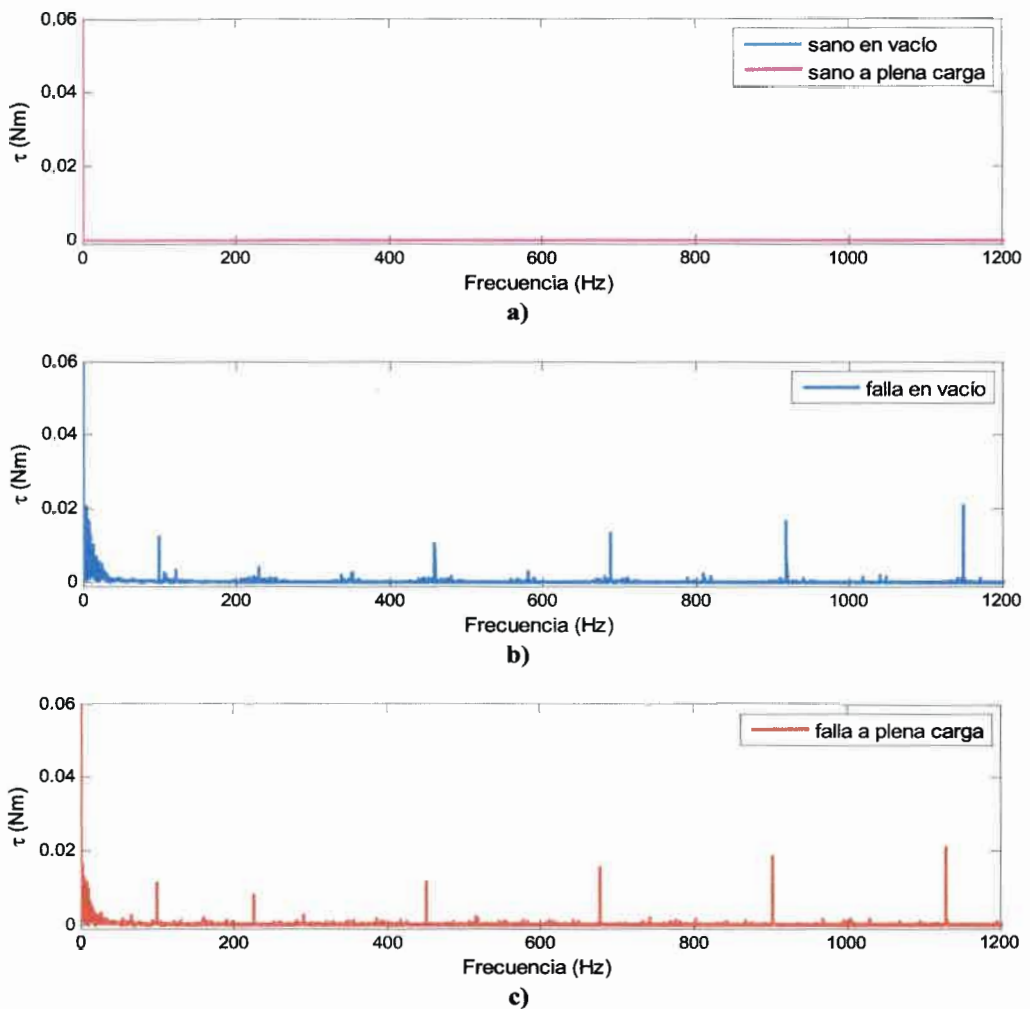
La figura III.13 permite comparar la evolución temporal del par electromagnético del MI en vacío para los casos sano y con falla.



**Figura III.13: Par electromagnético en función del tiempo. Motor en vacío.**

Como se puede ver en la figura III.13, la incorporación de la falla en el modelo del MI provoca una variación en el par electromagnético. Dicha variación resulta evidente durante el funcionamiento en régimen del MI en donde se observa que, a diferencia del motor sano, el par electromagnético del MI con falla presenta una componente oscilante que se adiciona a su valor medio, provocando que el par instantáneo varíe de manera oscilante alrededor de su valor medio, siendo la amplitud de esta oscilación dependiente de la severidad de la falla.

En las figuras III.14 y III.15 se presentan los resultados del análisis en frecuencia del par electromagnético en régimen permanente para cada condición considerada hasta el momento. En la figura III.14-a) se muestran los espectros en frecuencia del motor sano para los dos estados de carga considerados hasta el momento. La figura III.14-b) corresponde al espectro en frecuencia para el motor con falla y en vacío. Asimismo, la figura III.14-c) corresponde al motor con falla a plena carga.



**Figura III.14: Espectro de frecuencias del par electromagnético.**

En la figura III.15 se presenta nuevamente el espectro del motor con falla en vacío, presentando en este caso la región del espectro comprendida entre 0 y 1300 [Hz], y se indican en este caso las frecuencias asociadas a cada componente del espectro.

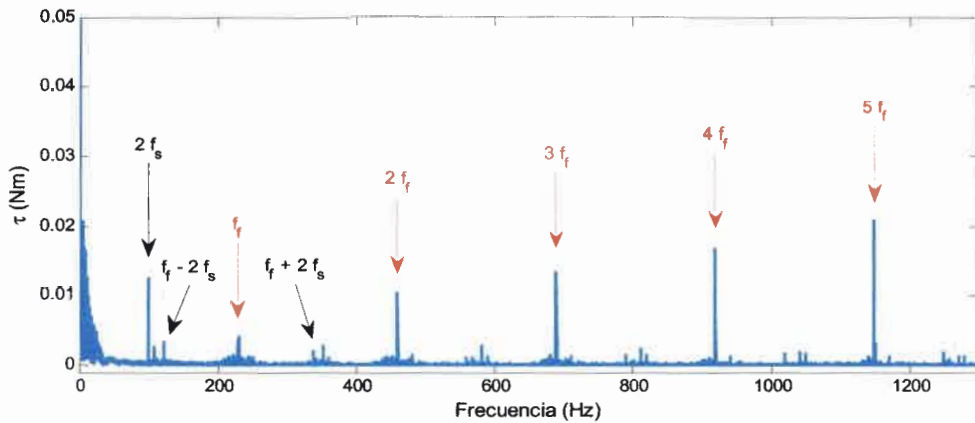


Figura III.15: Espectro de frecuencias del par electromagnético. Motor en vacío.

En la figura III.15 se puede observar que el espectro de frecuencias del MI con falla contiene una serie de componentes a frecuencia característica de falla en rodamiento  $f_f$  y múltiplos de dicha frecuencia,  $k \times f_f$ , siendo  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Por conveniencia, sólo se muestra el rango de frecuencias que incluye hasta el 5º armónico de frecuencia de falla. Sin embargo, los armónicos se presentan también en un rango de frecuencia superior. En adición a las componentes de falla se puede observar una componente de 100 Hz, la cual también se indicada en la figura. Asimismo, cada una de las componentes de frecuencia de falla posee bandas laterales situadas a  $\pm 100$  Hz de la componente de frecuencia de falla. Estas bandas laterales están asociadas a la aparición de la componente de 100 Hz y presentan una amplitud reducida en comparación con las componentes de falla.

### 3.5. Conclusiones

Los resultados obtenidos a partir del modelo propuesto permiten concluir que la presencia de la falla provoca alteraciones periódicas sobre las inductancias propias y mutuas del motor y sobre sus derivadas. Esta perturbación posee la frecuencia característica de falla en el rodamiento y resultan más notorias sobre las derivadas de las inductancias que sobre las inductancias.

En relación al análisis del par electromagnético en función del tiempo se observa que la presencia de la falla se ve reflejada como una oscilación de los valores instantáneos de la variable con respecto a su valor medio.

El análisis en frecuencia del par, por otra parte, demostró que debido a la falla se originan componentes visibles en el espectro de frecuencias, las cuales no existen en el caso del motor sano para ninguno de los estados de carga analizados. La frecuencia de estas componentes varía con el estado de carga debido a la dependencia de este parámetro con la velocidad del MI.

Un análisis en detalle del espectro de frecuencias permitió observar la presencia de componentes a frecuencia característica de falla y múltiplos enteros de dicha frecuencia. Este comportamiento se valida con los resultados obtenidos por otros autores para este tipo de fallas, mediante el uso de diferentes técnicas como el análisis de vibraciones [66][78]-[80], análisis de variables eléctricas [18][20][42][71] y análisis de emisiones acústicas [39].

## **IV. DIAGNÓSTICO DE FALLAS A PARTIR DEL MONITOREO DE VARIABLES ELÉCTRICAS**

### ***4.1. Introducción***

El diagnóstico de fallas en rodamientos de motores de inducción (MI) a través de la información contenida en las variables eléctricas ha constituido un tema de gran interés para la industria. Una de las ventajas que presenta esta técnica frente a otras utilizadas en la actualidad es la posibilidad de implementarla de manera remota, adquiriendo las señales de interés a partir de los tableros de medición y de protección, ubicados generalmente fuera del ambiente de trabajo del MI. Este hecho, sumado a la posibilidad de aprovechar los sensores de tensión y corriente que se instalan previamente para la protección del MI, constituyen una motivación para la implementación de esta técnica en el diagnóstico de fallas en rodamientos.

La información que se obtiene de las variables eléctricas acerca de los rodamientos puede a su vez analizarse mediante diferentes estrategias. Para comprender el fundamento de dichas estrategias, se analiza en este capítulo el modo en el que se modifica el comportamiento de las variables eléctricas del MI cuando se presenta una falla en rodamientos.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: En primera instancia se describen los fundamentos de seis estrategias: el análisis de la firma de corriente, de la potencia instantánea por fase, del par electromagnético, del módulo del vector corriente (MVC), de las potencias real e imaginaria instantáneas y del módulo de la potencia compleja. Luego de describir cada estrategia, se realiza su implementación en simulación. Estas simulaciones se llevan a cabo utilizando el modelo matemático del MI con falla en rodamientos, presentado en el capítulo III. Asimismo, los parámetros utilizados en dicho modelo corresponden al MI utilizado en el capítulo V para la evaluación experimental de las estrategias presentadas en este capítulo.

### ***4.2. Diagnóstico de fallas a través de variables eléctricas***

Las fallas mecánicas que se presentan en el MI, tales como desalineación, excentricidad y defectos en rodamientos, provocan variaciones armónicas del entrehierro de la máquina [81]. Estas variaciones en el entrehierro dan como resultado cambios armónicos en las reluctancias de los circuitos magnéticos, debido a los cuales se

originan corrientes armónicas en el estátor a frecuencias relacionadas con el tipo de falla que dio origen a este proceso [82].

A continuación se presentan seis estrategias basadas en el análisis de la información contenida en las variables eléctricas del MI, describiendo de manera breve el fundamento que valida la utilización de las mismas para el diagnóstico de fallas en rodamientos.

#### 4.2.1. Análisis de la firma de corriente

Dentro de las fallas que afectan a los MIs es posible distinguir aquellas que afectan la permeancia del entrehierro. Tal es el caso de fallas que producen desplazamientos relativos entre el eje del rotor y el centro geométrico del estátor.

En el capítulo III se observó que el efecto de la variación armónica del entrehierro del MI producida por una falla periódica de frecuencia  $\omega_f = 2\pi f_f$ , se traduce como perturbaciones sobre las inductancias del MI en esa misma frecuencia. De acuerdo a lo establecido en [83], si se presenta en las inductancias del MI una perturbación de frecuencia  $\omega_f$ , ésta se verá reflejada en la aparición de componentes espectrales sobre la corriente de estátor a frecuencia  $|\omega_s \pm k\omega_f|$ , siendo  $\omega_s$  la frecuencia fundamental de alimentación del MI y  $k = 1, 2, 3, \dots$  [20][32][42].

De este modo, la corriente de estator resulta:

$$i_{sf} = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t - \alpha_s) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{2} I_{lk} \cos[(\omega_s - k\omega_f)t - \alpha_{lk}] + \sqrt{2} I_{rk} \cos[(\omega_s + k\omega_f)t - \alpha_{rk}] \right\} \quad (4.1)$$

donde  $i_{sf}$  es la corriente de una fase del estátor debida a la falla,  $I_s$  es el valor eficaz de la corriente de frecuencia fundamental,  $I_{lk}$  e  $I_{rk}$  son los valores eficaces de la corriente de frecuencias inferior y superior a la fundamental respectivamente producidas por la componente de falla de frecuencia  $k\omega_f$  y  $\alpha_{sk}$ ,  $\alpha_{lk}$  y  $\alpha_{rk}$  son los ángulos de fase correspondientes. En las estrategias subsiguientes se omite el operador sumatoria de (4.1), generalizando el análisis para la componente  $k$ -ésima.

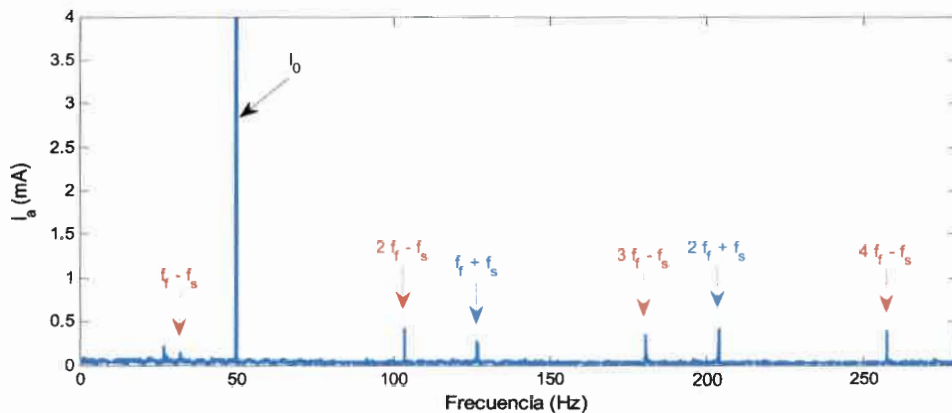
A partir de la ecuación (4.1) se puede observar que la corriente de estátor presentará una modulación en amplitud debido a las componentes producidas por la falla. Este comportamiento se evidencia además en el espectro de frecuencias por la aparición de bandas laterales a la frecuencia de falla  $f_f$  y  $k$  múltiplos de esta frecuencia, en torno a



la componente de frecuencia de alimentación  $f_s$ , es decir  $|f_s \pm k f_f|$ . Este hecho constituye el fundamento del análisis espectral de la corriente de estator.

A continuación se ilustra este comportamiento a través del análisis de la firma de corriente del MI cuyo modelo matemático se presentó en el capítulo III. El modelo mencionado representa un MI de 5,5 kW y dos pares de polos, en el cual se considera la existencia de una falla puntual en la pista externa de uno de sus rodamientos. La frecuencia de falla resultante considerando el motor en vacío es de  $f_f = 77 \text{ Hz}$ .

En la figura IV.1 se presenta el espectro de frecuencias de la corriente de la fase  $a$  de estátor, obtenido por la aplicación de la transformada de Fourier a la señal en el tiempo correspondiente.



**Figura IV.1: Espectro de frecuencias de la corriente de la fase  $a$  del MI con falla en vacío.**

En la figura IV.1 es posible observar que la corriente está conformada por la componente de frecuencia fundamental, presente también en el espectro de un MI sin falla. En adición a esta componente se pueden distinguir las componentes armónicas asociadas a la falla, cuya frecuencia está dada por  $|f_s \pm k f_f|$ . Debido a que son las componentes de mayor amplitud, sólo se presentan en la figura los cuatro primeros armónicos de la frecuencia de falla.

#### **4.2.2. Análisis del módulo del vector de Park**

El concepto del vector corriente o de Park se origina en la posibilidad de representar fenómenos que ocurren en un sistema trifásico y particularmente en las corrientes de dicho sistema, utilizando un sistema bifásico, es decir, constituido por dos corrientes cuyo efecto conjunto es igual al que producen las tres corrientes del sistema original.

Esto es posible debido a que en los MI de uso industrial no existe conexión del neutro al centro de estrella del motor.

En condiciones ideales, es decir, en el caso de un MI sin falla, es posible expresar las corrientes de estátor en un sistema estacionario de ejes  $abc$  como:

$$i_a(t) = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t - \alpha_s) \quad (4.2)$$

$$i_b(t) = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} - \alpha_s\right) \quad (4.3)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} - \alpha_s\right) \quad (4.4)$$

donde  $I_s$  es el valor eficaz de la corriente de estátor y  $\alpha_s$  es el ángulo inicial de la fase  $a$  respecto al eje de referencia.

El procedimiento para obtener el vector corriente o vector de Park consiste en proyectar las corrientes de estátor, que originalmente se representan sobre un sistema estacionario de ejes  $abc$  tal como lo describen (4.2)-(4.4), sobre un referencial estacionario constituido por dos ejes  $q-d$ , ortogonales entre si, es decir :

$$i_d(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} i_a(t) - \sqrt{\frac{1}{6}} i_b(t) - \sqrt{\frac{1}{6}} i_c(t) \quad (4.5)$$

$$i_q(t) = \sqrt{\frac{1}{2}} i_b(t) - \sqrt{\frac{1}{6}} i_c(t) \quad (4.6)$$

De este modo, se obtiene un sistema de dos corrientes  $i_q$  e  $i_d$  las cuales finalmente se suman en forma vectorial para obtener el vector corriente el cual produce un efecto equivalente al sistema original  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  [71][84]-[86]. El módulo de este vector resulta:

$$|i_d(t) + j i_q(t)|^2 = \frac{3}{2} \hat{I}_s^2 \quad (4.7)$$

donde  $\hat{I}_s$  es el valor máximo de la corriente de alimentación del MI.

El análisis del módulo del vector corriente (MVC) se fundamenta en el hecho de que en condiciones ideales el vector corriente posee módulo constante, describiendo una trayectoria perfectamente circular en el plano  $i_q$  vs  $i_d$ . Sin embargo, en condiciones de funcionamiento anormales el módulo de este vector se modifica, tal como se describe a continuación.

Si se considera la presencia de una falla de carácter periódico, la cual origina una pulsación de frecuencia  $\omega_f$  en el MI, la corriente de estátor se verá modificada como consecuencia de la aparición de componentes originadas por la falla, definidas como:

$$i_l(t) = \sqrt{2} I_{lk} \cos\left[(\omega_s - k \omega_f)t - \alpha_{lk}\right] \quad (4.8)$$

$$i_r(t) = \sqrt{2} I_{rk} \cos\left[(\omega_s + k \omega_f)t - \alpha_{rk}\right] \quad (4.9)$$

Así, las corrientes de alimentación descritas para el caso ideal mediante (4.2) a (4.4) se modifican de la forma descrita en (4.1), resultando:

$$i_{af} = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t - \alpha_s) + \sqrt{2} I_{lk} \cos\left[(\omega_s - k \omega_f)t - \alpha_{lk}\right] + \sqrt{2} I_{rk} \cos\left[(\omega_s + k \omega_f)t - \alpha_{rk}\right] \quad (4.10)$$

$$i_{bf} = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t - \alpha_s - \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2} I_{lk} \cos\left[(\omega_s - k \omega_f)t - \alpha_{lk} - \frac{2\pi}{3}\right] + \sqrt{2} I_{rk} \cos\left[(\omega_s + k \omega_f)t - \alpha_{rk} - \frac{2\pi}{3}\right] \quad (4.11)$$

$$i_{cf} = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t - \alpha_s + \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2} I_{lk} \cos\left[(\omega_s - k \omega_f)t - \alpha_{lk} + \frac{2\pi}{3}\right] + \sqrt{2} I_{rk} \cos\left[(\omega_s + k \omega_f)t - \alpha_{rk} + \frac{2\pi}{3}\right] \quad (4.12)$$

donde  $i_{jf}$  es la corriente de la fase  $j$  de estátor debida a la falla.

Utilizando la transformación de Park definida por (4.5) y (4.6), es posible obtener las corrientes  $i_q$  e  $i_d$  para la condición de falla del MI. Luego, el módulo del vector corriente queda definido para esta condición como:

$$\left| i_d(t) + j i_q(t) \right|^2 = 3(I_s^2 + I_{lk}^2 + I_{rk}^2) + 6I_s I_{lk} \cos(k \omega_f t - \alpha_s + \alpha_{lk}) + 6I_s I_{rk} \cos(k \omega_f t + \alpha_s - \alpha_{rk}) + 6I_l I_{rk} \cos(2k \omega_f t + \alpha_{lk} - \alpha_{rk}) \quad (4.13)$$

La ecuación (4.13) establece que en estas condiciones el MVC queda constituido por una componente constante cuya amplitud estará asociada a la amplitud de la componente fundamental y a la amplitud de las componentes de falla, y adicionalmente por componentes de frecuencia de falla  $\omega_f$  y  $k$  múltiplos de esta frecuencia [71].

A continuación se ilustra el resultado obtenido utilizando los datos de simulación del MI con falla en uno de sus rodamiento. Al igual que para la estrategia precedente se considera el MI en vacío, dando como resultado una frecuencia de falla de  $f_f = 77 [Hz]$ .

En la figura IV.2 se presenta el espectro en frecuencia del MVC para el MI en vacío.

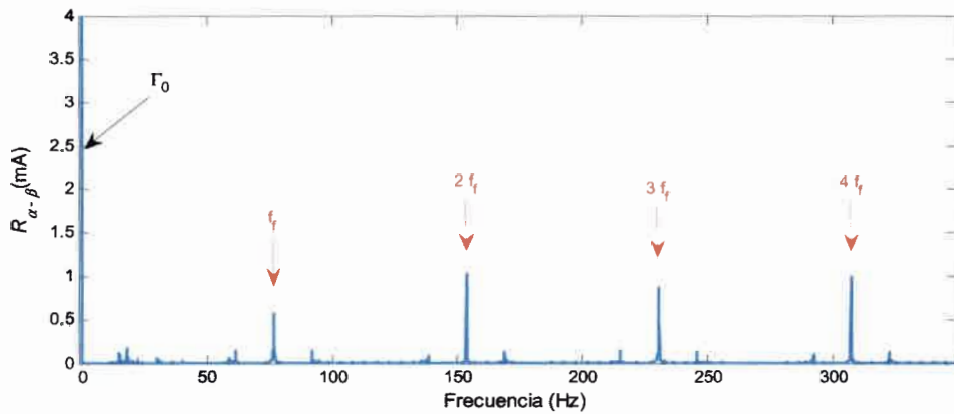


Figura IV.2: Espectro de frecuencias del MVC del MI en vacío con falla.

En la figura IV.2 se puede observar que el MVC posee un valor medio  $\Gamma_0$  definido de acuerdo a (4.13) como  $3(I_s^2 + I_l^2 + I_r^2)$ . Si bien esta componente también está presente en el MI sin falla, su valor difiere en uno y otro caso, tal como se observa al comparar (4.13) y (4.7). Asimismo, debido a la falla se adicionan al MVC componentes a la frecuencia de falla  $f_f$  y  $k$  múltiplos enteros de esta frecuencia, de los cuales se presentan en la figura los primeros tres múltiplos. La adición de estas componentes da como resultado que el MVC presente un valor oscilante alrededor del valor medio  $\Gamma_0$ .

#### 4.2.3. Análisis de la potencia instantánea de fase

La presencia de anomalías mecánicas en el MI genera perturbaciones periódicas en las variables eléctricas del MI. En el apartado precedente se analizaron estas perturbaciones utilizando la información contenida en la corriente de una de las fases del estátor. Sin embargo, debido a que estas anomalías originan también oscilaciones en el par del MI, como así también oscilaciones en el deslizamiento y en la velocidad del MI [45][82], es posible utilizar otras estrategias dentro de las cuales se encuentran el análisis de la potencia trifásica ( $P$ ) y de la potencia instantánea por fase ( $P^{i\phi}$ ) del MI [82][87][88].

La  $P^{1\varnothing}$  se obtiene como el producto de la tensión y la corriente instantáneas de una fase, así, tomando como tiempo inicial el instante en el cual la tensión de la fase  $a$  posee su valor máximo positivo, la tensión de la fase  $a$  queda definida como [82]:

$$v_a = \sqrt{2} V_s \cos(\omega_s t) \quad (4.14)$$

donde  $V_s$  es el valor eficaz de la tensión de fase.

Por otra parte la corriente de la fase  $a$  para el caso sin falla es:

$$i_a = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t - \alpha_s) \quad (4.15)$$

Entonces la potencia instantánea de fase  $P^{1\varnothing}$ , para la fase  $a$  resulta:

$$P_a^{1\varnothing} = v_a i_a \quad (4.16)$$

Utilizando (4.14) y (4.15) se obtiene:

$$P_a^{1\varnothing} = \frac{1}{2} V_s I_s [\cos(2\omega_s t - \alpha_s) + \cos(\alpha_s)] \quad (4.17)$$

La ecuación (4.17) establece que en condiciones ideales la  $P^{1\varnothing}$  presenta una variación sinusoidal con amplitud constante y frecuencia de pulsación de  $2\omega_s$ .

Tal como se mencionó previamente, si se presenta en el MI una falla de carácter periódico, dará origen a una modulación en la amplitud de las corrientes de estátor. En estas condiciones, la corriente de la fase  $a$  de estátor se puede definir como:

$$i_{sf} = i_s + i_l + i_r \quad (4.18)$$

$$i_{sf} = I_s \cos(\omega_s t - \alpha_s) + I_{lk} \cos[(\omega_s - k\omega_f)t - \alpha_{lk}] + I_{rk} \cos[(\omega_s + k\omega_f)t - \alpha_{rk}] \quad (4.19)$$

A partir (4.14), (4.16) y de la corriente definida en (4.19), la  $P^{1\varnothing}$  para la fase  $a$  resulta:

$$P_{af}^{1\varnothing}(t) = P_a^{1\varnothing} + V_s I_{lk} \cos[(2\omega_s - k\omega_f)t - \alpha_{lk}] + V_s I_{rk} \cos[(2\omega_s + k\omega_f)t - \alpha_{rk}] + V_s I_{lk} \cos(k\omega_f t + \alpha_{lk}) + V_s I_{rk} \cos(k\omega_f t - \alpha_{rk}) \quad (4.20)$$

donde  $P_a^{1\varnothing}$  se definió por la ecuación (4.17). Las expresiones correspondientes a las fases  $b$  y  $c$  son similares a excepción del ángulo de  $120^\circ$ , correspondiente a la posición del eje cada fase respecto al eje de referencia.

En la ecuación (4.20) se puede observar que, debido a la falla, la potencia instantánea por fase queda conformada por la suma de las potencias asociadas a cada una de las corrientes presentes en (4.19). La ecuación (4.20) se puede describir a partir de su contenido en frecuencias de la siguiente manera: El primer término corresponde a la

potencia del MI sin falla  $P_a^{1\varnothing}$  que posee una componente constante y otra de frecuencia  $2\omega_s$ , el segundo y tercer términos son producidos por  $i_l$  e  $i_r$  respectivamente originando bandas laterales de frecuencia  $\pm k\omega_f$  alrededor de la componente a  $2\omega_s$ . Los dos términos restantes de (4.20) producidos por  $i_l$  e  $i_r$  poseen la frecuencia de la falla  $\omega_f$ , por lo tanto dan como resultado una única componente que pulsa en dicha frecuencia y cuya amplitud es la suma instantánea de ambos términos.

Resultados similares se obtienen analizando la potencia bifásica, la cual se obtiene del producto de la tensión entre dos fases (tensión de línea), y una corriente de línea [82].

A continuación se ilustra el resultado obtenido. Para ello se utilizan los datos de simulación del MI con falla en uno de sus rodamiento, cuyo modelo matemático se describió en el capítulo previo. Al igual que para la estrategia precedente se considera el MI en vacío, con lo cual la frecuencia de falla resulta  $f_f = 77 [Hz]$ .

En la figura IV.3 se presenta el espectro en frecuencia de la potencia instantánea por fase del MI.

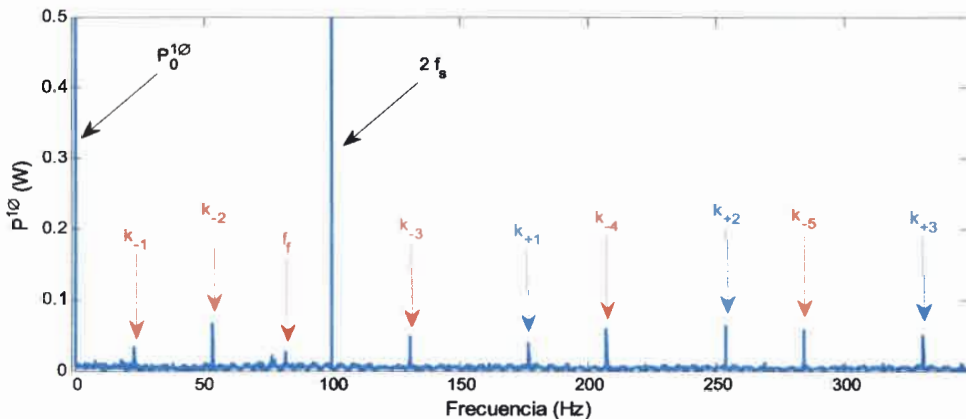


Figura IV.3: Espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase del MI en vacío con falla.

En la figura IV.3 se puede observar como queda conformada la potencia instantánea por fase como consecuencia de la falla. En el espectro se aprecia una componente asociada al valor medio  $P_0^{1\varnothing}$  y una componente del doble de la frecuencia de alimentación  $2f_s$  ambas presentes también en el MI sin falla. Adicionalmente, debido a la falla se originan componentes oscilantes que poseen frecuencia  $|2f_s \pm k f_f|$ , conformando bandas laterales entorno a la componente del doble de frecuencia de alimentación  $2f_s$ . En la figura, el orden armónico de las bandas laterales está dado por el valor del

subíndice de la constante  $k$ , mientras que el signo indica si se trata de la banda lateral inferior o superior, así, la componente  $k_i$  en el espectro corresponde al  $i$ -ésimo armónico inferior, mientras que la componente  $k_{+i}$  corresponde al  $i$ -ésimo armónico superior. Asimismo es posible observar en la figura una componente a la frecuencia de falla  $f_f$ , de acuerdo con lo expresado por la ecuación (4.20). Por simplicidad sólo se presentan algunos de los primeros armónicos de la frecuencia de falla.

#### 4.2.4. Análisis de las potencias real e imaginaria

El análisis de las potencias real e imaginaria, o potencias activa y reactiva instantáneas, se fundamenta en la aplicación en la teoría  $p$ - $q$ , o teoría de potencia instantánea, la cual se describe en detalle en [55].

Como se mencionó anteriormente, los sistemas de variables trifásicas pueden ser tratados a partir de transformaciones coordenadas, como sistemas bifásicos. En la teoría de potencia instantánea se propone una transformación en la cual el sistema de variables trifásicas de ejes  $abc$  se proyecta sobre un sistema de ejes ortogonales  $\alpha\beta 0$ , estacionario en el tiempo. Esta transformación, denominada transformación de Clarke, se aplica a variables dependientes del tiempo, y por ello el análisis de potencia instantánea puede utilizarse sin restricciones del contenido de frecuencias ni de las formas de onda de las corrientes y tensiones del MI.

La transformación  $abc$  a  $\alpha\beta 0$  se define para las corrientes de estátor en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Donde  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  se pueden expresar para un MI sin falla cómo en (4.2)-(4.4).

De manera similar se puede aplicar la transformación a las tensiones de fase de estátor del referencial  $abc$  al referencial  $\alpha\beta 0$  como:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Análogamente  $v_a$ ,  $v_b$ , y  $v_c$  se pueden expresar para un MI sin falla como:

$$v_a(t) = \sqrt{2} V_s \cos(\omega_s t - \beta_s) \quad (4.23)$$

$$v_b(t) = \sqrt{2} V_s \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} - \beta_s\right) \quad (4.24)$$

$$v_c(t) = \sqrt{2} V_s \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} - \beta_s\right) \quad (4.25)$$

Donde  $V_s$  es el valor eficaz de la tensión de fase del estátor y  $\beta_s$  es el ángulo de fase inicial de la tensión.

Para el caso de los motores bajo estudio, donde no existe conexión de neutro es posible despreñar la componente 0, eliminando la primera fila de las matrices (4.21) y (4.22).

En estas condiciones la corriente total se puede definir en forma compleja en función de las corrientes del eje  $\alpha$  y del eje  $\beta$  como:

$$\mathbf{i} = i_\alpha + j i_\beta \quad (4.26)$$

De manera similar, la tensión total queda definida como:

$$\mathbf{v} = v_\alpha + j v_\beta \quad (4.27)$$

Por otra parte, la potencia compleja se puede obtener a partir del producto de (4.26) y (4.27):

$$\mathbf{s} = \mathbf{v} \mathbf{i}^* = (v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta) + j(v_\beta i_\alpha - v_\alpha i_\beta) \quad (4.28)$$

La ecuación (4.28) define una potencia compleja, cuya parte real se denomina potencia activa instantánea, y cuya parte imaginaria se denomina potencia reactiva instantánea.

#### a). *Análisis de la potencia activa y reactiva instantáneas*

La potencia activa instantánea  $p$  representa la energía fluyendo entre dos sistemas por unidad de tiempo. Está potencia se expresa en términos de corriente y tensión como:

$$p = i_\alpha v_\alpha + i_\beta v_\beta \quad (4.29)$$



En el caso de una máquina trifásica,  $p$  es la potencia activa trifásica instantánea, es decir:

$$p(t) = v_a(t) i_a(t) + v_b(t) i_b(t) + v_c(t) i_c(t) \quad (4.30)$$

Por otra parte, la potencia reactiva se define en términos de corriente y tensión como:

$$q = v_\beta i_\alpha - v_\alpha i_\beta \quad (4.31)$$

La potencia imaginaria (reactiva) instantánea  $q$  representa la cantidad de energía que está siendo intercambiada entre las fases del sistema por unidad de tiempo. Esta energía no contribuye a la energía total transferida en el sistema entre la fuente y la carga. En el caso de una máquina sin falla  $q$  se constituye solamente por la potencia reactiva  $Q$  del MI.

Las ecuaciones (4.2) a (4.4) y (4.23) a (4.25) definen respectivamente las corrientes y tensiones de alimentación del MI en condiciones ideales, es decir en ausencia de fallas. Sin embargo, las transformaciones coordenadas que intervienen en esta estrategia no imponen restricciones acerca de la forma de onda o del contenido en frecuencia de las variables a transformar, por lo tanto las ecuaciones presentadas en este apartado son válidas aún en presencia de falla en el MI.

Si se presenta en el MI un defecto de carácter periódico con una frecuencia  $f_f$ , las corrientes de estator se modifican como consecuencia de la perturbación. En estas condiciones la corriente de estator queda definida para cada fase como en (4.10) a (4.12) [89]:

A partir de (4.10) a (4.12) y considerando la tensión de alimentación sinusoidal, es posible obtener las expresiones de la potencia instantánea para la condición de falla considerada:

$$p_f = P_0 + 3VI_{lk} \cos(k\omega_f t + \varphi_{lk}) + 3VI_{rk} \cos(k\omega_f t - \varphi_{rk}) \quad (4.32)$$

Los ángulos  $\varphi_{lk}$  y  $\varphi_{rk}$  son asociados al defasaje de las corrientes de falla en relación a la tensión de alimentación, es decir:

$$\varphi_{lk} = \beta_{lk} - \alpha_{lk} \quad \text{y} \quad \varphi_{rk} = \beta_{rk} - \alpha_{rk} \quad (4.33)$$

En la ecuación (4.32) se puede observar que la potencia real instantánea esta constituida por una potencia media  $P_0$ , la cual también está presente en el MI sin falla. Al valor medio se adicionan dos componentes de amplitud oscilante y frecuencia  $\omega_f$  y  $k$

múltiplos de esta frecuencia. La primera de estas componentes se debe a la banda lateral inferior cuya amplitud es  $3VI_i$ ; La componente restante se debe a la banda lateral superior con amplitud de  $3VI_r$ .

Para obtener la potencia imaginaria instantánea en caso de falla se introducen las corrientes de falla en (4.31), considerando nuevamente las tensiones sinusoidales. La potencia imaginaria instantánea resulta:

$$q_f = Q_0 + 3VI_i \text{sen}(k\omega_f t + \varphi_i) - 3VI_r \text{sen}(k\omega_f t - \varphi_r) \quad (4.34)$$

En la ecuación (4.34) es posible apreciar como estará constituida la potencia imaginaria instantánea. El término  $Q_0$  está asociado al valor medio de la potencia imaginaria, siendo el valor que asume la variable si no existe la falla en el MI. Los términos restantes que se presentan en (4.34) proporcionan a  $q$  una oscilación de frecuencia de falla  $\omega_f$  y en  $k$  múltiplos de esta frecuencia. Tal como ocurre con la potencia real, el primero de los términos de amplitud  $3VI_i$  se debe a la componente de frecuencia inferior, mientras que el término restante se debe a la componente de frecuencia superior a la fundamental y posee amplitud  $3VI_r$ , pero en este caso posee signo opuesto.

A continuación se ilustra el resultado obtenido. Para ello se utilizan los datos de simulación del MI con falla en uno de sus rodamientos. Al igual que en la estrategia precedente se considera el MI en vacío, dando una frecuencia de falla de  $f_f = 77 [Hz]$ .

En la figura IV.4 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia real instantánea para el MI en vacío con falla, obtenida mediante la aplicación de la transformada discreta de Fourier a las señales en el tiempo correspondientes.

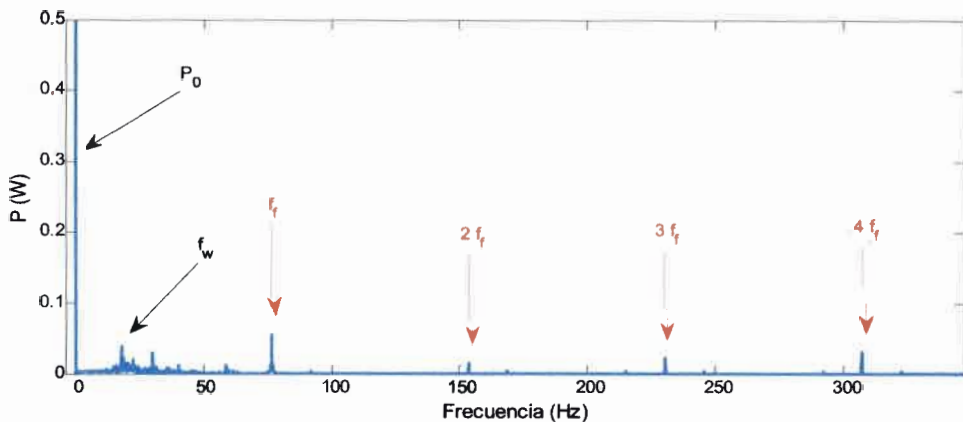
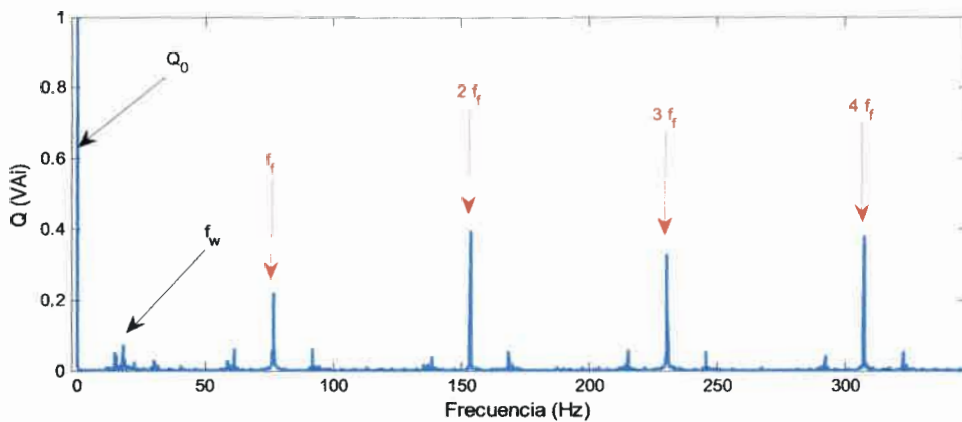


Figura IV.4: Espectro de frecuencias de la potencia real instantánea del MI con falla en vacío.

En la figura IV.4 se puede observar que el espectro de la potencia real instantánea contiene una componente  $P_0$  asociada al valor medio de la potencia, la cual como se dijo, también está presente en el caso del MI sin falla. Por otra parte se puede ver en el espectro componentes armónicas de frecuencia de falla  $f_f$  y múltiplos enteros de esta frecuencia, presentando en este caso los cuatro primeros armónicos. La componente ubicada en la figura como  $f_w$  está asociada a la diferencia entre la frecuencia de falla y la frecuencia de alimentación de MI.

En la figura IV.5 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea del MI en vacío con falla.



**Figura IV.5: Espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea del MI en vacío con falla.**

En la figura IV.5 se observa una composición similar de la potencia imaginaria, siendo en este caso  $Q_0$  la componente asociada al valor medio de la potencia imaginaria instantánea. Adicionalmente se puede observar que la potencia imaginaria posee componentes de frecuencia de falla de mayor amplitud que las componentes de falla de la potencia real para la misma falla analizada.

*b). Análisis del módulo de la potencia compleja*

Una estrategia adicional que surge de la potencia instantánea es el análisis del módulo de la potencia compleja [56]. A partir de (4.28), el módulo de la potencia compleja se obtiene como:

$$s = \|s\| = \sqrt{p^2 + q^2} \tag{4.35}$$

En el caso de un MI sin falla, la ecuación anterior representa la potencia aparente trifásica del sistema, calculada a través de su valor eficaz, resultando en un valor

constante. Sin embargo, en presencia de una falla de carácter periódico, el módulo de la potencia compleja se modifica mediante la adición de componentes oscilantes de frecuencia de falla. Reemplazando (4.32) y (4.34) en (4.35) el módulo de la potencia compleja resulta:

$$|S|^2 = S_0^2 + 18V_s^2 \left[ I_s I_r \cos(k\omega_f t + \varphi_s - \varphi_r) + I_s I_l \cos(k\omega_f t - \varphi_s + \varphi_l) + I_l I_r \cos(2k\omega_f t + \varphi_l - \varphi_r) \right] \quad (4.36)$$

Donde  $S_0^2$  y el ángulo de defasaje  $\varphi_s$  se obtienen como:

$$S_0^2 = (3VI_s)^2 + (3VI_l)^2 + (3VI_r)^2 \quad (4.37)$$

$$\varphi_s = \beta_s - \alpha_s \quad (4.38)$$

La ecuación (4.36) establece que en condiciones de falla el módulo de la potencia compleja se constituye de una componente constante  $S$  y una serie de componentes oscilantes de frecuencia  $\omega_f$  y  $k$  múltiplos enteros de esta frecuencia. La amplitud tanto de la componente continua como de las componentes oscilantes dependen de las amplitudes de las corrientes producidas por la falla  $i_l(t)$  e  $i_r(t)$ .

A continuación se ilustran los resultados obtenidos para el caso particular de un MI con falla en uno de sus rodamientos. Las corrientes y tensiones analizadas se obtuvieron por simulación del modelo matemático presentado en el capítulo III. Para comparar este resultado con los anteriores se consideró el MI en vacío, lo cual da como resultado una frecuencia de falla  $f_f = 77 [Hz]$ .

En la figura IV.6 se presenta el espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja obtenido aplicando la FFT a la señal correspondiente en el tiempo.

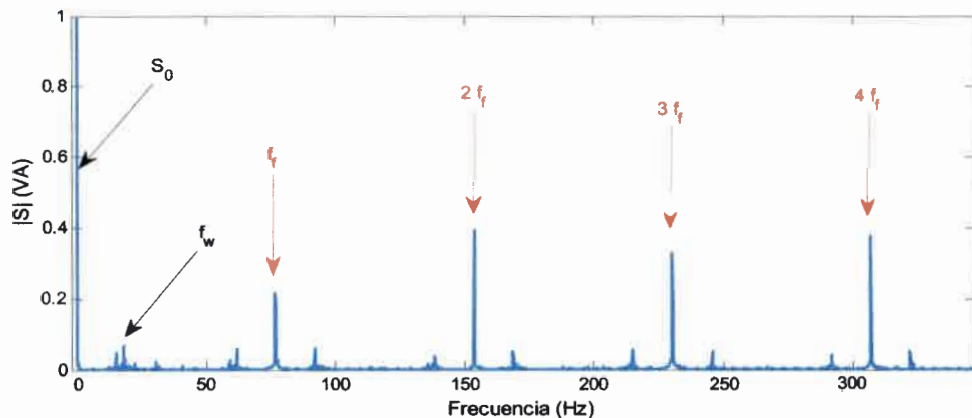


Figura IV.6: Espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja. MI en vacío con falla.

Como se puede observar en esta figura, el módulo de la potencia compleja se constituye de una componente asociada al valor medio  $S_0$  y de una componente pulsante a frecuencia de falla  $f_f$  y múltiplos enteros de esta frecuencia. Por simplicidad sólo se muestran los primeros cuatro armónicos de esta frecuencia.

De manera similar a lo ocurrido con  $p$  y  $q$  se puede observar además de las componentes mencionadas una componente ubicada en la figura como  $f_w$ , la cual está asociada a la diferencia entre la frecuencia de falla y la frecuencia de alimentación de MI.

### **4.3. Conclusiones**

En este capítulo se presentaron diferentes estrategias desarrolladas a partir del monitoreo de las variables eléctricas del MI.

A partir de los resultados de simulación se observó que todas las estrategias analizadas presentan el comportamiento descrito de forma analítica.

En relación al desempeño de cada estrategia se observó que una misma falla se manifiesta por la aparición de bandas laterales en la corriente y en la potencia por fase, alrededor de las componentes de 50 Hz y 100 Hz. En ambos casos las bandas laterales se encontraron separadas de la componente central a la frecuencia de falla  $f_f$ , y múltiplos enteros de esta frecuencia. Asimismo, el análisis de la potencia activa por fase permitió observar además una componente a la frecuencia de falla  $f_f$ .

En el caso del módulo del vector corriente, las potencias real e imaginaria instantáneas y del módulo de la potencia compleja se observaron en el espectro de frecuencias componentes a la frecuencia característica de falla  $f_f$  y en múltiplos enteros de esta frecuencia  $k \times f_f$ . Este comportamiento facilita la detección en el espectro de las componentes asociadas a la falla.

Por otra parte, se observó que la amplitud de cada componente de falla varía entre cada estrategia. Este hecho es particularmente evidente al comparar la potencia real e imaginaria instantáneas.

Finalmente se puede observar que para un mismo rango de frecuencias considerado, la potencia activa por fase contiene una mayor cantidad de componentes armónicas asociadas a la falla en comparación con el resto de las estrategias, favoreciendo la detección de la misma.

## **V. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL**

### **5.1. Introducción**

En este capítulo se implementan de manera experimental diferentes estrategias basadas en el monitoreo de las variables eléctricas del MI con el fin de evaluar su aplicabilidad en el diagnóstico de fallas puntuales en rodamientos. Particularmente se analizan la firma de corriente, el módulo del vector corriente, la potencia activa por fase, el módulo de la potencia compleja, la potencia real y de la potencia imaginaria instantáneas. Los fundamentos de estas estrategias, así como su implementación mediante simulación, se presentaron en el capítulo previo.

El capítulo está organizado de la siguiente manera: en primera instancia se presentan los resultados obtenidos mediante la implementación para el MI en vacío y con falla en uno de sus rodamientos. Posteriormente se analiza el comportamiento de las estrategias en función del estado de carga del MI con falla. Finalmente se evalúa el efecto de la severidad de la falla en el desempeño de cada estrategia.

### **5.2. Procedimiento de ensayos**

Para llevar a cabo la evaluación experimental de las estrategias se utilizaron datos experimentales, obtenidos a partir de un MI en el cual se instalaron de manera sucesiva rodamientos con fallas de diferentes grados de severidad. Se consideraron además, diferentes estado de carga del MI para evaluar su incidencia en el desempeño de las estrategias.

En cada ensayo realizado se registraron las corrientes y tensiones de alimentación del MI durante 16 segundos, adquiriendo a razón de 16.000 muestras por segundo por cada variable. Los datos adquiridos se procesaron empleando Matlab<sup>®</sup> y posteriormente se efectuaron los cálculos presentados en el capítulo IV. De este modo se obtuvieron la corriente de fase, el módulo del vector corriente, la potencia activa por fase, la potencia real instantánea, la potencia imaginaria instantánea y el módulo de la potencia compleja. Posteriormente se empleó la transformada de Fourier para obtener el espectro de frecuencias de cada una de las variables mencionadas.

Los parámetros del MI se resumen en la tabla V.1.

**Tabla V.1: Parámetros del MI**

Parámetro	Designación	Valor
Tensión nominal	$V_n$	220/380 [V]
Corriente nominal	$I_n$	11,6 [A]
Frecuencia de alimentación	$f_w$	50 [Hz]
Potencia nominal	$P_n$	5,5 [kW]
Velocidad nominal	$n_L$	1450 [rpm]
Velocidad en vacío	$n_0$	1495 [rpm]
Pares de polos	$P$	2
Frecuencia de rotor en vacío	$f_r$	$n/60$ [Hz]
Rodamiento del lado de la carga	6308 zz de SKF	
Rodamiento del lado libre	6207 zz de SKF	

Para emular la condición de falla en el MI, se reemplazó el rodamiento del lado de la carga del MI, por tres rodamientos del mismo tipo (6308) en cada uno de los cuales se produjo intencionalmente una perforación de diferente diámetro, realizada sobre la cara exterior de la pista externa, con el fin de afectar la zona de rodadura. En estas condiciones se evaluó el desempeño de las estrategias considerando primeramente el MI en vacío y con una falla puntual de 10 mm de diámetro. Posteriormente se hizo extensivo el análisis para diferentes estados de carga del MI, vacío, 25%, 50% y 75% de carga nominal. Asimismo se analizó el comportamiento de las componentes de frecuencia característica de falla, para fallas de 4 mm, 6 mm y 10 mm con el MI en vacío. Los parámetros de los rodamientos en los cuales se generó la falla son los que resumen en la tabla 2.

**Tabla V.2: Parámetros del rodamiento del lado de la carga (6308zz)**

Parámetro	Designación	Valor
Número de bolas o rodillos	$z$	8
Diámetro de la bola o rodillo	$D_B$	15,062 [mm]
Diámetro medio de la jaula	$D_C$	64,999 [mm]
Ángulo de contacto	$\beta$	0°

Tal como se describió en el capítulo III, la frecuencia característica de la falla puntual en pista externa se obtiene partir de las características geométricas del rodamiento, como:

$$f_{jpe} = \frac{z}{2} f_r \left[ 1 - \frac{D_B \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (5.1)$$

Utilizando los parámetros de las tablas V.1 y V.2 se obtienen las frecuencias de falla para cada estado de carga considerado, tal como se resume en la tabla V.3.

**Tabla V.3: Frecuencia fundamental de falla en cada estado de carga**

Estado de carga	Frecuencia [Hz]
vacío	77
25 %	76.5
50 %	76.1
75 %	75.5

En adición a los ensayos efectuados utilizando rodamientos con diferente severidad de falla, se realizaron ensayos con el MI sin falla, con el fin de evaluar el cambio que produce la falla en el MI.

Es importante mencionar aquí que la elección de una falla puntual frente a una falla de tipo generalizada responde a que, como ya fue mencionado previamente, las fallas puntuales producen sobre el MI perturbaciones en una frecuencia claramente definida [20] y por tanto la presencia de la falla se refleja mediante la aparición de componentes cuya frecuencia se asocia de manera directa a la frecuencia de falla y múltiplos enteros de esta frecuencia.

En relación al diámetro de la falla emulada es importante observar que, a los fines de extender la zona de apoyo del elemento rotante a lo largo de la sección transversal del rodamiento, la cara interna de la pista del rodamiento presenta un radio de curvatura aproximadamente igual al del elemento rotante. Como consecuencia, el efecto de una perforación en el centro de la pista se ve atenuado debido a que al pasar sobre la falla, los elementos rotantes quedan apoyados sobre la superficie adyacente a la falla (ver figura A.1-b) del Apéndice).



### 5.3. Resultados experimentales

En el capítulo IV se fundamentó la utilización de diferentes estrategias para el diagnóstico de fallas en el MI. Posteriormente se implementaron estas estrategias utilizando datos de simulación de un MI con fallas en rodamientos. Los parámetros y condiciones de falla considerados en el modelo de simulación son equivalentes a los considerados experimentalmente en este capítulo.

A continuación se muestran los resultados de la implementación experimental de las estrategias descritas. En una instancia previa se presenta el resultado de un análisis de vibraciones efectuado sobre el MI con una falla en su rodamiento. Este análisis permite validar los resultados obtenidos a partir de las variables eléctricas, debido a la relación que existe entre las componentes que se originan en las vibraciones mecánicas del MI y aquellas que aparecen en las corrientes del MI [81].

En la figura V.1 se presenta el espectro de frecuencias de la velocidad de vibración vertical del MI en vacío. La figura a) corresponde al MI sano mientras que la figura b) corresponde al MI con una falla puntual de 10 mm de diámetro en su rodamiento del lado de la carga.

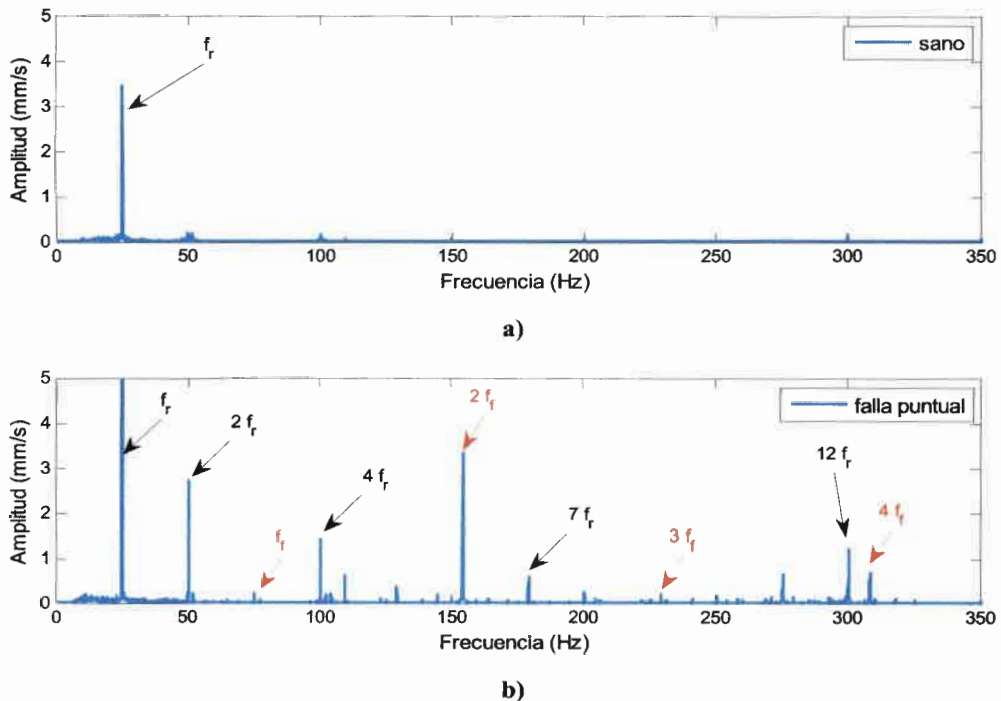


Figura V.1: Espectro de frecuencias de la velocidad vertical de vibración del MI en vacío. a) Sano. b) Con falla.

Las figuras V.1-a) y V.1-b) permiten apreciar el cambio que se produce en las vibraciones de MI debido a la falla. Particularmente se observa que debido a la falla se originan componentes a la frecuencia de falla  $f_f = 77 \text{ Hz}$  y en múltiplos de esta frecuencia. Asimismo se puede observar que la falla origina un incremento en la amplitud de la componente armónica de frecuencia de rotación del MI  $f_r = 24.9 \text{ Hz}$  y en los múltiplos de esta componente.

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante la implementación experimental de las estrategias basadas en el monitoreo de variables eléctricas.

En primera instancia se presentan los resultados para el MI en vacío y con falla puntual de 10 mm. Posteriormente se evalúa la tendencia de las componentes de frecuencia de falla en función del estado de carga del MI y de la severidad de la falla.

### **5.3.1. Análisis de la firma de corriente**

En el capítulo IV se observó mediante un análisis por simulación que la presencia de una falla puntual en uno de los rodamientos del MI se pone de manifiesto sobre la corriente de alimentación de cualquiera de las fases del MI mediante la aparición de bandas laterales alrededor de la componente de frecuencia fundamental, distanciadas de ésta en múltiplos enteros de la frecuencia de falla  $k f_f$ , es decir  $|f_s \pm k f_f|$ .

En base a dicho resultado se realizó el análisis experimental de la firma de corriente a partir de la medición de la corriente de una de las fases del estátor, analizando el espectro de frecuencias alrededor de cada una de las bandas laterales producidas por los primeros dos armónicos de frecuencia de falla, es decir  $k = 1$  y  $2$ . Siendo  $f_f = 77 \text{ Hz}$  la frecuencia de falla del MI en vacío, las bandas laterales se ubican en  $27 \text{ Hz}$  y  $127 \text{ Hz}$  para  $k = 1$ , y en  $104 \text{ Hz}$  y  $204 \text{ Hz}$  para  $k = 2$ .

En la figura V.2 se presenta el espectro de frecuencias de la corriente del MI en vacío, para  $k = 1$ , es decir alrededor de  $|f_s - f_f|$  y  $|f_s + f_f|$ . Las figuras V.2-a) y b) corresponden al MI con falla, mientras que las figura V.2-c) y d) corresponde al MI sin falla.

En la figura V.3 se presenta el espectro de frecuencias de la corriente del MI en vacío, para  $k = 2$ , es decir,  $|f_s - 2f_f|$  y  $|f_s + 2f_f|$ . La figura V.3-a) y b) corresponden al MI con falla mientras que las figura V.3-c) y d) corresponde al MI sin falla.

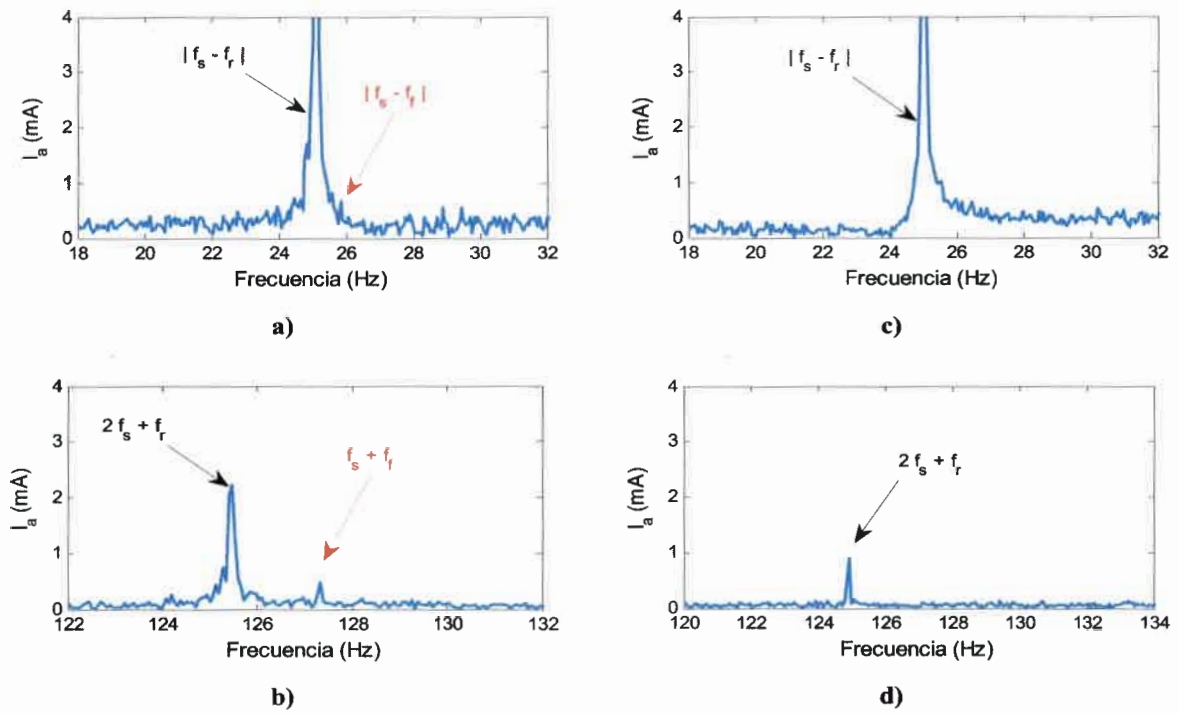


Figura V.2: Espectro de frecuencias de la corriente del MI para  $k = 1$ . a) Banda lateral inferior, MI con falla. b) Banda lateral superior, MI con falla. c)-d) MI sin falla.

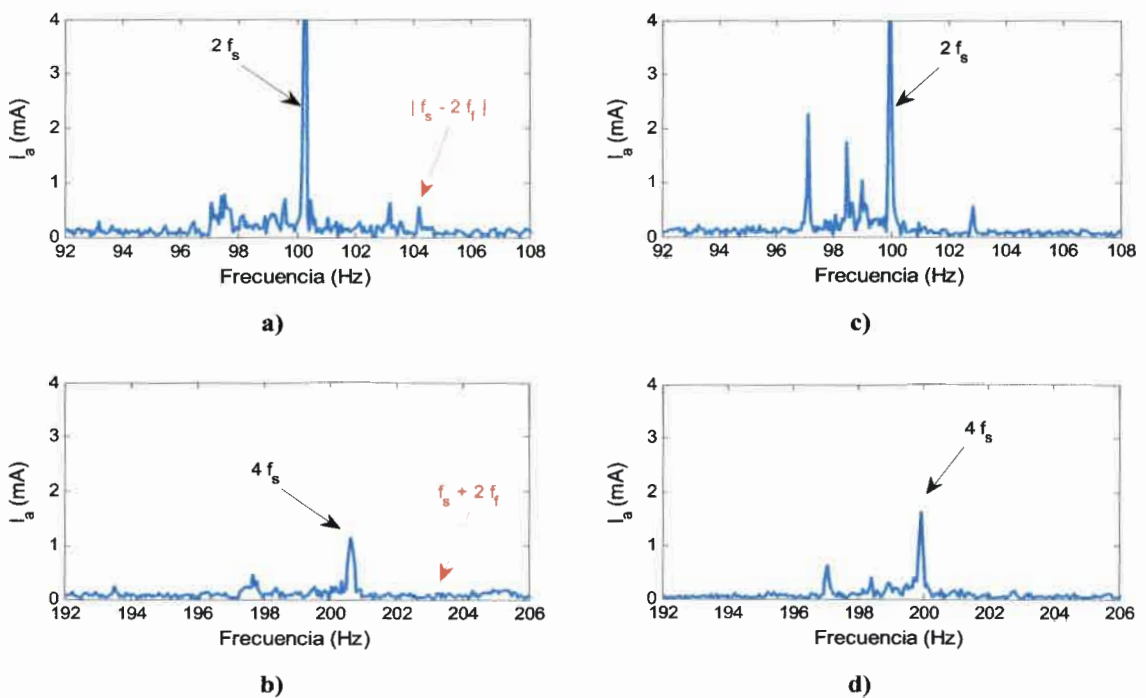


Figura V.3: Espectro de frecuencias de la corriente del MI para  $k = 2$ . a) Banda lateral inferior, MI con falla. b) Banda lateral superior, MI con falla. c)-d) MI sin falla.

Las figuras V.2, V.3 muestran que debido a la falla se originan componentes adicionales en el espectro de frecuencias de la corriente del MI. Estas componentes se presentan en una frecuencia dada por  $|f_s \pm k f_f|$ , conformando bandas laterales en torno a la componente de frecuencia fundamental  $f_s$ . Este comportamiento confirma el resultado teórico obtenido en el capítulo previo.

Por otra parte se observa que sólo algunas de estas componentes se ven de manera clara en el espectro debido a que la amplitud de las componentes es reducida. Particularmente se pueden distinguir la banda lateral superior debida al primer armónico de frecuencia de falla, la cual se muestra en la figura V.2-b), y la banda lateral inferior asociada al segundo armónico de frecuencia de falla mostrada en la figura V.3-a).

En relación a las componentes restantes producidas por el primer y segundo armónico de frecuencia falla, así como las bandas laterales producidas por los armónicos de falla de orden superior, debido a que su amplitud es comparable con el ruido situado en la base del espectro, resulta dificultosa su discriminación.

Las figuras V.2 y V.3 requieren un comentario adicional. En estas figuras se pueden ver componentes en el espectro del MI sano las cuales no se presentan en el MI con falla. Este comportamiento está asociado con los cambios que se producen en la alineación del MI debido al proceso de montaje y desmontaje de los rodamientos [32].

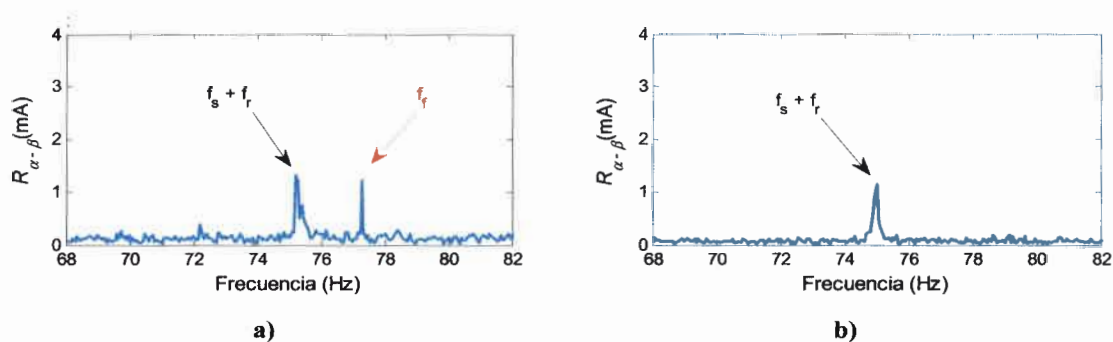
Por otra parte, las componentes ubicadas en  $|f_s + k f_f|$  están asociadas a las asimetrías mecánicas inherentes del MI y por tanto están presentes tanto en el MI con y sin falla.

### **5.3.2. Análisis del módulo del vector corriente**

Para obtener el vector corriente o de Park se requieren la medición de las tres corrientes de alimentación del MI, o bien de dos de ellas si el MI no tiene conexión de neutro. Por este motivo, para efectuar el análisis del Módulo del Vector Corriente (MVC) se midieron dos de las corrientes de alimentación del MI, obteniendo la corriente restante de manera algebraica a partir de las corrientes medidas.

De acuerdo a los resultados del capítulo IV, la presencia de una falla puntual en uno de los rodamientos del MI se manifiesta en el MVC mediante la aparición de componentes espectrales en múltiplos enteros de la frecuencia de falla  $k f_f$ . Así, las componentes espectrales producidas por los dos primeros armónicos de frecuencia de falla  $k = 1$  y  $2$ , se sitúan en  $77 \text{ Hz}$  y  $144 \text{ Hz}$  respectivamente.

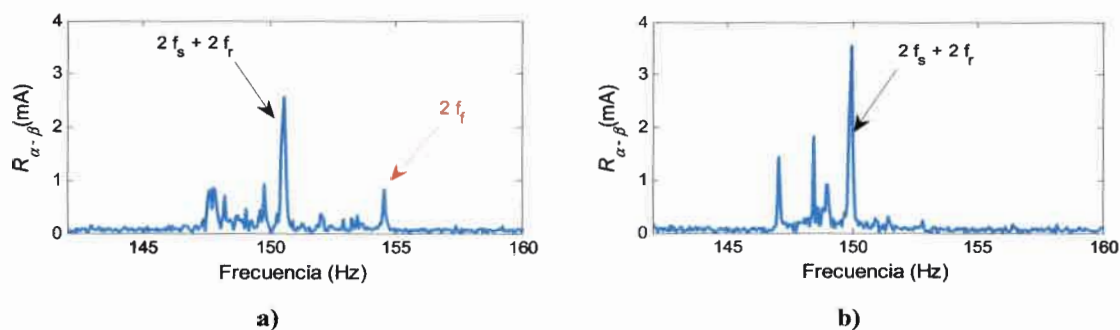
En la figura V.4 se presenta el espectro de frecuencias del MVC del MI en vacío en torno a la componente de falla situada en  $f_f$ , es decir, cuando  $k = 1$ . La figura V.4-a) corresponde al MI con falla, mientras que la figura V.4-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.4: Espectro de frecuencias del MVC para  $k = 1$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.**

En la figura V.5 se presenta el espectro de frecuencias del MVC del MI en vacío con falla, en torno a la componente de falla situada en  $2f_f$ , es decir, cuando  $k = 2$ .

La figura V.5-a) corresponde al MI con falla, mientras que la figura V.5-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.5: Espectro de frecuencias del MVC para  $k = 2$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.**

En las figuras V.4 y V.5 se puede observar que, como consecuencia de la falla, aparecen en el espectro de frecuencias del MVC componentes adicionales. A diferencia de la estrategia precedente, en este caso las componentes originadas por la falla poseen frecuencia de falla y múltiplos enteros de esta frecuencia  $k f_f$ , facilitando la búsqueda de componentes de falla en el espectro y simplificando así el proceso de detección.

Los resultados obtenidos de manera experimental se condicen con los obtenidos por simulación, sin embargo en el caso experimental sólo los dos primeros armónicos de

frecuencia de falla se pueden discriminar en el espectro debido a la amplitud reducida de las componentes de orden superior.

La componente ubicada en  $k(f_s + f_r)$  está asociada a las asimetrías mecánicas inherentes del MI y por tanto está presente tanto en el MI con y sin falla.

### 5.3.3. Análisis de la potencia instantánea por fase

Las estrategias implementadas hasta este punto exigían la medición de una o de dos de las corrientes de alimentación del MI. Para obtener la potencia instantánea por fase, en cambio, se requiere medir una de las corrientes alimentación del MI y además una de sus tensiones.

El análisis teórico llevado a cabo en el capítulo IV demostró que debido a la falla puntual en uno de los rodamientos del MI se observaron bandas laterales alrededor de la componente de 100 Hz distanciadas de ésta en múltiplos de la frecuencia de falla, es decir  $|2f_s \pm k f_f|$ . Adicionalmente se observó una componente con frecuencia de falla.

En base a dichos resultados se llevó a cabo el análisis de la potencia instantánea por fase, analizando el espectro de frecuencias entorno a las bandas laterales producidas por la falla.

En la figura V.6 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase del MI en vacío para  $k = 1$  en torno a la banda lateral inferior, situada en  $|2f_s - f_f|$ .

La figura V.6-a) corresponde al MI con falla, mientras que la figura V.6-b) corresponde al MI sin falla.

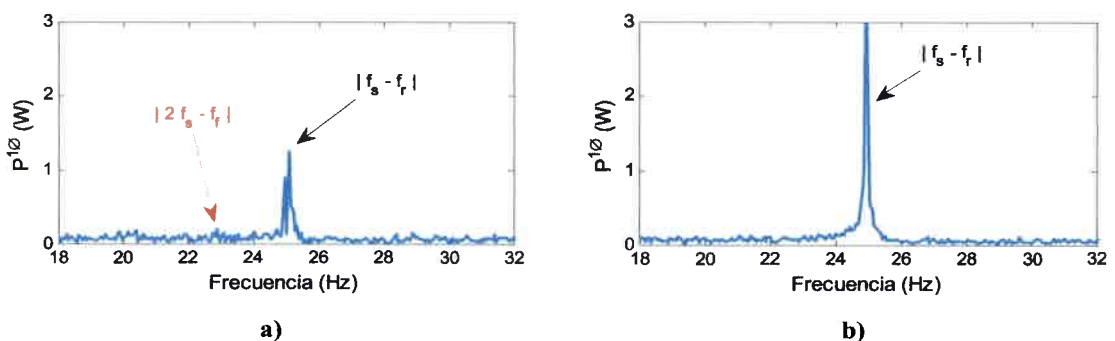
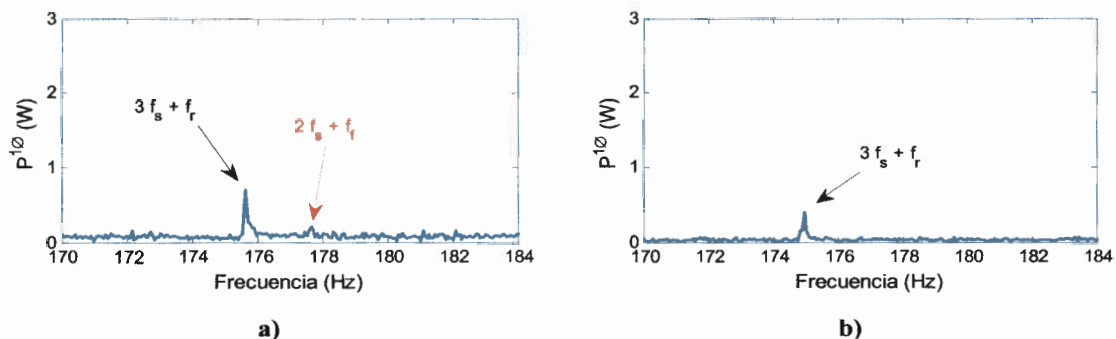


Figura V.6: Espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase para  $k = 1$ . Banda lateral inferior. a) MI con falla. b) MI sin falla.

En la figura V.7 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase del MI en vacío para  $k=1$  en torno a la banda lateral superior, situada en

$|2f_s + f_f|$ . La figura V.7-a) corresponde al MI con falla, mientras que la figura V.7-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.7: Espectro de frecuencias de la potencia instantánea por fase para  $k = 1$ . Banda lateral superior. a) MI con falla. b) MI sin falla.**

A partir de las figuras V.6 y V.7 es posible observar que la presencia de la falla en el MI origina cambios en la potencia instantánea por fase. Sin embargo, estos cambios sólo se pueden asociar a la falla a partir de la componente mostrada en la figura V.7-a), en la cual se observa la banda lateral superior asociada al primer armónico cuya frecuencia es  $(2f_s + f_f)$ . Asimismo, la discriminación de dicha componente resulta compleja, ya que su amplitud es de un orden comparable al del ruido presente en la base del espectro.

Estos resultados difieren de los resultados de simulación del capítulo previo, ya que en el caso experimental se obtiene escasa información de la falla a partir del análisis de la potencia instantánea por fase.

### 5.3.4. Análisis de la potencia real e imaginaria

#### a). Análisis de la potencia real instantánea

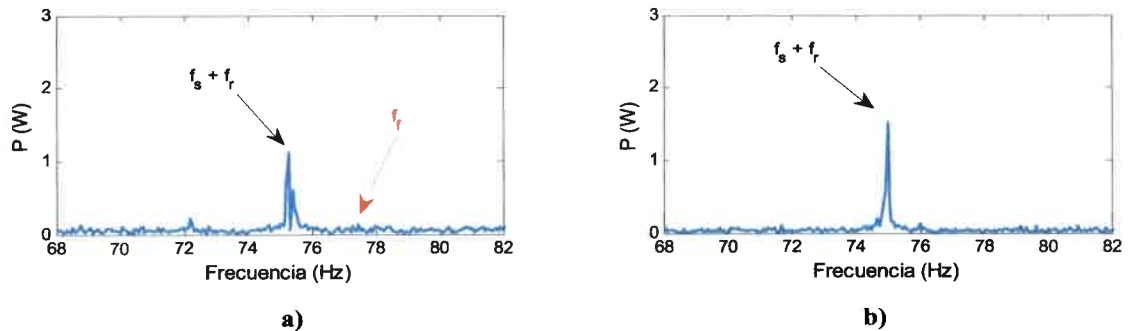
El análisis de la potencia real se llevó a cabo a partir de las corrientes y tensiones de alimentación del MI. Por conveniencia, se midieron dos corrientes y dos tensiones, obteniendo la corriente y la tensión restantes a partir de las variables medidas.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo IV, la presencia de una falla puntual en uno de los rodamientos del MI origina en la potencia real instantánea, como así también en la potencia imaginaria instantánea y en el módulo de la potencia compleja, componentes espectrales en múltiplos de la frecuencia de falla,  $k f_f$ . Por este

motivo, el análisis espectral se realiza en torno a la frecuencia de falla y múltiplos enteros de ésta.

En la figura V.8 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia real instantánea del MI en vacío alrededor a la componente de frecuencia de falla  $k f_f$ , es decir para  $k=1$ .

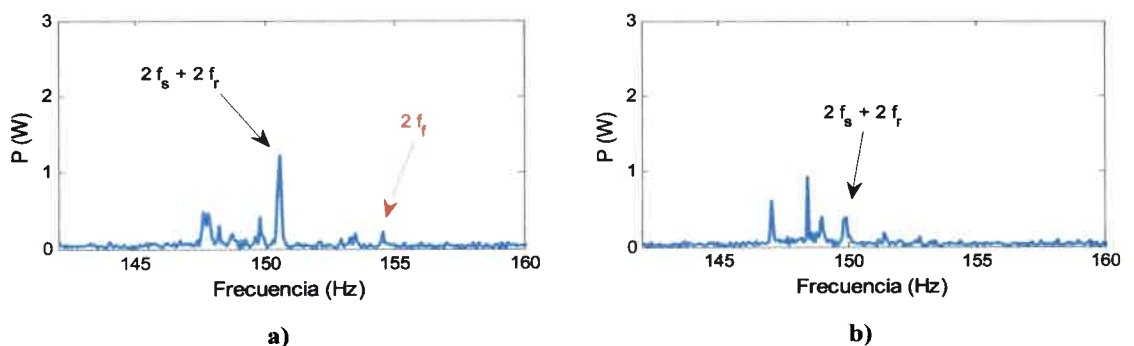
La figura V.8-a) corresponden al MI con falla, mientras que las figura V.8-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.8:** Espectro de frecuencias de la potencia real instantánea para  $k = 1$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.

En la figura V.9 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia real instantánea del MI en vacío alrededor a la componente de  $2f_f$ , es decir para  $k = 2$ .

La figura V.9-a) corresponden al MI con falla, mientras que las figura V.9-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.9:** Espectro de frecuencias de la potencia real instantánea para  $k = 2$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.

A partir de las figuras V.8 y V.9 es posible observar que la presencia de la falla en el MI origina cambios en la potencia real instantánea. Sin embargo, estos cambios sólo se pueden asociar a la falla a partir de la componente mostrada en la figura V.9-a), correspondiente a la componente de frecuencia  $2f_f$ , ya que no es posible observar en el



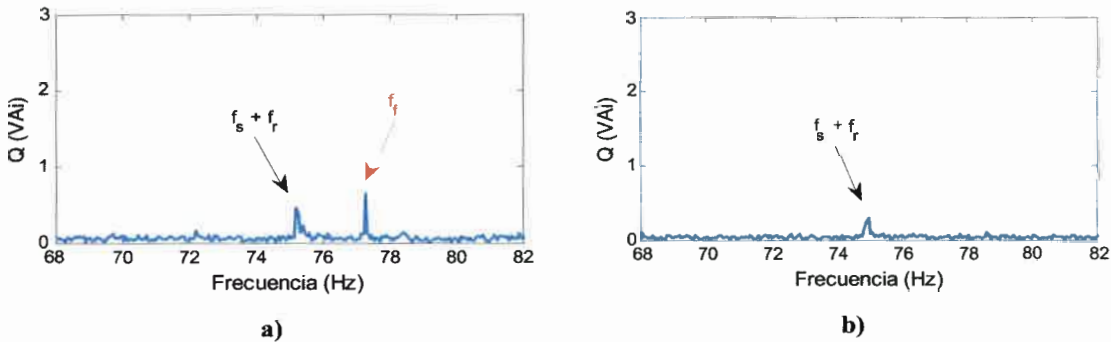
espectro otras componentes cuya frecuencia esté asociada a la falla. Asimismo, la discriminación de la componente mencionada resulta dificultosa, ya que su amplitud es de un orden comparable al del ruido presente en la base del espectro.

A diferencia de los resultados de simulación obtenidos en el capítulo previo, el caso experimental presenta información escasa de la falla a partir del análisis de espectro de frecuencias, tal como ocurrió con la potencia activa por fase.

*b). Análisis de la potencia imaginaria instantánea*

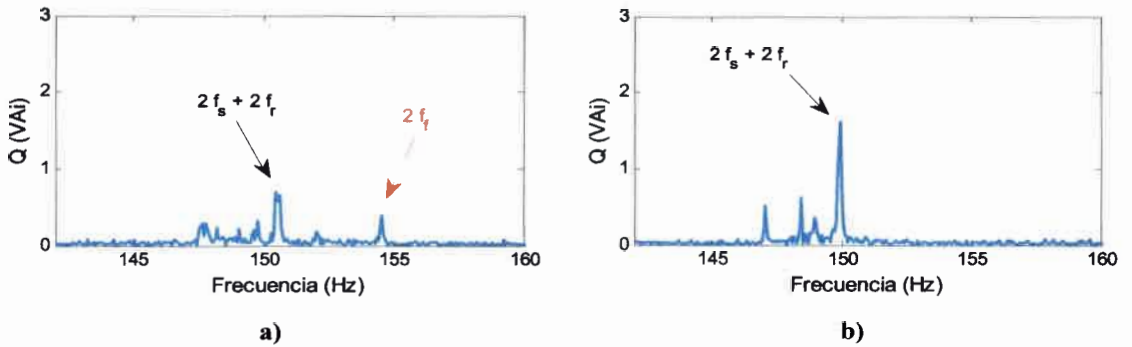
El análisis de la potencia imaginaria instantánea requiere para su implementación la medición de las mismas variables que la potencia real instantánea, sin embargo, la información obtenida a partir de esta estrategia es diferente [45]. Los resultados obtenidos mediante el análisis de la potencia imaginaria instantánea se presentan a continuación.

En la figura V.10 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea del MI en vacío en torno a la componente de frecuencia de falla  $f_f$ , es decir cuando  $k=1$ . La figura V.10-a) corresponden al MI con falla, mientras que la figura V.10-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.10: Espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea para  $k = 1$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.**

En la figura V.11 se presenta el espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea del MI en vacío en torno a la componente de frecuencia  $2f_f$ , es decir para  $k = 2$ . La figura V.11-a) corresponden al MI con falla, mientras que las figura V.11-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.11: Espectro de frecuencias de la potencia imaginaria instantánea para  $k = 2$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.**

A partir de las figuras V.10 y V.11 se observa que debido a la falla se producen cambios en la potencia imaginaria instantánea. Particularmente se observa la presencia del primer y segundo armónicos de falla, de frecuencias  $f_f$  y  $2f_f$  respectivamente. Este comportamiento se sustenta con el resultado obtenido mediante simulación. Sin embargo, en el caso experimental sólo se aprecian los dos primeros armónicos de frecuencia de falla, mientras que en el caso de simulación, mostrado en el capítulo previo, se pueden apreciar además los armónicos de frecuencia de falla de orden superior.

Por otra parte, si se compara los resultados experimentales de la potencia real e imaginaria instantáneas se puede ver que las componentes de falla presentan una mayor amplitud en la potencia imaginaria instantánea. De acuerdo a este resultado se puede afirmar que la asimetría que se produce en el entrehierro del MI se pone de manifiesto en mayor medida sobre la potencia reactiva que sobre la potencia activa. Esta conclusión se corresponde con los resultados obtenidos en relación a los efectos de barras rotas y carga pulsante sobre las potencias activa y reactiva instantáneas [3].

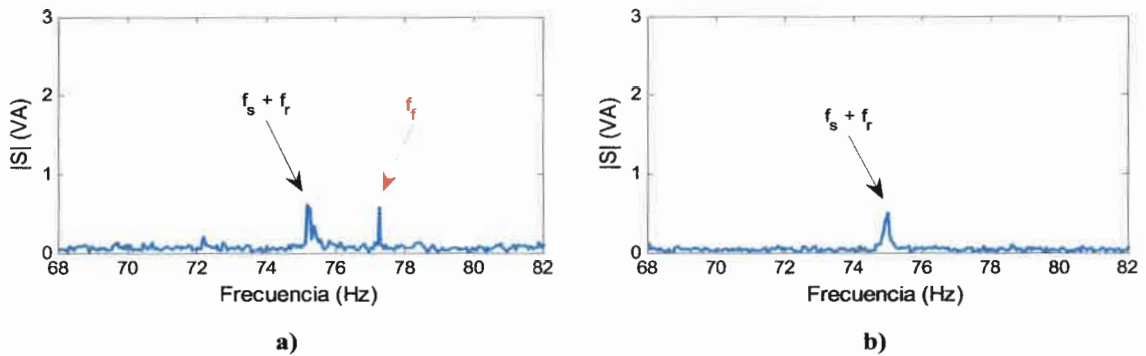
### c). *Análisis del módulo de la potencia compleja*

La potencia compleja se obtiene a partir de las potencias real e imaginaria instantáneas. Por lo tanto, la información requerida se obtiene a partir de las tensiones y corrientes medidas para las dos estrategias anteriores.

A continuación se muestran los resultados obtenidos mediante el análisis del módulo de la potencia compleja del MI en vacío con falla puntual en uno de sus rodamientos.

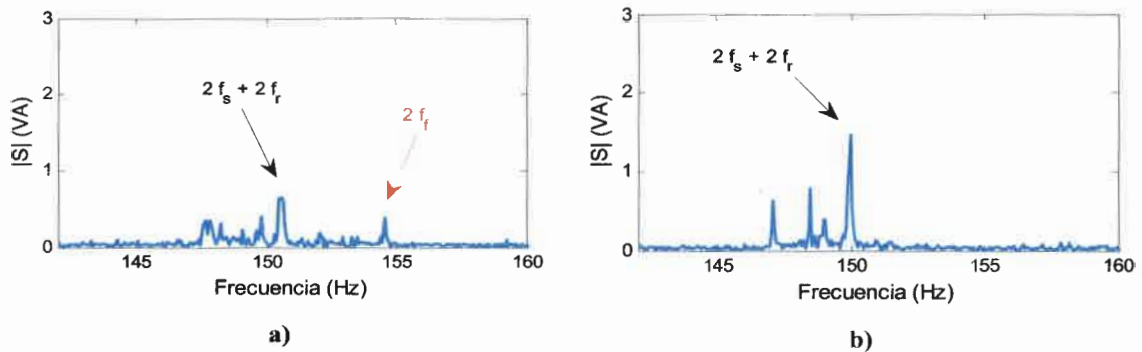
En la figura V.12 se presenta el espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja del MI en vacío en torno a la componente de frecuencia de falla  $f_f$ , es decir

para  $k=1$ . La figura V.12-a) corresponden al MI con falla, mientras que las figura V.12-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.12: Espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja para  $k = 1$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.**

La figura V.13 presenta el espectro en frecuencia del módulo de la potencia compleja del MI para  $k=2$ , es decir en torno a la componente de  $2f_f$ . La figura V.13-a) corresponden al MI con falla, mientras que las figura V.13-b) corresponde al MI sin falla.



**Figura V.13: Espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja para  $k = 2$ . a) MI con falla. b) MI sin falla.**

A partir de las figuras V.12 y V.13 se pueden ver los cambios que se producen en el espectro de frecuencias del módulo de la potencia compleja como consecuencia de la falla. En particular se pueden distinguir los dos primeros armónicos de frecuencia de falla, tal como lo muestran las figuras. Este comportamiento también se ve en los resultados de simulación del capítulo previo, a excepción de que en el caso experimental sólo se observan los dos primeros armónicos de frecuencia de falla.

Por otra parte, las diferencias de resultados obtenidos mediante la potencia real, la potencia imaginaria y el módulo de la potencia compleja también se refleja en los

resultados de simulación del capítulo previo, con la diferencia de que en dichos resultados la potencia real instantánea presenta componentes de falla visibles en el espectro.

### 5.3.5. Análisis de tendencias

En los apartados previos se presentaron los resultados obtenidos de la implementación de diferentes estrategias considerando el MI en vacío y para una falla de 10 mm de diámetro en la pista externa del rodamiento del lado de la carga del MI. En esta sección se presentan los resultados de la extensión del análisis previo, considerando diferentes estados de carga y para diferentes severidades de falla.

En un primer análisis se evaluó la relación existente entre el estado de carga del MI y la amplitud de los armónicos de falla de cada estrategia, utilizando un rodamiento con falla de 10 mm. Para llevar a cabo este análisis, se propuso una componente equivalente de falla, obtenida como la suma de las amplitudes de componentes producidas por los dos primeros armónicos de frecuencia de falla,  $f_f$  y  $2f_f$ , de cada estrategia. Para el caso de la corriente y de la potencia instantánea por fase en las cuales por cada armónico de falla se generan dos bandas laterales, la componente equivalente de falla se obtuvo sumando la amplitud de las cuatro bandas laterales.

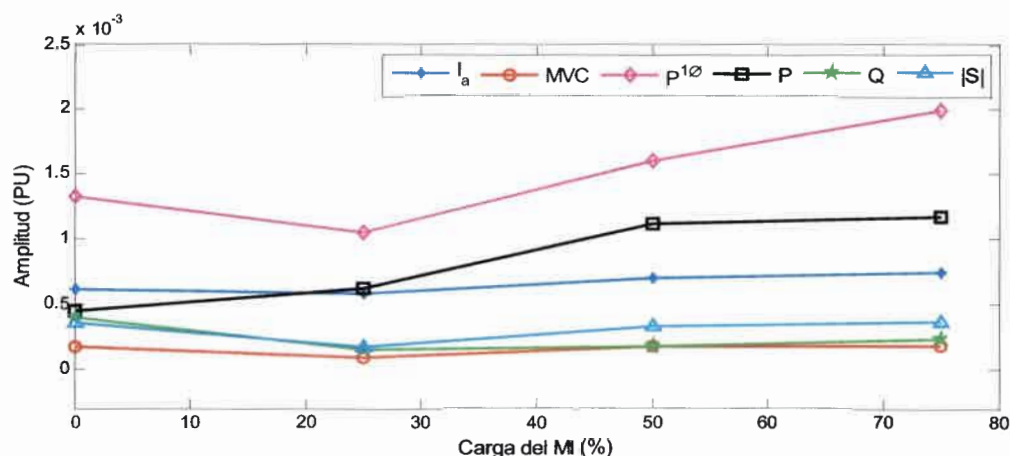
Por conveniencia, se expresó la amplitud de la componente equivalente de falla de cada estrategia en relación al valor nominal de la componente fundamental del MI sin falla en vacío. Esta, en el caso de la corriente es la componente de frecuencia fundamental, mientras que para las estrategias restantes es la componente de continua. Los valores de referencia se presentan en la tabla V.4.

**Tabla V.4: Valores de referencia. MI en vacío sin falla.**

PARÁMETRO	DESIGNACIÓN	VALOR DE REFERENCIA
Corriente	$I_a$	4.47 (A)
Módulo del vector corriente	$MVC$	12.5 (A)
Potencia instantánea por fase	$P^{l\phi}$	290 (W)
Potencia real instantánea	$p$	851 (W)
Potencia imaginaria instantánea	$q$	2805 (VAi)
Módulo de la potencia compleja	$ S $	2935 (VA)

Debido a que tanto los valores de referencia como las unidades de cada estrategia son diferentes, no es posible comparar las amplitudes de las componentes de falla de diferentes estrategias, sin embargo es posible evaluar la variación de las componentes de falla de una misma estrategia en función del estado de carga del MI.

En la figura V.14 se puede observar cómo varía la amplitud de las componentes equivalentes de falla para cada estado de carga del MI.



**Figura V.14: Tendencia de las componentes equivalentes de falla en función de la carga**

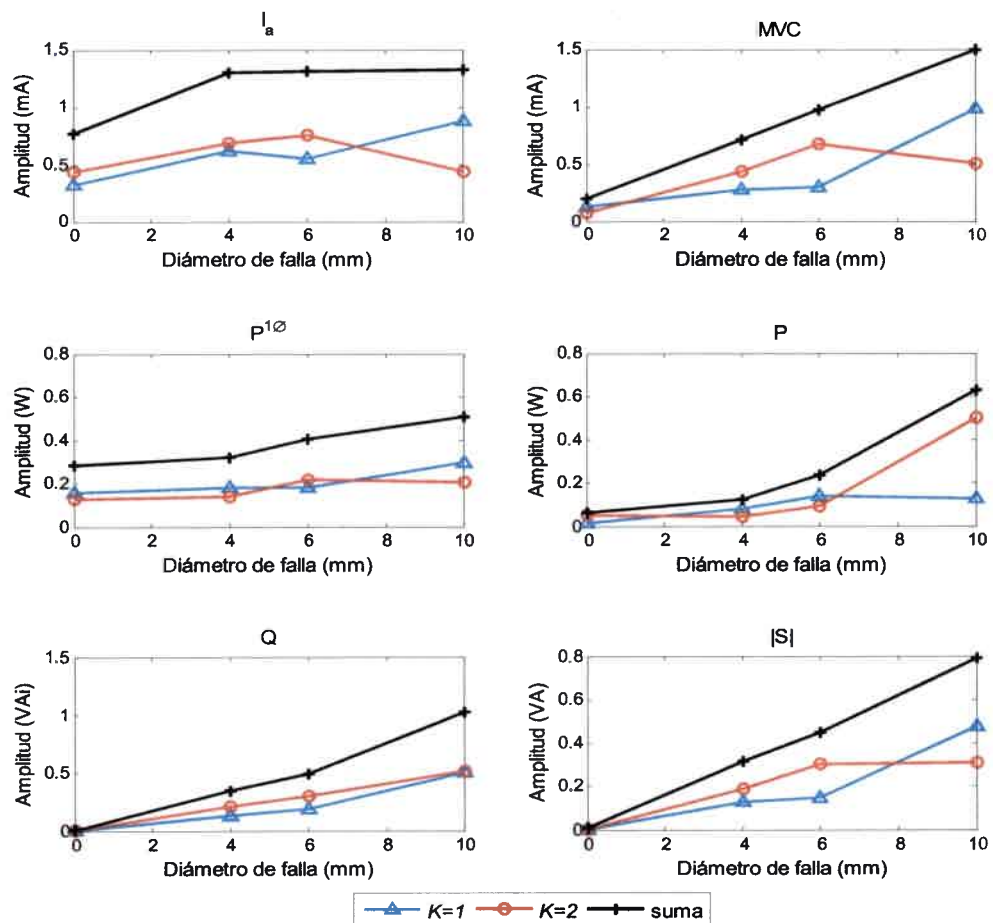
Tal como se observa en la figura V.14, tanto en la potencia instantánea por fase como en la potencia real instantánea, las componentes producidas por los armónicos de frecuencia de falla presentan mayor variación en amplitud a medida que se incrementa la carga del motor. Este comportamiento indica que la utilización de ambas estrategias resulta más beneficiosa para estados de carga mayores del MI. Por otra parte, las componentes originadas en la corriente, el Módulo del Vector Corriente, la potencia imaginaria instantánea y en el módulo de la potencia compleja presentan una menor variación relativa con el incremento de la carga del MI. Este es un indicativo de que su aplicación presenta las mismas ventajas para cualquier estado de carga del MI.

El segundo análisis se efectuó para conocer la manera en la que varían las componentes de falla en función de la severidad de falla considerada. Para ello se relevaron las amplitudes de las componentes producidas por los dos primeros armónicos de frecuencia de falla. Asimismo se obtuvo una componente equivalente cuya amplitud resulta de la suma de las amplitudes de las componentes producidas por los dos primeros armónicos en cada grado de falla del MI.

Para llevar a cabo la evaluación se usaron tres rodamientos del lado de la carga del MI, en cada uno de los cuales se introdujo una falla puntual de 4 ,6 y 10 mm en pista externa

de manera respectiva. Los resultados obtenidos en estas condiciones y considerando el MI en vacío, se presentan a continuación.

En la figura V.15 se presenta la evolución de las componentes producidas por los dos primeros armónicos de frecuencia de falla, como función de la severidad de la falla producida en el rodamiento. Para el caso de la corriente  $I_a$  y de la potencia activa por fase  $P^{1\phi}$ , las amplitudes presentadas en la figura corresponden a la suma de las amplitudes de las bandas laterales superior e inferior producidas por cada armónico. Para las estrategias restantes los valores indicados en las figuras corresponden a las amplitudes de las componentes armónicas de frecuencia  $1x$  y  $2x$  de la frecuencia de falla del rodamiento.



**Figura V.15: Comportamiento de las componentes armónicas de falla como función del diámetro de la falla. MI en vacío. Resultados experimentales.**

Como se puede observar en la figura V.15, el comportamiento de las componentes producidas por los dos primeros armónicos de frecuencia de falla es diferente según

cada estrategia. Así, a medida que se incrementa la severidad de la falla, la amplitud de algunas componentes se incrementa, mientras que las de otras componentes reducen su amplitud o bien se mantienen constantes. Sin embargo, la componente equivalente, presenta una tendencia creciente en todas las estrategias a medida que se incrementa la severidad de la falla. Este resultado coincide con los resultados presentados en [71], en donde se analiza el comportamiento del MVC como función del diámetro de la falla en el rodamiento. Asimismo se observa que la tendencia es menos evidente en el caso de la corriente de fase que en las estrategias restantes. Este comportamiento evidencia además que resulta más conveniente la evolución conjunta de los armónicos de falla que de manera individual.

#### **5.4. Conclusiones**

En este capítulo se evaluaron de manera experimental seis estrategias basadas en la medición de las variables eléctricas del MI. Las estrategias implementadas fueron el análisis de la firma de corriente, análisis del módulo del vector corriente, análisis de la potencia activa por fase, análisis de las potencias real e imaginaria instantáneas y el análisis del módulo de la potencia compleja.

El análisis espectral de estas estrategias demostró que debido a la falla se originan componentes armónicas adicionales. Particularmente, sobre la corriente y sobre la potencia activa por fase las componentes mencionadas se presentan como bandas laterales alrededor de las componentes de 50 Hz y 100 Hz de manera respectiva. En ambos casos las bandas laterales se separan de la componente central en múltiplos de la frecuencia de falla.

Sobre el módulo del vector corriente, la potencia real, la potencia imaginaria y el módulo de la potencia compleja, las componentes armónicas originadas por la falla se presentan directamente a la frecuencia característica de falla y en múltiplos de esta frecuencia. Este comportamiento facilita el proceso de detección frente al caso de las bandas laterales.

Por otra parte, para el análisis de la corriente y de la potencia activa por fase se requiere la medición de una menor cantidad de variables que para las estrategias restantes. Sin embargo con frecuencia se disponen tanto las corrientes como las tensiones del MI, por lo tanto esto no representa una ventaja significativa de las dos primeras estrategias en comparación con las estrategias restantes.

En relación al análisis de la tendencia de las componentes equivalentes de falla como función del estado de carga se puede concluir que en la potencia activa por fase y en la potencia activa instantánea, la amplitud de la componente equivalente de falla varía a medida que se incrementa el estado de carga del MI. Esta dependencia de la estrategia con el estado de carga resulta beneficiosa para estados de carga superiores al 50%, sin embargo, imposibilita la utilización de ambas estrategias para condiciones de carga inferiores al 50%, condición en la cual no se pueden apreciar las componentes debidas a la falla. Esto se observa claramente en las figuras V.6 a V.8 para el MI en vacío.

Por otra parte, el análisis de la tendencia de las componentes armónicas y de la componente equivalente de falla con la severidad de la falla demostró que, si bien algunos de los armónicos de falla no presentan un crecimiento, la componente equivalente de falla obtenida como la suma de estos armónicos presenta una tendencia creciente en todas las estrategias a medida que se incrementa la severidad de la falla. Este comportamiento posibilita la utilización de la información obtenida a partir de la componente equivalente de falla para conocer la evolución de la falla en el tiempo.

Finalmente, si se comparan las amplitudes de las componentes producidas por la falla con los valores nominales del MI en vacío indicados en la tabla V.3, se puede observar que dichas componentes poseen una amplitud de un orden  $1 \times 10^3$  más pequeños que los valores nominales correspondientes del MI, tal como lo confirma la figura V.14.

Estos resultados ponen en evidencia las limitaciones prácticas que presenta la implementación de las estrategias evaluadas en este capítulo, ya que las condiciones en las cuales se realizaron los ensayos de laboratorio, como así también las características de las fallas emuladas son difícilmente reproducibles en situaciones reales en el ambiente industrial, en donde las señales de tensión y corriente medidas presentan niveles de ruido considerablemente mayores que en laboratorio. Por tales motivos la aplicación de estas estrategias se encuentra restringida actualmente al ámbito experimental de laboratorio.



## **VI. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

### **6.1. Conclusiones**

En esta tesis se implementaron diferentes estrategias basadas en el análisis de variables eléctricas, con el fin de evaluar la aplicabilidad de cada una de ellas en el diagnóstico de fallas en rodamientos. Particularmente el análisis se orientó a fallas en rodamientos de tipo puntuales debido que el efecto de este tipo de fallas resulta altamente predecible a partir del conocimiento de la geometría del rodamiento afectado, entre otros parámetros. Luego de revisar los antecedentes en el tema se estudiaron las principales causas y tipos de fallas en rodamientos así como las sollicitaciones que intervienen en el proceso normal de rodadura bajo carga del rodamiento. A partir de ese análisis fue posible clasificar los tipos de fallas como generalizadas o puntuales en función de la extensión relativa de la superficie afectada por la falla. En ese aspecto se observó que el comportamiento del MI se ve afectado de manera diferente en presencia de uno u otro tipo de fallas, originándose perturbaciones en bandas de frecuencia ante el primer tipo de fallas y de frecuencias puntuales en el caso de fallas de este tipo.

En relación a las fallas puntuales se concluyó además que procesos como la evolución de grietas sub-superficiales y la distribución no uniforme de esfuerzos pueden inducir su aparición y desarrollo.

En el capítulo III se propuso un modelo matemático de MI con falla puntual en la pista externa de uno de sus rodamientos. En este modelo se introdujo la falla combinando un modelo de función de entrehierro con excentricidad estática, con una función trapezoidal cuyo objetivo fue habilitar la excentricidad con cada paso de un elemento rotante sobre la falla. A partir de este modelo se analizó por simulación el efecto de la falla puntual sobre las inductancias del MI y sus derivadas, dando como resultado la aparición de perturbaciones. El análisis de frecuencias del par electromagnético reveló que estas perturbaciones se producen a la frecuencia característica de falla en el rodamiento y en múltiplos enteros de esta frecuencia.

En el capítulo siguiente se describieron seis estrategias para el diagnóstico de fallas en rodamientos de MI. Particularmente se analizaron la firma de corriente, el módulo del vector corriente, la potencia instantánea por fase, las potencias real e imaginaria instantáneas y el módulo de la potencia aparente compleja.

Cada una de estas estrategias se implementó mediante simulación utilizando el modelo propuesto en el capítulo III, y se compararon estos resultados con los obtenidos de manera analítica.

A partir de este análisis se encontró que debido a la falla puntual en uno de los rodamientos del MI aparecen componentes adicionales. Mediante un análisis en frecuencia se observó además que éstas componentes se presentan sobre la corriente del MI como bandas laterales alrededor de la componente de frecuencia fundamental, distanciadas de ésta a  $k$  veces la frecuencia característica de falla en el rodamiento, para  $k = 1, 2, \dots$ . La potencia instantánea por fase demostró un comportamiento similar excepto que las bandas laterales se centraron alrededor de una componente del doble de la frecuencia de alimentación. En las estrategias restantes se observó que las componentes espectrales asociadas a la falla se presentan directamente a la frecuencia característica de falla y en múltiplos enteros de esa frecuencia.

En el capítulo V se implementaron de manera experimental las estrategias evaluadas en el capítulo IV. El análisis experimental demostró nuevamente la presencia de componentes adicionales debidas a la falla. Particularmente, sobre la corriente y sobre la potencia instantánea por fase las componentes mencionadas se presentaron como bandas laterales en torno a las componentes de  $f_s$  y  $2f_s$  manera respectiva. En ambos casos las bandas laterales se encontraron distanciadas de la componente central en múltiplos enteros de la frecuencia característica de falla.

En relación al módulo del vector corriente, a la potencia real, a la potencia imaginaria y al módulo de la potencia compleja, las componentes de falla se presentaron directamente a la frecuencia característica de falla y en múltiplos de esta frecuencia, facilitando su discriminación en el espectro respecto de las estrategias anteriores.

A partir del empleo de una componente equivalente de falla se evaluó el comportamiento de cada estrategia ante variaciones del estado de carga del MI y ante incrementos en la severidad de la falla puntual. El primero de estos análisis demostró que la potencia instantánea por fase y la potencia activa instantánea presentan una mayor dependencia con el estado de carga del MI. El segundo análisis mostró que en todas las estrategias analizadas la componente equivalente de falla incrementa su amplitud con el aumento de la severidad de la falla.

Los resultados obtenidos por vía experimental y por simulación demostraron ser coherentes. Sin embargo en el caso experimental sólo se encontraron algunas de las componentes espectrales producidas por la falla. Esto resultó particularmente evidente

en el caso de la potencia instantánea por fase, en donde no fue posible discriminar de manera fehaciente las componentes asociadas a la falla, exponiendo las principales limitaciones de estas estrategias para su implementación en el ámbito industrial.

A partir de los resultados obtenidos tanto por simulación como por vía experimental fue posible observar un comportamiento predecible de las estrategias analizadas ante una falla puntual en uno de los rodamientos del MI. Sin embargo, la relación componentes de falla-ruido resulta poco favorable comparada con la que se obtendrían mediante un análisis convencional de vibraciones aún en el ámbito de laboratorio, dificultando el proceso diagnóstico de fallas aún si se dispone de conocimiento experto en este tipo de fallas. Por estos motivos, algunos autores se han orientado al procesamiento de la información obtenida durante el monitoreo de las variables eléctricas del MI [90]-[92], con el fin de optimizar el análisis de señales aún cuando éstas sean de amplitud reducida.

## **6.2. Trabajos futuros**

Los estudios reportados en esta tesis se orientaron a un tipo específico de fallas en rodamientos de MI, por tal motivo resulta de interés analizar los resultados obtenidos ante otros tipos de fallas. En este sentido, la utilización del modelo matemático presentado en el capítulo III permitirá extender el análisis a otros tipos de fallas de manera simple, minimizando los recursos adicionales necesarios en comparación con los que implica un análisis experimental para situaciones equivalentes de falla.

El modelo de fallas puntuales utilizado en esta tesis fue desarrollado en base a la consideración de que el efecto que produce en el MI una falla en sus rodamientos es similar al de una falla de excentricidad con características particulares.

Algunos trabajos sin embargo proponen una concepción alternativa, considerando que el efecto de las fallas en rodamientos es similar al efecto de una carga pulsante en el eje de la máquina, debido al esfuerzo impulsivo que se genera cuando un elemento rotante choca con la falla [4][93]. Por este motivo se propone abordar el análisis de fallas en rodamientos, mediante el desarrollo de modelos matemáticos de MI con pulsación en el par de carga.

De acuerdo a esta concepción alternativa la falla de rodamientos se incorpora en el modelo del MI de una manera diferente, por lo cual la información de la falla se presenta de forma diferente en las variables eléctricas.

La utilización simultánea del modelo de par y del modelo de excentricidad permitirá validar los resultados obtenidos en esta tesis, permitiendo además evaluar cuál de estos modelos reproduce en mejor medida el comportamiento real del MI con falla.

Las estrategias evaluadas en esta tesis se desarrollaron a partir de la información contenida en las variables eléctricas del MI. Sin embargo, estas variables pueden estar sujetas a la influencia de diversas perturbaciones, las cuales pueden provenir de la alimentación del MI, de anomalías en la carga o de imperfecciones de fabricación, lo cual podría conducir a un error en la detección y diagnóstico de fallas [94]. Este hecho resulta fundamental cuando las señales de falla son de amplitud comparable con las señales no deseadas como es el caso de fallas en rodamientos. Por este motivo se propone como trabajo futuro implementar estrategias de procesamiento para señales de amplitud reducida, a fin de optimizar el proceso de diagnóstico.

La similitud entre los efectos de fallas puntuales en rodamientos y de excentricidad es una temática abierta, existiendo una carencia importante de trabajos al respecto. Por este motivo se pretende como trabajo futuro abordar el análisis de fallas de excentricidad en el MI, dando continuidad a la revisión de estrategias y de modelos matemáticos orientados a la detección de estas fallas.

A partir de ello se pretende comprender la interrelación entre excentricidad y fallas en rodamientos lo cual posibilitará obtener modelos que reproduzcan más fielmente el comportamiento del MI con falla.

Por otra parte, el análisis de fallas de excentricidad constituye un punto de partida para desarrollar nuevas estrategias y modelos matemáticos para su detección y diagnóstico, tomando como base el conocimiento adquirido en el diagnóstico de fallas en rodamientos. Por este motivo se propone implementar diferentes herramientas matemáticas a fin de optimizar las estrategias actuales de detección de excentricidad.

La utilización de equipamiento de emulación de excentricidad estática y dinámica, disponible actualmente en el (GEA), permitirá asimismo complementar los estudios analíticos y por simulación con resultados experimentales.

Los resultados obtenidos en esta tesis así como los resultados de trabajos futuros tienen como fin contribuir a los desarrollos realizados en el Grupo de Electrónica Aplicada (GEA), orientados al diagnóstico integral de fallas en MI, a partir de la medición de variables eléctricas.

## REFERENCIAS

- [1] Cabanas Fernández M., García Melero, M., Alonso Orcajo, G., Cano Rodríguez, J. Solares Sariago, J. "Técnicas para el mantenimiento y diagnóstico de máquinas rotativas". ABB service S.A. Marcombo. 1998. Barcelona.
- [2] Ahmad, R. and Kamaruddin, S., "An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application", *Computers & Industrial Engineering*, vol. 63, pp. 135-149, 2012.
- [3] De Angelo, C. H., Bossio, G. R., Bossio, J. M. and Garcia, G. O., "Broken bar detection in single-phase reciprocating compressors", in *Industrial Electronics*, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE, 2008, pp. 1125-1130.
- [4] Blodt, M., Faucher, J., Dagues, B. and Chabert, M., "Mechanical load fault detection in induction motors by stator current time-frequency analysis", in *Electric Machines and Drives*, 2005 IEEE International Conference on, 2005, pp. 1881-1888.
- [5] Bossio, J. M., Bossio, G. R. and De Ângelo, C. H. "Angular misalignment in induction motors with flexible coupling". *Industrial Electronics*, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE. 2009.
- [6] Obaid, R. R., Habetler, T. G. and Tallam, R. M., "Detecting load unbalance and shaft misalignment using stator current in inverter-driven induction motors", in *Electric Machines and Drives Conference*, 2003. IEMDC'03. IEEE International, 2003, pp. 1454-1458 vol.3.
- [7] Gómez, J. C. "Calidad de potencia: para usuarios y empresas eléctricas". EDIGAR S.A. ISBN: 987-97785-2-9. 2005. Argentina.
- [8] Reineri, C. A. "Armónicos en Sistemas Eléctricos de Potencia: Fundamento y Análisis". Editorial de la Fundación Universidad Nacional de Río Cuarto. 2005, Argentina.
- [9] Donolo, P., Bossio, G. and De Angelo, C. "Analysis of voltage unbalance effects on induction motors with open and closed slots". *Energy Conversion and Management*. 52(5). pp 2024-2030. 2011.
- [10] Bossio, G., De Angelo, C., Donolo, P., Castellino, A. and Garcia, G., "Effects of voltage unbalance on IM power, torque and vibrations", in *Diagnostics for Electric*

- Machines, Power Electronics and Drives, 2009. SDEMPED 2009. IEEE International Symposium on, 2009, pp. 1-6.
- [11] Dungan, R., Mc Granaghan, M. F. and Wayne Betay, H. "Electrical Power Systems Quality". McGraw-Hill. 1996. USA.
- [12] Drif, M., and Cardoso, A. J. M. "The Use of Instantaneous Phase-Angle Signature Analysis for Airgap Eccentricity Diagnosis in Three-Phase Induction Motors". Power Engineering, Energy and Electrical Drives, 2007. POWERENG 2007. International Conference on. 2007.
- [13] Nandi, S. and Toliyat, H. A., "Condition monitoring and fault diagnosis of electrical machines-a review", in Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE, 1999, pp. 197-204 vol.1.
- [14] Joksimovic, G., Bruzzese, C. and Santini, E., "Static eccentricity detection in synchronous generators by field current and stator Voltage Signature Analysis - Part I: Theory", in Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on, 2010, pp. 1-6.
- [15] Puche-Panadero, R., Pons-Llinares, J., Roger-Folch, J. and Pineda-Sanchez, M., "Diagnosis of eccentricity based on the Hilbert transform of the startup transient current", in Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2009. SDEMPED 2009. IEEE International Symposium on, 2009, pp. 1-6.
- [16] Georgakopoulos, I. P., Mitronikas, E. D., Safacas, A. N. and Tsoumas, I. P., "Detection of eccentricity in inverter-fed induction machines using wavelet analysis of the stator current", in Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008. IEEE, 2008, pp. 487-492.
- [17] Toliyat, H. A. and Kliman, G. B., Handbook of Electric Motors: Taylor & Francis, 2004.
- [18] Wei, Z., Habetler, T. G. and Harley, R. G., "Stator Current-Based Bearing Fault Detection Techniques: A General Review", in Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2007. SDEMPED 2007. IEEE International Symposium on, 2007, pp. 7-10.

- [19] Tavner, P., Ran, L. Penman, J. and Sedding, H. "Condition Monitoring of Rotating Electrical Machines". Institution of Engineering and Technology. 2008. UK.
- [20] Obaid, R. R., T. G. Habetler, J. Stack. Stator current analysis for bearing damage detection in induction motors. *Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. SDEMPED 2003. 4th IEEE International Symposium on.* 2003.
- [21] McFadden, P. and Smith, J. "Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing". *Sound Vibration Journal.* Vol. 96, no. 4, pp. 69–82. 1984.
- [22] Stack, J., Habetler, T. G. and Haley, R. "Fault-signature modelling and detection of inner-race bearing faults". *Industry Applications, IEEE Transactions on* 42(1), pp 61-68. 2006.
- [23] Blodt, M., Granjon, P., Raison, B. and Rostaing, G. "Models for Bearing Damage Detection in Induction Motors Using Stator Current Monitoring". *Industrial Electronics, IEEE Transactions on.* 55(4), pp 1813-1822. 2008.
- [24] De Angelo, C., G. Bossio, et al. (2006). Model Based Stator Fault Detection in Induction Motors. *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference on.*
- [25] Wieczorek, M. and E. Rosolowski (2010). Modelling of induction motor for simulation of internal faults. *Modern Electric Power Systems (MEPS), 2010 Proceedings of the International Symposium.*
- [26] Bossio, G., C. De Angelo, et al. (2004). "A 2-D model of the induction machine: an extension of the modified winding function approach." *Energy Conversion, IEEE Transaction on* 19(1): 144-150.
- [27] Nelles, O. "Nonlinear System Identification". Springer Verlag. Heidelberg. 2001. Aleania.
- [28] Al-Nuaim, N. A. and H. Toliyat (1998). "A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory." *Energy Conversion, IEEE Transaction on* 13(2): 156-162.
- [29] Sadeghi, F., B. Jalalahmadi, T. Slack, N. Raje, N. K. "A Review of Rolling Contact Fatigue". *Arakere Journal of Tribology,* 131, p. 041-403. 2009.

- [30] FAG Bearings Corporation, "Rolling Bearing Damage: Recognition of damage and bearing inspection". WL 82 102/2ED/97/12/97. Weppert GmbH & Co. KG, 1997, Schweinfurt, Germany.
- [31] Hyypio, D. "Mitigation of bearing electro-erosion of inverter-fed motors through passive common-mode voltage suppression". Industry Applications, IEEE Transactions on 41(2). pp 576-583. 2005.
- [32] Stack, J. R., T. G. Habetler, R. Harley. "Experimentally generating faults in rolling element bearings via shaft current". Industry Applications, IEEE Transactions on 41(1). pp 25-29. 2005.
- [33] Busse, D., Erdman, J., Kerkman, R. J., Schlegel, D. and Skibinski, G., "An evaluation of the electrostatic shielded induction motor: a solution for rotor shaft voltage buildup and bearing current", in Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE, 1996, pp. 610-617 vol.1.
- [34] Glavatskih S. B. "A method of temperature monitoring in fluid film bearings". Elsevier Ltd. 2003.
- [35] Henao-Sepulveda J. A., M. Toledo-Quinones, Y. Jia. "Contactless Monitoring of Ball Bearing Temperature". Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2005. IMTC 2005. Proceedings of the IEEE Volume 2, 1571 –1573. 16-19 May 2005.
- [36] Mc Inerny, S. Dai, Y. "Basic Vibration Signal Processing for Bearing Fault Detection". IEEE Transaction on Education. 46, No. 1, pp 149 – 156. 2003.
- [37] Shao Y., K. Nezu. "Bearing Fault Detection Using Laser Displacement Sensor". SCE '96 July 24-26, 1996. Tottori.
- [38] Dzwonkowski, A. and Swedrowski, L., "Motor bearing diagnostics performed by means of laser vibrometer", in Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics & Drives (SDEMPED), 2011 IEEE International Symposium on, 2011, pp. 482-486.
- [39] Xiaoqin, L., Xing, W. and Chang, L., "A comparison of acoustic emission and vibration on bearing fault detection", in Transportation, Mechanical, and Electrical Engineering (TMEE), 2011 International Conference on, 2011, pp. 922-926.



- [40] Hawman, M. W. and W. S. Galinaitis. "Acoustic emission monitoring of rolling element bearings". Ultrasonics Symposium, 1988. Proceedings. IEEE 1988.
- [41] Vijayraghavan, P. and R. Krishnan. "Noise in electric machines: a review". Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting. IEEE. 1998.
- [42] Schoen, R. R., Habetler, T. G., Kamran, F. and Bartfield, R. G., "Motor bearing damage detection using stator current monitoring", Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 31, pp. 1274-1279, 1995.
- [43] Pezzani, C., P. Donolo, G. Bossio, M. Donolo, A. Guzmán y S. Zocholl, "Detecting Broken Bars with Zero-Settings Protection". 38th Annual Western Protective Relay Conference. Washington State University, Spokane, WA. USA 2011. <http://www.selinc.com/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=98367>.
- [44] Zarei, J., J. Poshtan. "An Advanced Park's Vectors Approach for Bearing Fault Detection". Industrial Technology, 2006. ICIT 2006. IEEE International Conference on. 2006.
- [45] De Angelo, C. H., G. R. Bossio, G. O. García. "Discriminating broken rotor bar from oscillating load effects using the instantaneous active and reactive powers". Electric Power Applications. IET 4(4). pp 281-290. 2010.
- [46] De Angelo, C., Bossio, G., Giaccone, S., Garcia, G. O., Solsona, J. and Valla, M. I., "Model Based Stator Fault Detection in Induction Motors", in IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference on, 2006, pp. 1095-1100.
- [47] Xu, B., Li, H. and Sun, L., "Apparent impedance angle based detection of stator winding inter-turn short circuit fault in induction motors", in Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting. Conference Record of the, 2003, pp. 1118-1125 vol.2.
- [48] Boqiang, X., Heming, L. and Liling, S., "Negative sequence admittance average based detection of stator winding inter-turn short circuit fault in induction motors", in Electrical Machines and Systems, 2003. ICEMS 2003. Sixth International Conference on, 2003, pp. 867-870 vol.2.
- [49] Wolbank, T. M. and Wohrnschimmel, R., "On-line stator winding faults detection in inverter fed induction motors by stator current reconstruction", in Electrical Machines and Drives, 1999. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 468), 1999, pp. 253-257.

- [50] Stack, J. R., T. G. Habetler, R. Harley. "Bearing fault detection via autoregressive stator current modelling". Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting. Conference Record of the. 2003.
- [51] Samanta, B., Al-Balushi, R., Al-Arabi, A. "Bearing Fault Detection Using Artificial Neural Networks and Genetic Algorithm". EURASIP Journal on Applied Signal Processing. pp 366-377. 2004.
- [52] Li, B., M. Chow, Y. Tipswan, J. Hung. "Neural Network Based Motor Rolling Bearing Fault Diagnosis". IEEE Transactions on Industrial Electronics. 47, No. 5, pp 1060-1069. 2000.
- [53] Wadhvani, S., A. Wadhvani, S. Gupta, V. Kumar, "Detection of Bearing Failure in Rotating Machine Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System". Power Electronics, Drives and Energy Systems, 2006. PEDES '06. International Conference on. 2006.
- [54] Stack, J. R., Habetler, T. G., Harley R. "Fault classification and fault signature production for rolling element bearings in electric machines". Industry Applications, IEEE Transactions on 40(3): pp 735-739. 2004.
- [55] Akagi, H., E. Watanabe, M. Aredes. "Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning". Wiley-IEEE Press. 2007.
- [56] Drif, M.; Cardoso, A.J.M., "Airgap-Eccentricity Fault Diagnosis, in Three-Phase Induction Motors, by the Complex Apparent Power Signature Analysis", Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol.55, no.3, pp.1404-1410, March 2008.
- [57] <http://www.koyola.com.pa>
- [58] Harris, T. A., Kotzalas, M N. "Essential Concepts of Bearing Technology". Rolling Bearing Analysis. Fifth Edition. Taylor & Francis Group. 2006. USA.
- [59] Juvinal, R. C. "Fundamentos de diseño para ingeniería mecánica", Limusa. 1997. México.
- [60] Shigley, J. E., Mischke C. R. "Diseño en Ingeniería Mecánica". Mc Graw Hill. 2005. Mexico.
- [61] Norton, R. L. "Machine Design, An integrated approach" 3° Edition; Pearson Prentice Hall. 2006.
- [62] Harris, T. A., Kotzalas, M N. "Advanced Concepts of Bearing Technology". Rolling Bearing Análisis 5° Edition. Taylor & Francis Group. 2007. London.

- [63] Lazovic, T., Ristivojevic, M., Mitrovic, R. "Mathematical Model of Load Distribution in Rolling Bearing". FME Transactions (2008) 36, 189-196.
- [64] Motor Service Handbook, General Service Information for Standard Low-Voltage Motors. Siemens A&D SD CS Service Cooperation. Version: V1.1. 2005.
- [65] <http://www.tec.nsk.com>
- [66] Mc Inerny, S. Dai, Y. "Basic Vibration Signal Processing for Bearing Fault Detection". IEEE Transaction on Education. 46, No. 1. pp 149 – 156. 2003.
- [67] Bellini, A., Immovilli, F., Rubini, R. and Tassoni, C., "Diagnosis of Bearing Faults of Induction Machines by Vibration or Current Signals: A Critical Comparison", in Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE, 2008, pp. 1-8.
- [68] Castellino, A., De Angelo, C. and Bossio, G. "Un modelo para fallas puntuales en rodamientos de motores eléctricos". XIV Reunión en Procesamiento de la Información y Control. RPIC 2011.
- [69] Eren, L., Karahoca, A. and Devaney, M. J., "Neural network based motor bearing fault detection", in Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04. Proceedings of the 21st IEEE, 2004, pp. 1657-1660 Vol.3.
- [70] Ong, C. M. "Dynamic Simulation of Electric Machinery". New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [71] Silva J., A. J. Marquez Cardoso. "Bearing Diagnosis Failure in Three-Phase Induction Motors by Extended Park's Vector Approach". 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society. IECON 2005. 2005.
- [72] Ibrahim, A., El Badaoui, M., Guillet, F. and Bonnardot, F., "A New Bearing Fault Detection Method in Induction Machines Based on Instantaneous Power Factor", Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 55, pp. 4252-4259, 2008.
- [73] Rosero, J., J. L. Romeral, J. Cusido, J. A. Ortega, A. Garcia. "Fault detection of eccentricity and bearing damage in a PMSM by means of wavelet transforms decomposition of the stator current". Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2008. APEC 2008. Twenty-Third Annual IEEE. 2008.
- [74] Krause, P. C., Wasynczuk, O; Sudhoff, S. D. "Analysis of Electric Machinery". IEEE Power Engineering Society. New York. (1995).

- [75] Forchetti, D., Bossio, G., García, G. and Valla, M. "Modelado de la Máquina de Inducción con Excentricidad del Entrehierro Incluyendo el Efecto de la Ondulación de Par", AADECA 2004.
- [76] Hsu, H. P. "Análisis de Fourier". Fondo Educativo Interamericano. Prentice Hall. 1973. Colombia.
- [77] Isermann, R., *Fault-Diagnosis Systems: An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*: Springer, 2006.
- [78] Mao, K. and Wu, Y., "Fault Diagnosis of Rolling Element Bearing Based on Vibration Frequency Analysis", in *Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA)*, 2011 Third International Conference on, 2011, pp. 198-201.
- [79] Patel, R. K., Agrawal, S. and Joshi, N. C., "Induction motor bearing fault identification using vibration measurement", in *Engineering and Systems (SCES)*, 2012 Students Conference on, 2012, pp. 1-5.
- [80] Tsypkin, M., "Induction motor condition monitoring: Vibration analysis technique - A practical implementation", in *Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, 2011 IEEE International, 2011, pp. 406-411
- [81] Riley, C. M., Lin, B. K., Habetler, T. G. and Kliman, G. B., "Stator current harmonics and their causal vibrations: a preliminary investigation of sensorless vibration monitoring applications", *Industry Applications*, IEEE Transactions on, vol. 35, pp. 94-99, 1999.
- [82] Legowski, S. F., A. H. M. Sadrul Ula, A. M. Trzynadlowski. "Instantaneous power as a medium for the signature analysis of induction motors". *Industry Applications*, IEEE Transactions on 32(4). pp 904-909. 1996.
- [83] Schoen, R. R. and T. G. Habetler (1995). "Effects of time-varying loads on rotor fault detection in induction machines." *Industry Applications*, IEEE Transactions on 31(4): 900-906.
- [84] Marques Cardoso, A. J., S. M. A. Cruz, J. Carvalho, E. Saraiva. "Rotor cage fault diagnosis in three-phase induction motors, by Park's vector approach". *Industry Applications Conference*, 1995. Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95. IEEE. 1995.
- [85] Nejari, H. and M. E. H. Benbouzid. "Monitoring and diagnosis of induction motors electrical faults using a current Park's vector pattern learning approach". *Electric Machines and Drives*, 1999. International Conference IEMD '99. 1999.

- [86] Cardoso, A. J., E. S. Saraiva. "Computer-aided detection of airgap eccentricity in operating three-phase induction motors by Park's vector approach". *Industry Applications, IEEE Transactions on* 29(5). pp 897-901. 1993.
- [87] Trzynadlowski, A. M., Ghassemzadeh, M. S. and Legowski, F "Diagnostics of mechanical abnormalities in induction motors using instantaneous electric power". *Energy conversion, IEEE transactions on* 14(4). pp 1417-1423. 1999.
- [88] Fitzgerald, A. E., Kingsley, C. Umans, S. "Máquinas eléctricas". McGraw-Hill Interamericana de España S.L. 2004. España.
- [89] Bellini, A., Filippetti, F., Franceschini, G., Tassoni, C. and Kliman, G. B., "Quantitative evaluation of induction motor broken bars by means of electrical signature analysis", *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 37, pp. 1248-1255, 2001.
- [90] Ping, H. and P. Ziwei (2010). "A new bearing fault diagnosis method based on MM and EMD". *Image and Signal Processing (CISP), 2010 3rd International Congress on*.
- [91] Djeddi, M., Granjon, P. and Leprettre, B., "Bearing Fault Diagnosis in Induction Machine Based on Current Analysis Using High-Resolution Technique", in *Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2007. SDEMPED 2007. IEEE International Symposium on, 2007*, pp. 23-28.
- [92] Wei, Z., Habetler, T. G., Harley, R. G. and Bin, L., "Incipient Bearing Fault Detection via Stator Current Noise Cancellation using Wiener Filter", in *Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2007. SDEMPED 2007. IEEE International Symposium on, 2007*, pp. 11-16.
- [93] Saadaoui, W. and K. Jelassi (2011). "Induction motor bearing damage detection using stator current analysis". *Power Engineering, Energy and Electrical Drives (POWERENG), 2011 International Conference on*.
- [94] Benbouzid, M. E. H. and G. B. Kliman (2003). "What stator current processing-based technique to use for induction motor rotor faults diagnosis?" *Energy conversion, iee transactions on* 18(2): 238-244.

## APÉNDICE A

### A.1. Cálculo del grado de excentricidad

El cálculo del grado de excentricidad del rotor se obtiene de la relación geométrica entre el diámetro de la falla y el diámetro del elemento rotante. La figura A.1-a) representa de manera esquemática una falla puntual de diámetro  $D_f$  en conjunto con uno de los elementos rotantes de radio  $r_b$ .

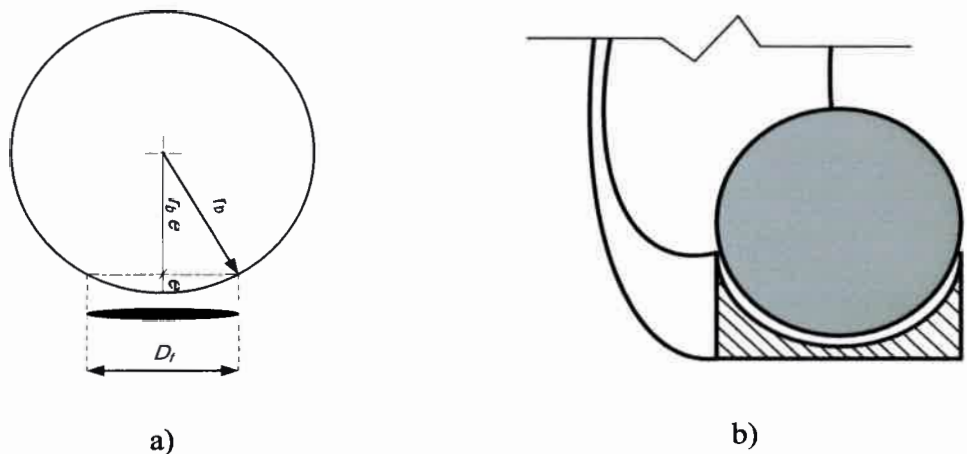


Figura A.1: a) Falla puntual y elemento rotante. b) Corte transversal de la pista externa. A partir de esta figura A.1-a) se puede calcular la excentricidad  $e$  en función del diámetro de la falla y el radio de la bola cómo:

$$r_b - e = \sqrt{r_b^2 - \left(\frac{D_f}{2}\right)^2} \quad (\text{A.1})$$

es decir:

$$e = r_b - \sqrt{r_b^2 - \left(\frac{D_f}{2}\right)^2} \quad (\text{A.2})$$

Para el modelo presentado se utilizaron los valores que se resumen en la tabla A.1

Tabla A.1: Características del elemento rotante y de la falla

Radio de la bola	$r_b$	$3.9625 \times 10^{-3}$ [m]
Diámetro de la falla	$D_f$	$1.2 \times 10^{-3}$ [m]
Entrehierro medio	$g_0$	$0.45 \times 10^{-3}$ [m]

Con estos valores, la excentricidad relativa resulta

$$e_0 = \frac{e}{g_0} = 0.1015 \quad (\text{A.3})$$

Este valor equivale a una excentricidad porcentual de 10.15 % en relación al entrehierro medio.

La figura A.1-b) corresponde a la sección transversal de la pista externa de un rodamiento a bolas de simple hilera sin contacto angular. Mediante esta representación esquemática se puede apreciar la relación existente entre la forma constructiva de la bola y de la pista externa, presentando la pista interna una concavidad similar.



72664

U.N.R.C  
Biblioteca Central



72664